



**Fonds für Unterrichts- und Schulentwicklung
(IMST-Fonds)**

S7 – Naturwissenschaften und Mathematik in der Volksschule

NEUE LERNKULTUR IM MATHEMATIKUNTERRICHT

ID 971

Margaretha Pieber

**Ingrid Niederl
Volksschule Passail**

Passail, Juni 2008

INHALTSVERZEICHNIS

INHALTSVERZEICHNIS	2
ABSTRACT	4
1 EINLEITUNG	5
1.1 Überlegungen –	5
1.1.1 Allgemeines zum Mathematikunterricht	5
1.1.2 Das „Andere Lernen“.....	6
1.2 Ausblick.....	6
1.3 Lehrplan.....	6
1.4 Bildungsstandards – Kompetenzen	7
2 AUFGABENSTELLUNG	8
2.1 Ausgangssituation.....	8
2.2 Ziele	8
2.2.1 Ich – Du - Wir	8
3 PROJEKTVERLAUF	9
3.1 Stufenmodell	9
3.2 Selbständiges Erstellen von Aufgaben	11
3.3 Unser Aktivlernzyklus.....	12
3.3.1 Einzelarbeit	12
3.3.2 Partner- oder Gruppenarbeit	13
3.3.3 „Forscherkreis“	13
3.4 Ergebnisse	14
3.4.1 Viabilität	14
3.4.2 Mathematische Sprache - Vokabelsammlung	15
3.4.3 Mathematische Begriffe	16
3.4.4 Bildungsstandards	16
3.4.5 Neue Lernkultur	17
3.4.6 Neue Lehrer/innen – Rolle	17
3.4.7 Nahtstelle Volksschule-Hauptschule.....	17
3.4.8 Wissenschaftliche Begleitung	17
3.4.9 Fragebogen.....	18

4	INTERPRETATION DER ERGEBNISSE.....	19
5	TIPPS FÜR ANDERE LEHRKRÄFTE.....	20
6	LITERATUR.....	21

ABSTRACT

Im Rahmen des Projektes wird versucht die Lernkultur im Mathematikunterricht zu verbessern, die Attraktivität und Qualität des Mathematikunterrichts im Allgemeinen zu erhöhen und die Aufgabenkultur, besonders im Bezug auf Textaufgaben zu verändern.

Die mathematikspezifische Lesekompetenz wird gefördert. Individualisierung ermutigt die Schüler/innen zu eigenständigem Finden individueller und viabler Lösungswege und wirkt sich auf die Freude und das Interesse an Mathematik positiv aus.

Durch neue Rahmen- und Lernbedingungen erwerben die Schüler/innen Kompetenzen, die in den Bildungsstandards verankert sind.

Schulstufe: 4. Schulstufe - 4a Klasse

Fächer: Mathematik

Kontaktperson: Margaretha Pieber

Kontaktadresse: 8162 Passail 100

1 EINLEITUNG

Im Schuljahr 2006/07 wurde unsere Schule von unserer sehr engagierten Frau BSI Juliane Müller eingeladen am MNI-Projekt des Schulbezirkes Weiz I teilzunehmen. Wir waren von der Idee, dass im Bezirk Lehrer/innen aus Volks- und Hauptschulen zusammenarbeiten werden, sich vernetzen und neue fachdidaktische Erkenntnisse für den Mathematikunterricht verbreiten, sofort begeistert.

Es dauerte nicht lange, da entwickelte sich an unserer Schule eine neue Lernkultur. Mathematikstunden wurden regelmäßig zu „Forscherstunden“, in denen die Sprache in der Mathematik und somit das Kommunizieren ein wesentlicher Bestandteil wurde.

Durch das Anwenden neuer Verfahren und Techniken wurden wir auch dem MNI-Gedanken gerecht. MNI heißt: „Mathematik nachhaltig innovieren“.

1.1 Überlegungen –

1.1.1 Allgemeines zum Mathematikunterricht

Mathematik und Bildung sind untrennbar miteinander verbunden, denn jede mathematische Erkenntnis steht auch in einem unmittelbaren Zusammenhang mit einem Problem der Bildung.

Es geht im Anfangsunterricht Mathematik in erster Linie darum, in den Schüler/innen das Interesse an Mathematik zu wecken. Alles, was interessant ist und alles, was die Neugierde auf Weiteres weckt, wird umso leichter gelernt und gemerkt.

Es fällt stark auf, dass sich viele Negativaussagen bezüglich Mathematik nicht auf die Wissenschaft als solche beziehen, sondern vielmehr die gestörte Beziehung dazu aufdecken. Vielen Kindern kommt bereits in der Volksschule die Lust an Mathematik abhanden.

Durch alleiniges Einlernen von Mechanismen, nicht aber hintergründiges Verstehen derselben, werden zwar Rechenfertigkeiten trainiert, die zweifelsohne ihren Platz haben müssen und sollen, es bleibt aber kein Raum für das wichtige und zukunftsweisende „AHA-Erlebnis“. Es besteht die Gefahr, dass ohne nachzudenken sofort gerechnet wird. (Siehe „Kapitänsaufgaben“!)

Wünschenswert ist es, wenn Lehrer/innen darauf achten, dass Mathematikunterricht kreativ und verständlich gestaltet wird und Schüler/innen je nach Möglichkeit so oft es geht und wann immer es sinnvoll erscheint selber ihren Unterricht planen können, um dabei mathematische Probleme und Phänomene aufzudecken und zu erforschen.

Isoliert vermittelter Lernstoff, beispielsweise aufgebaut nach dem Schwierigkeitsgrad produziert oberflächliches, schubladisiertes Wissen, das separat abgelegt und nicht ins Vorwissen integriert wird. Tatsache ist, dass eine bloße Reproduktion von Wissen in einem Prüfungskontext den Transfer des Wissens auf andere Situationen zwar nicht unmöglich, aber sehr schwierig macht.

1.1.2 Das „Andere Lernen“

Ein Auszug aus einem Beitrag in der Zeitschrift Pädagogik über nationale und internationale Schulleistungsstudien – „Was können sie leisten, wo sind ihre Grenzen?“:

„Die beste Voraussetzung für kumulative Lernprozesse und selbständiges erfolgreiches Weiterlernen sind nicht formale Schlüsselqualifikationen, sondern eine solide und gut organisierte Wissensbasis im jeweiligen Schulfach. Damit sind nicht vereinzelte und mechanisch erworbene Kenntnisse gemeint, sondern ein intelligent geordnetes, in sich vernetztes, in verschiedenen Situationen erprobtes und flexibel anpaßbares Wissen. Dazu gehören Fakten-, Konzept-, Theorie-, Methoden- und Prozeßwissen gleichermaßen. [...] Der Aufbau von intelligentem Wissen ist in der Regel ein langjähriger und übungsintensiver Prozeß, der nicht nur Anstrengung und Ausdauer verlangt, sondern zugleich auch die systematische Schulung von Elementen des „Anderen Lernens“ einschließt: also Anwenden, Übertragen, Umstrukturieren und Integrieren. Umgekehrt sind fächerübergreifendes Denken, Anwenden, Forschen, methodisches Vorgehen oder gar die Selbstorganisation des Lernens ohne den Erwerb solider Wissensgrundlagen schwer vorstellbar.“

1.2 Ausblick

In unserem Projekt wird versucht, die Schüler/innen in ihrem persönlichen Wissens- und Forschungsdrang zu unterstützen.

Es soll infolgedessen im Mathematikunterricht darum gehen, intelligentes Wissen aufzubauen, dass seine Sinnhaftigkeit und Bedeutung für das Kind nicht vor dem Hintergrund der Abrufbarkeit bei Lernzielkontrollen erhält, sondern im Hinblick auf die Orientierung in der Lebenswirklichkeit und in die Bewältigung der Lebenswirklichkeit.

Kersten REICH meint: *„Jeder Sinn, den ich selbst für mich einsehe, jede Regel, die ich aus Einsicht selbst aufgestellt habe, treibt mich mehr an, überzeugt mich stärker und motiviert mich höher als von außen gesetzter Sinn, den ich nicht oder kaum durchschaue und der nur durch Autorität oder nicht hinterfragen oder äußerlich bleibende Belohnungssysteme gesetzt ist.“*

1.3 Lehrplan

Der Lehrplan der Volksschule ist ein Rahmenlehrplan. Die „allgemeinen Bildungsziele“ im Lehrplan fordern die Lehrer/innen dazu auf, jedes Kind in seiner Individualität zu bestätigen und dahingehend zu fördern, dass es im realen Gesellschaftsleben sowohl hinsichtlich sozialer als auch bildungsmäßiger Kompetenzen bestehen kann. Das findet man im Lehrplan folgendermaßen zitiert: *„Die Volksschule hat [...] die Urteils- und Kritikfähigkeit, Entscheidungs- und Handlungskompetenzen zu fördern.“*

Lehrer/innen müssen die Kinder ausgehend von deren persönlichen Voraussetzungen aufnehmen und die Motivation zum weiteren Wissenserwerb fördern. Im Lehrplan findet man dazu folgendes: *„Ausgehend von den individuellen Voraussetzungen der einzelnen Schüler/innen hat die Grundschule daher folgende Aufgabe zu erfüllen [...] Voraussetzungen für ein erfolgreiches Lernen in den weiterführenden Schulen schaffen.“*

1.4 Bildungsstandards – Kompetenzen

In Zukunft sollen Bildungsstandards Lehrer/innen bessere Orientierung und mehr Sicherheit in ihrer unterrichtlichen Arbeit geben. Deshalb wird die Vermittlung von Grundkompetenzen in unserem Projekt sehr gefördert.

In der Informationsbroschüre des bm:bwk heißt es: *„Bildungsstandards sind als Regelstandards konzipiert und legen fest, welche Kompetenzen Schülerinnen und Schüler bis zu einer bestimmten Schulstufe an wesentlichen Inhalten nachhaltig erworben haben sollen. Sie konzentrieren sich dabei auf wesentliche Bereiche eines Unterrichtsgegenstandes und beschreiben die erwarteten Lernergebnisse, wobei fachliche Grundkompetenzen definiert werden, die für die weitere schulische Bildung bzw. berufliche Ausbildung von Bedeutung sind. Bildungsstandards verdeutlichen eine normative Erwartung, auf die die Schule hinarbeiten soll.“*

Bildungsstandards schreiben keine konkreten Lerninhalte mit bestimmten durchzuführenden Unterrichtsmethoden vor. Sie legen fest, welche Kompetenzen Kinder bis zum Ende der Grundschulzeit erwerben sollen.

Mathematische Kompetenzen beinhalten zwei Komponenten:

- ▶ **Allgemeine mathematische Kompetenzen**
MODELLIEREN
OPERIEREN und DARSTELLEN
KOMMUNIZIEREN
PROBLEME STELLEN und LÖSEN
- ▶ **Inhaltliche mathematische Kompetenzen**
Arbeiten mit ZAHLEN
Arbeiten mit OPERATIONEN
Arbeiten mit GRÖSSEN
Arbeiten mit EBENE und RAUM

2 AUFGABENSTELLUNG

2.1 Ausgangssituation

Die positiven Erfahrungen bei der Mitarbeit im Bezirksnetzwerk Weiz I aus dem Schuljahr 2006/07 haben uns veranlasst im Schuljahr 2007/08 selbst ein Projekt beim IMST-Fonds einzureichen.

Dieses wurde mit der 4a Klasse der Volksschule Passail mit 20 Kindern durchgeführt. Die Parallelklasse beteiligte sich sporadisch.

2.2 Ziele

- ▶ Verändern der Aufgabenkultur bezüglich Textaufgaben, das heißt wegkommen von Aufgaben, die nicht viabel sind.
- ▶ Förderung der mathematikspezifischen Lesekompetenz zur Lösung von Textaufgaben.
Die wissenschaftliche Untersuchung „Sind gute Leser gute Textrechner - Mathematik und Sprache“ von Dr. Herbert SCHWETZ und Dr. Sabine HÖFERT (2005) hat gezeigt, dass es Unterschiede zwischen allgemeiner und fachspezifischer Lesekompetenz gibt. *„Literarische Lesefertigkeit allein reicht für das Lösen von mathematischen Textaufgaben nicht aus.“*
- ▶ Verbalisieren, Dokumentieren und Reflektieren von Lösungswegen in unserem ‚Aktivlernzyklus‘
- ▶ Verbessern der Lernkultur durch Entwicklung des Mathematikunterrichts zum Problemlöse- und Denkkunterricht
- ▶ Wecken von Freude und Interesse an Mathematik

2.2.1 Ich – Du – Wir

Das Lernen in dem oben erwähnten Aktivlernzyklus ist vergleichbar mit der „Ich–Du–Wir/Think-Pair-Share“ Unterrichtsgestaltung nach BARZEL/BÜCHTER/LEUDERS: *„Eine Ich-Du-Wir-Prinzip soll eine systematische Abfolge und angemessene Balance von individueller Auseinandersetzung mit einem Problem, Austausch zwischen Lernpartnern und Zusammentragen in der ganzen Klasse gewährleisten. Schülerinnen und Schüler werden nicht vorschnell mit den Ideen der Mitschüler konfrontiert, sondern erhalten ausreichend Zeit und Ruhe, nach einem anregenden Impuls alleine nachzudenken und Ideen zu entwickeln. [...] Ich-Du-Wir fördert zunächst eine intensive individuelle Auseinandersetzung mit einem Problem und ist dadurch einer direkt einsetzenden Gruppenarbeit mitunter überlegen. Im geschützten Rahmen können dann die noch unfertigen Ideen geäußert und besprochen werden. Schülerinnen und Schüler lernen das Verbalisieren – zunächst vor einem Partner, dann vor mehreren anderen. Für die gesamte Lerngruppe gewährleistet die Methode, dass viele verschiedene Ansätze zum gestellten Problem zusammengetragen werden.“*

3 PROJEKTVERLAUF

In unserem Projekt liegt ein Schwerpunkt bei den Textaufgaben. Wir ordneten diese deshalb in ein Stufenmodell ein.

3.1 Stufenmodell



- 1. Nicht viable Textaufgaben – „Meerschweinchenaufgaben“**
Beispiel: *Ein Meerschweinchen frisst am Tag zwei Möhren. Wie viele Möhren frisst es in einem Schaltjahr?*
Es gibt nur eine Lösung, die die Kinder bereits durch die Angabe finden. Diese Übungen sind nur für das Einüben von Grundrechnungsarten nützlich.
In diese Gruppe fallen auch „**Zaunaufgaben**“, wo die Länge und die Breite gegeben sind und die Länge des Zaunes berechnet werden soll. Weil der Weg bereits vorgegeben ist, sind das keine viablen Aufgaben. Es werden nur Fertigkeiten trainiert.
- 2. Einfache Schlussfolgerungen** sind der erste Schritt in der Entwicklung des Mathematikunterrichts zum Problemlöse- und Denkkunterricht. Diese erfordern Denkfähigkeit, um einfache Schlussfolgerungen zu ziehen. Es wird z. B. eine Aufgabe vom Ergebnis zum Ausgangspunkt zurückverfolgt: *Ein Tiger kann 6m weit springen, das ist das 3fache seiner Körperlänge.*
- 3. Komplexe Schlussfolgerungen**
Es sind mehrere Denkschritte notwendig. Die Informationen müssen bereits selektiert werden, dass die Kinder die richtigen Lösungen finden können.

**Florian ist um 5 cm größer als Max. Julia ist 3 cm kleiner als Florian.
Kreuze an!**

Julia ist die Schwester von Max.	richtig	falsch	kann ich nicht entscheiden
Max ist der kleinste von den drei Kindern.	richtig	falsch	kann ich nicht entscheiden
Florian ist der größte von den drei Kindern.	richtig	falsch	kann ich nicht entscheiden
Julia ist kleiner als Max.	richtig	falsch	kann ich nicht entscheiden

Dazu zählen überladene Textaufgaben

3.



Der Vater hat im Herbst 65 Tulpenzwiebeln und ~~56~~ ~~Narzissenzwiebeln~~ gekauft und in die Erde gesteckt. Leider sind im Frühjahr nur 49 Tulpen aufgegangen. Wie viele Tulpenzwiebeln sind nicht aufgegangen?

16 Tulpenzwiebeln sind nicht aufgegangen. ✓

Zahlenreihen und Muster finden

Vervollständige die Zahlenfolge und schreibe die Regel auf!

5 6 8 11 15 20 26 33 41 50

Regel: Immer eines mehr plus. +1/+2/+3/+4/+5/+6/+7/+8/+9

Diese Zahlenreihe ist vollständig. Suche die Fehler!

896 ⁴⁶⁸ ~~430~~ 224 112 ⁵⁶ ~~54~~ 28 14 7

Regel: Dividiert durch 2.

und Rätselaufgaben.

3)

Kino-Rätsel



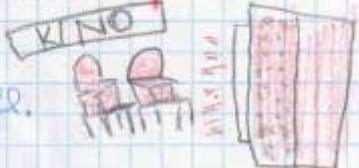
Der Film „Verschollen im Fahrradschlauch“ ist ausverkauft. Bereits eine Stunde vor der Vorstellung erschienen die ersten Besucher. Nun verdoppelt sich die Anzahl der Besucher alle zehn Minuten. Nach genau 60 Minuten ist das Kino voll.

Wann war das Kino halb voll?

R: 60 min = Kino voll - 10 min = Kino halb voll

Regel: $\cdot 2$

A: Nach 50 min ist das Kino halb voll.



4. Selbständiges Erstellen von Aufgaben

Schülerbeispiel:

Ich bin die einzige Zahl, die gleich viel wert ist wie sie Buchstaben hat. Addiere 18 dazu, teile das Ergebnis durch 2 und multipliziere es mit einer zweistelligen Zahl mit 2 Zweiern. Das Ergebnis lautet

- a) 16 b) 122 c) 202 d) 222 e) 242 f) 246 d) 412

5. Kapitänsaufgaben :

Im letzten Jahr konnten folgende Lösungshäufigkeiten in Untersuchungen in steirischen Volks- und Hauptschulen ermittelt werden¹.

Ein Kapitän hat 15 Schafe und 17 Ziegen. Wie alt ist der Kapitän?

Antworten	32 Jahre	Das ist Unsinn	keine Reaktion
Volksschule – 3. und 4. Klassen	34%	12,8%	53,2%
Hauptschule – erste Klassen	42,3%	23,6%	34,1%
Hauptschule – zweite Klassen	51,3%	35,9%	12,8%

Sehr viele Schüler/innen addieren die beiden Zahlen und schreiben als Antwort, dass der Kapitän 32 Jahre alt ist.

Der hohe Prozentanteil mit der Antwort „32 Jahre“ zeigt, dass in vielen Klassen der Mathematikunterricht zu einem Rechenunterricht verkommen ist. Es werden die vorkommenden Zahlen mit Rechenoperationen verknüpft, ohne nachzudenken. Die Kinder sehen kurz hin und rechnen sofort.

3.2 Selbständiges Erstellen von Aufgaben

Das selbständige Erstellen von Aufgaben unter besonderer Berücksichtigung des Kommunizierens wurde in unserem Projekt sehr forciert.

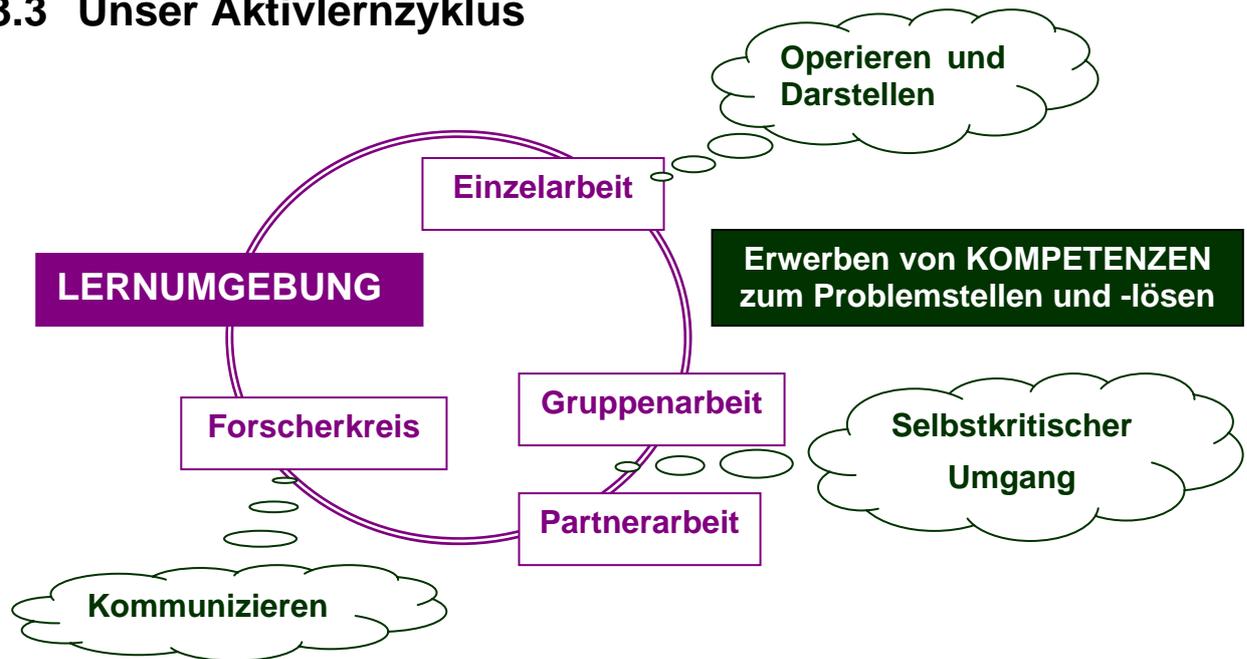
Ausgangspunkt war anfangs eine Lernumgebung, welche aus dem Umfeld der Kinder kam, wie z. B. ein Impulsbild zum Thema: „Unser Winterangebot“.



Bereits in den ersten Wochen kristallisierte sich bei uns ein Aktivlernzyklus heraus, der wesentlich zum Gelingen des Projektes beitrug.

¹ Beitrag von Dr. Schwetz in UNSER WEG Heft 2/2007

3.3 Unser Aktivlernzyklus



3.3.1 Einzelarbeit

ist der erste Schritt in unserem Aktivlernzyklus. Jedes Kind versucht vorerst allein zur Lernumgebung eine Rechengeschichte zu erfinden, diese dann auch zu lösen und eine Antwort dazuzuschreiben.

BARZEL/BÜCHTER/LEUDERS: „*Es ist häufig sinnvoll, dass alle Gruppenmitglieder sich zunächst individuell mit einem Arbeitsauftrag auseinandersetzen und ihre Ansätze notieren, um sie anschließend in die Gruppe einzubringen, damit einzelne Schüler/innen mit ihren Ideen nicht untergehen.*“

Die Schüler/innen kommen selbst zur eigenen Aufgabenstellung, weil das mathematische Problem offen ist. Die Aufgaben können sehr einfach aber auch sehr umfangreich sein. Große Unterschiede in Bezug auf Qualität und Quantität sind feststellbar.

Schüler/innen/beispiele zur Lernumgebung „Unser Winterangebot“

Alexander kauft Ski um 74 €. Er bekommt 10 € Taschengeld im Monat. Er spart bereits 9 Monate lang. Kann er sich die Ski leisten und wenn, wie viel Geld bleibt ihm übrig?

R: $10 \text{ €} \cdot 9 = 90 \text{ €}$

R: $90 \text{ €} - 74 \text{ €} = 16 \text{ €}$

A: Er kann sich die Ski leisten und bekommt 16 € zurück.

Meine Mama kauft einen Fußball um 12 Euro und Teddybären um 17 Euro für mich. Wie viel bezahlt sie?

R: $12 + 17 = 29$

A: Meine Mama zahlt 29 Euro.

In der Lernumgebung gibt es keine analogen Übungsbeispiele.

SELTHER: *„In der Schule werden wesentliche Weichen für das Lern- und Leistungsverhalten, für die Selbsteinschätzung und Initiative, für die Entwicklung der sozialen Kompetenzen sowie der Kooperations- und Kommunikationsfähigkeit, für den Ausbau der Selbstkompetenz im Hinblick auf Selbstbestimmung und für verantwortliches Handeln gestellt.“*

Daher sollten Schulen Verschiedenheiten akzeptieren und sich um humane Anerkennung der qualitativen, quantitativen und temporären Unterschiede im Lernen bemühen. Allen Kindern, auch den schulschwachen, sollte die Erfahrung des Leistens und das Erkennen des Zusammenhangs von Anstrengung und Erfolg ermöglicht werden.“

3.3.2 Partner- oder Gruppenarbeit

Im nächsten Schritt, der Partner- oder Gruppenarbeit, besprechen zwei bis vier Kinder ihre Arbeiten. Sie helfen sich gegenseitig. Fehler werden erkannt und besprochen. Dabei entwickeln die Schüler/innen Problemlösekompetenz, indem sie mathematische Problemstellungen bearbeiten. Sie vergleichen und bewerten Aussagen und lernen Ergebnisse zu beurteilen. Es wird kommuniziert. Dem sozialen Lernen wird somit eine große Bedeutung beigemessen.

BARZEL/BÜCHTER/LEUDERS: *„Bei der Gruppenexploration erleben Schülerinnen und Schüler die Kraft kooperativen Arbeitens. [...] Die Gruppenexploration eignet sich also vor allem für Phasen des Entdeckens und bereitet den Boden für Argumentationen, Problemlösungen und Begriffsbildungen. Leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler können dabei schwierigere Beispiele untersuchen, leistungsschwächere einfachere – und wenn sie die Aufteilung der Arbeit selbst vornehmen, werden sie so zu Akteuren der Binnendifferenzierung.“*

3.3.3 „Forscherkreis“

Im anschließenden gemeinsamen Gespräch – dem dritten Schritt – der von den Schülern „Forscherkreis“ genannt wird, dürfen alle Kinder über ihre Arbeit reflektieren. Dabei wird auch die Befindlichkeit erkundet.

Es ist feststellbar, dass anfangs die Aussagen der Schüler/innen sehr allgemein waren und im Laufe der Zeit immer präziser wurden.

Im Sitzkreis werden vielfältige Lösungsstrategien und sehr individuelle Lösungswege aufgezeigt. Der Wert des Prozesses des Problemlösens ist genau so wichtig, wie die Lösung selbst.

Präsentieren, Diskutieren und Zuhören gewinnen an Bedeutung. Das Voneinanderlernen ist ein wesentlicher Bestandteil dieser kooperativen Lernphase.

Für Lehrer/innen gilt, den Kindern in Mathematik mehr zuzutrauen. Das bedeutet nicht, dass man den Schüler/innen nicht auch Dinge erklären kann. SELTERS spricht von einer kompetenzorientierten Wahrnehmung: *„Lehrerinnen und Lehrer richten ihre Beobachtungen sensibel darauf, was das einzelne Kind kann und welche Aufgabenstellungen oder Lösungswege es wählt – selbst dann, wenn seine Äußerungen oder Handlungen auf den ersten Blick unverständlich oder unzusammenhängend erscheinen. Fehler und Schwierigkeiten können erfolgreich überwunden werden, wenn ihre Ursachen aus solcher kompetenzorientierten Perspektive erkannt werden und eine gezielte Förderung erfolgt.“*

3.4 Ergebnisse

3.4.1 Viabilität

Viabilitätsorientierung heißt, dass Schüler/innen selbständig einen individuellen Lösungsweg für eine mathematische Problemsituation finden. Die Aufgabe der Lehrer/innen ist es, die Lernenden in eine Problemlösesituation zu versetzen. Anfangs waren es Lernumgebungen, wie z. B. das Game 24, Prospekte, Fahrpläne, Bilder und Ähnliches.

Das Prinzip des Beschreitens verschiedener Wege (Viabilitätsorientierung) beim Lösen von Aufgaben, beim Darstellen der Lösungswege, beim Reflektieren über die Ermöglichung mehrerer Wege und der Zuordnung dieser Aufgabe zu einem Bildungsstandard wurde mit dem Game 24 bekannt gemacht.

SCHWETZ: „*Diese Problemstellung* – das Game 24 – *wurde als Ausgangspunkt für das Theoretisieren über den Mathematikunterricht gewählt. Sie kann als Prototyp für das didaktische Konzept der Fortbildung gelten.*“



$$6 - 2 = 4 \quad 8 - 2 = 6$$

$$4 \cdot 6 = 24$$

Die Aufgabenstellung beinhaltete den Auftrag, dass alle Zahlen auf der Karte zu verwenden sind, aber nur einmal verwendet werden dürfen. Alle Rechenoperationen dürfen angewandt werden. Das Ergebnis muss immer 24 sein. Dieses Problem gestattet nur eine Lösung aber mehrere Lösungswege (Lösungswegviabilität-).

Bei allen Aufgaben stand der Erfahrungs- und Lebensbezug der Kinder im Vordergrund. Deshalb kam es auch z. B. beim Berechnen der Länge des Umfanges zu keinem Formalismus.

a) $a = 13\text{ m}$ $\frac{13\text{ m} \cdot 2}{26\text{ m}}$ $\frac{9\text{ m} \cdot 2}{18\text{ m}}$ $\frac{18\text{ m}}{26\text{ m}}$
 $b = 9\text{ m}$ $\frac{26\text{ m}}{26\text{ m}}$ $\frac{18\text{ m}}{18\text{ m}}$ $\frac{44\text{ m}}{44\text{ m}} = U$
 $U = ?$
 $A = ?$ $\frac{13\text{ m}^2 \cdot 9}{117\text{ m}^2} = A$

e) $c = 13\text{ m}$ $\frac{13\text{ m}}{13\text{ m}}$ $\frac{13\text{ m}^2 \cdot 9}{117\text{ m}^2} = A$
 $b = 9\text{ m}$ $\frac{9\text{ m}}{9\text{ m}}$
 $U = ?$ $\frac{44\text{ m}}{44\text{ m}} = U$
 $A = ?$

Bald genügten kurze Angaben, die die Kinder anregten eigene Rechengeschichten zu erfinden und zu lösen. Der Kreativität wurden keine Grenzen gesetzt.

Marco sieht im Schaufenster ein Fahrrad um 400 €, einen Fernseher um 300 €, einen Videorecorder um 200 € und einen CD-Player um 100 €. Marco hat 500 €.

F: Er will einen Fernseher und einen CD-Player kaufen. Wie viel € bekommt er zurück?

R: 300€	500€	
100€	- 400€	
400€	100€	

A: Er bekommt 100€ zurück.

F: Was kann sich Marco mit seinem Geld kaufen?

R: Fahrrad : 400€ Marco hat 500€.
 Fernseher : 300€ $400€ + 100€ = 500€$
 Videorecorder : 200€ $300€ + 200€ = 500€$
 CD-Player : 100€

A: Marco könnte sich ein Fahrrad und einen CD-Player kaufen, oder einen Fernseher und einen Videorecorder.

3.4.2 Mathematische Sprache - Vokabelsammlung

Schüler/innen erklärten den Mitschülern und Mitschülerinnen ihren Lösungsweg. Dabei wurden die Wege des Denkens versprachlicht. Im Zuge dieser Gespräche erkannten die Schüler/innen, wie notwendig klare und eindeutige Formulierungen für die Lösung von Aufgaben sind.

Untersuchungen haben ergeben, dass in der ersten Schulstufe ungefähr 51 neue Fachwörter in Mathematikaufgaben auftauchen². Diese müssen die Schüler/innen verstehen, um mathematische Probleme lösen zu können. Ziel unseres Projektes war es deshalb auch der mathematischen Sprache besonderes Augenmerk zu schenken.

Auf unserem Weg vom Rechnen zu einer neuen Aufgaben- und Lernkultur wurde ein mathematisches Vokabelheft angelegt. Jedes Kind erstellte eine mathematische Vokabelsammlung. Es notierte Fachwörter und erklärte diese mit eigenen Worten. Jedes Kind hat sich dabei seinen individuellen Bedeutungshintergrund bewusst gemacht.

weniger : man zählt weg.
 mehr : man gibt etwas dazu.
 Hälfte : die Hälfte sind zwei gleiche Teile.
 Summe : zusammenzählen

² SCHWETZ, Herbert (2007). Skriptum: "Der lange Weg vom Rechnen zu einer neuen Aufgaben- und Lernkultur"

3.4.3 Mathematische Begriffe

Um die Verständlichkeit von mathematischen Vokabeln zu überprüfen wurden den Schüler/innen je 25 Begriffskärtchen³ vorgegeben, die den Bildungsstandards „Arbeit mit Größen/Ebenen im Raum“ und „Arbeit mit Zahlen und Operationen“ zugeteilt werden können. Diese mussten von den Schüler/innen geordnet werden. Der ‚leichteste‘ Begriff erhielt den Platz 1, der ‚schwierigste‘ Begriff den Platz 25.

Die Erkenntnis daraus war, dass die Ergebnisse der Kinder verglichen mit denen der Lehrer/innen sehr unterschiedlich waren.

Bei der Erklärung der Begriffe konnten die Untersuchungsergebnisse von Michaela REITBAUER bestätigt werden, dass

- ▶ *verschiedene Begriffe zwar aus der Erlebniswelt der Kinder erklärt werden konnten, aber nicht im Sinne des mathematischen Kontexts oder Zusammenhanges des Sachtextes standen*
- ▶ *einzelne (Fach-)Begriffe in der Mathematik eine völlig andere Bedeutung haben als im Alltag der Kinder*
- ▶ *viele Wörter, Definitionen in der Erlebnis- und „Begriffs“welt der Kinder gar nicht vorhanden sind*
- ▶ *manche Begriffe unterschiedliche Bedeutungen auch innerhalb der Mathematik haben ...*

Mathematische „Vokabel“ sind als „Schlüssel“ zu sehen, um mathematische Texte zu verstehen.

Es boten sich folgende Möglichkeiten an, um diese zu klären:

- ▶ In der Partner- und Gruppenarbeit konnten die Kinder einander bei der Klärung der Begriffe helfen.
- ▶ Dazu kamen im Forscherkreis die Erklärung in der Umgangssprache und die Verwendung in praktischen Beispielen.
- ▶ Manche Begriffe konnten auch szenisch dargestellt oder zeichnerisch umgesetzt werden, wie z. B. neben, hinten, gegenüberliegend, parallel.

3.4.4 Bildungsstandards

Der Aktivlernzyklus führte zu einer Veränderung des Mathematikunterrichts in Richtung Bildungsstandards, weil durch die neuen Rahmen- und Lernbedingungen die Schüler allgemeine mathematische Kompetenzen erwarben, die in den Bildungsstandards verankert sind: KOMMUNIZIEREN, MODELLIEREN, OPERIEREN und PROBLEME STELLEN und LÖSEN.

Auch durch den Erfahrungsaustausch mit den Mitschüler/innen wurden mathematische Kompetenzen erworben. Zum Beispiel die Fähigkeit eine Sachsituation in ein mathematisches Modell zu übertragen (=MODELLIEREN)

³ Liste der Begriffe im Anhang

3.4.5 Neue Lernkultur

Die Individualisierung führte zur Weiterentwicklung der Lern- und Aufgabekultur. Die Schüler wurden sensibel für unvollständige und nicht lösbare Aufgaben, wie z. B. **Hirtenaufgaben** und **Kapitänsaufgaben**. Diese prüfen, ob die Kinder in der Lage sind, Unsinnstexte zu erkennen.

Durch diese neue Lernkultur wurden Fähigkeiten gefestigt und der Mathematikunterricht führte zu einem Problemlöse- und Denkkunterricht.

3.4.6 Neue Lehrer/innen – Rolle

Bei dieser Form des Unterrichts änderte sich die Rolle des Lehrers und der Lehrerin:

1. Die Lehrperson trat in den Hintergrund.
2. Sie war Moderator und nicht mehr Instruktor.
3. Sie hatte mehr Zeit zu beobachten.
4. Die Lernkultur der Schüler/innen konnte bewusst wahrgenommen werden.
5. Es erhöhte sich die Transparenz und Objektivität.
6. Der soziale Aspekt wurde gefördert.
7. Bessere Orientierung und Sicherheit in der Unterrichtsarbeit.

3.4.7 Nahtstelle Volksschule-Hauptschule

In unserem Bezirksnetzwerk verfolgten wir das Ziel, dass Lehrer aus Volks- und Hauptschulen zusammenarbeiten, sich vernetzen und neue fachdidaktische Erkenntnisse für den Mathematikunterricht verbreiten.

Das ermöglichte einen direkten Austausch von Praxiswissen zwischen Volks- und Hauptschullehrer/innen. Im Rahmen dieser Zusammenarbeit ist es gelungen, eine verbindliche Grundlage auf die Frage „Was erwarten sich Hauptschullehrer/innen von den eintretenden Volksschulkindern“ zu erstellen. Dieser Anforderungskatalog legt fest, welche Bereiche im Mathematikunterricht in Bezug auf Mathematik und Sprachproduktion und den Grundrechnungsarten abgedeckt werden sollen. In fachdidaktischen Konferenzen wurde dieser „Schnittstellen-Konsens“ zwischen Volks-, Sonder- und Hauptschullehrer/innen allen Schulen des Aufsichtsbereiches als verbindliche Grundlage vorgestellt⁴.

3.4.8 Wissenschaftliche Begleitung

Bei unserem Projekt, das im Bezirksnetzwerk eingebunden war, wurden wir auch wissenschaftlich begleitet. Wir Lehrer/innen wurden durch spezielle Angebote in der bezirksinternen Fortbildung ermutigt, unseren viablen Weg bei der Umsetzung der Projektidee zu finden.

Studierende der Pädagogischen Akademie Steiermark führten Messungen bei den Schüler/inne/n durch. Die erste erfolgte im November 2007. Diese beinhaltete:

⁴ Siehe Anhang - Schnittstellenkonsens

Schätzaufgaben, einen Richtig-Falsch-Lesetest, Zahlenreihen und Muster entdecken, Körper, Flächenmaße und andere Denkaufgaben, einen Schülerfragebogen zur Freizeit, Textrechnungen, einen Schülerfragebogen zum Lesen und zur Mathematik und eine Selbsteinschätzung.

Von Dr. SCHWETZ wurde untersucht, ob Schülerinnen und Schüler der Versuchs- und Vergleichsgruppen die viabilitätsorientierte Lernkultur unterschiedlich beurteilen. Dabei konnte festgestellt werden, dass Kinder sehr rasch feststellen, wenn sich die Lernkultur ändert.

Die zweite Messung erfolgte im April 2008 mit einem Richtig-Falsch-Lesetest, Textaufgaben, Finden von Rechengeschichten und einem Lesetest zum Nachdenken.

Die Evaluation einer viabilitätsorientierten Lernkultur im Mathematikunterricht der Grundschule hat laut Dr. Schwetz ergeben: „*In Kombination mit dem Interesse kann festgestellt werden, dass intensiv mitarbeitende Schülerinnen und Schüler und Schülerinnen und Schüler mit hohem Interesse an Mathematik eine „andere Brille“ haben als Schülerinnen und Schüler, die diese beiden Merkmale nur in geringem Maße aufweisen.*“

Bemerkenswert ist das Ergebnis, dass Schülerinnen und Schüler mit niedrigem Interesse und niedriger Mitarbeit Neues im Mathematikunterricht weit weniger wahrnehmen. Ein viabilitätsorientiertes, zur Selbstbestimmtheit und zur Selbstregulierung führendes Angebot findet viel stärker bei interessierten und stark mitarbeitenden Schülerinnen und Schülern Wahrnehmung und Anerkennung.“

Genauere Ausführungen über die Untersuchungsergebnisse von Maßnahmen zur Veränderung des Mathematikunterrichts in unserem regionalen fachdidaktischen Bildungsnetzwerk sind nachzulesen im Buch „Pädagogisches Handeln: Balancing zwischen Theorie und Praxis“ unter dem Kapitel: „Ist pädagogisches Handeln von Lehrenden zur Veränderung der Aufgaben- und Lernkultur im Mathematikunterricht wirklich unbestimmbar?“ von GASTAGER, HASCHER & SCHWETZ (2007).

3.4.9 Fragebogen

Am Ende der Projektphase war geplant zwei verschiedene Fragebögen von den Schüler/inne/n ausfüllen zu lassen. Einer sollte über eine traditionelle Mathematikstunde - „Wie ist es dir in der heutigen Mathematikstunde gegangen?“ - der andere über eine Forscherstunde – „Wie ist es dir in der heutigen Forscherstunde gegangen“ - Auskunft geben.

Doch bereits bei der Erstellung der Fragebögen stand fest, dass es in der Projektklasse überhaupt nicht mehr möglich war, in einer traditionellen Mathematikstunde den Kindern etwas „scheibchenweise vorzukauen“. Die Schüler/innen hinterfragen kritisch und wollen sofort einen Lösungsweg finden.

Mit Eifer wurden immer wieder sogar neue Kapitel des Mathematikunterrichts von den Schüler/inne/n selbst erarbeitet und den Mitschüler/inne/n erklärt.

4 INTERPRETATION DER ERGEBNISSE

Die Arbeit am Projekt führte zu einer Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts in Richtung differenziertem, individualisiertem, viabilitätsorientiertem und standardbasiertem Lernen. Dabei stand die Entwicklung der Sprachrezeption und Sprachproduktion hin zur Sprachproduktion und Sprachreflexion im Mittelpunkt.

Mit diesem neuen Weg des Lehrens und Lernens im Mathematikunterricht wurden die Schüler/innen/kompetenzen im Sinne ausgewählter Bildungsstandards gefördert und unterstützt.

Die Arbeit mit Lernumgebungen führte zu viabilitätsorientiertem Lernen im Mathematikunterricht und schuf die Basis für das Lösen von anspruchsvollen Textaufgaben. Durch das Kommunizieren entwickelten die Schüler/innen Problemlösekompetenz, indem sie Aussagen verglichen, bewerteten und interpretierten. Das Kommunizieren und die Interaktionen mit den Mitschülern und Mitschülerinnen halfen den Kindern, sich Wissen aufzubauen, andere Denkweisen kennen zu lernen und sich über das eigene Denken klar zu werden. Man merkte, dass die Kinder nicht sofort rechneten, sondern zuerst hinterfragten und begründeten. Das Arbeiten erfolgte in einem didaktisch-methodischen Dreischritt „LESEN – DENKEN – RECHNEN“ – also Lesen der Textaufgabe, Nachdenken über die Sinnhaftigkeit oder Unvollständigkeit der Aufgabenstellung und danach Setzen von Lösungsschritten.

Wurden die Sachprobleme in Bezug auf ihre Gültigkeit zur Sachsituation hin von den Schüler/innen selbst überprüft, dann drangen sie als „Forscher/innen“ in die Mathematik ein.

Lernumgebungen wecken nach FREUDENTHAL bei Kindern Neugier und Forschungsfreude im Mathematikunterricht.

Die Ergebnisse der wissenschaftlichen Untersuchung bestätigten in unserer Schule, was ohnehin für alle Beteiligten klar ersichtlich war, dass die Forscherstunden den Schüler/innen großen Spaß bereiteten. Sie weckten das Interesse und wirkten sich sehr positiv auf die Mitarbeit und Mitgestaltung des Unterrichts aus.

Ein wahrer Boom wurde durch das Schreiben von Rechengeschichten ausgelöst. Die Schüler/innen überboten sich und jedes Kind war stolz, wenn es Beispiele der Schulkamerad/inn/en lösen konnte⁵.

Diese individuellen Leistungen wurden von den Lehrer/innen kompetenzorientiert wahrgenommen. Das führte zu einem fördernden, individualisierenden Umgang mit den Leistungen der Schüler/innen.

Für mich erschien es deshalb auch wesentlich, die Ergebnisse des Projektes durch Schüler/innen/beispiele zu dokumentieren.

Unser Ziel ist es auch weiterhin, die Aufgaben- und Lernkultur im Mathematikunterricht zu verändern. Wir konnten feststellen, dass Lernende in einer lebendigen Auseinandersetzung mit der Mathematik Kompetenzen erwerben, die die Qualität des Unterrichts – und zwar nicht nur in Mathematik fördern. Bestimmte Lerntechniken und Arbeitsweisen haben sich ohne zutun der Lehrer/innen auf andere Gegenstände übertragen.

Diese Stunden bestätigten immer wieder, dass Schüler/innen Freude an Mathematik haben.

⁵ Rechengeschichten der Schüler/innen im Anhang

5 TIPPS FÜR ANDERE LEHRKRÄFTE

Wichtig für das Gelingen eines innovativen Projektes ist, dass alle Schulpartner/innen genau informiert werden. So haben wir bereits bei der Klassenforumssitzung am Beginn des Schuljahres alle Eltern von unserem Projektvorhaben in Kenntnis gesetzt. Sie haben den Gedanken des IMST-Projektes mitgetragen, dass sie den Kindern zugestehen auf eigenen Wegen zu Lösungen zu kommen und dass nicht einübende sondern denkende Verfahren im Vordergrund stehen. Damit sollte kontraproduktives Eingreifen, wie „das rechnet man ganz anders“ der Erziehungsberechtigten vermieden werden.

Außerdem wurde in diesem Schuljahr mit Zustimmung der Eltern das Stoffgebiet für Mathematikschularbeiten nicht eingeschränkt. Mathematische Fertigkeiten sollen nicht nur für Schularbeiten trainiert werden.

In unserer Schule wurde dieses Projekt mit großer Begeisterung durchgeführt und es profitierten nicht nur die Schüler/innen, sondern auch die Lehrer/innen und die Schule.

Im Projektteam wurde ein Professionalisierungsprozess eingeleitet und es erfolgte eine Stärkung der Lehrer/innen/persönlichkeit.

Für die Schule war die Arbeit ein Beitrag für die Qualitätsentwicklung an unserem Standort.

Erfahrungen und Erkenntnisse, die wir aus diesem Projekt gewonnen haben, konnten wir auch anderen Schulen zugänglich machen und bekannt geben.

Auf Wunsch unserer Bezirksschulinspektorin durfte ich über die Umsetzung unseres Projektes anlässlich einer Inspektor/inn/entagung berichten. Es folgten Einladungen in viele Schulbezirke der Steiermark. So wurden im heurigen Schuljahr über 800 Interessierte – Landes- und Bezirksschulinspektoren und -inspektorinnen, Schulleiter/innen, Fachkoordinator/inn/en für Mathematik, Praxislehrer/innen, Praxisberater/innen, Studierende und Lehrer/innen – über unsere Projektarbeit informiert. Viele sind von der Idee begeistert und wollen in ihren Schulen ähnliche Aktionen starten.

Als Projektnehmerin und Schulleiterin kann ich den IMST-Gedanken nur bestätigen: Innovationen machen Schulen TOP und das Netzwerk macht Mut, neue innovative Wege zu gehen!

6 LITERATUR

BARZEL, Bärbel; BÜCHTER, Andreas; LEUDERS, Timo (2007). Mathematik Methodik, Handbuch für die Sekundarstufe I und II. 11. Auflage Berlin: Cornelsen Verlag.

REICH, Kersten (2004). Konstruktivistische Didaktik. Lehren und Lernen aus interaktionistischer Sicht. München: Vlg. Luchterhand, 2. Auflage.

SUNDERMANN, Beate/SELTNER Christoph (2007). Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht. 7. Auflage Berlin: Cornelsen Verlag.

Sonstige Quellen:

BAUMER, Jürgen/KÖLLER, Olaf (1998). Beitrag in der Zeitschrift PÄDAGOGIK 6/98 mit dem Schwerpunkt „Schule auf dem Prüfstand“: „Nationale und internationale Schulleistungsstudien – Was können sie leisten, wo sind ihre Grenzen?“. Weinheim: Beltz Verlag.

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur. Bildungsstandards für Mathematik 4. Schulstufe. Wien: Vervielfältigung: Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur

HÖFERT, S. & SCHWETZ, H. (2005). Skriptum der wissenschaftlichen Untersuchung „Sind gute Leser gute Textrechner? – Mathematik und Sprache“

REITBAUER, Michaela (2008). Beitrag in SCHULE, Heft Nr. 196: „Mathematische Vokabel und deren Bedeutungsträger“. Medienfabrik Graz.

SCHWETZ, Herbert (2007). Skriptum: „Der lange Weg vom Rechnen zu einer neuen Aufgaben- und Lernkultur – Für das mathematische Vokabelheft“

SCHWETZ, Herbert (2007). Beitrag in UNSER WEG, Heft2/2008: „Evaluation einer viabilitätsorientierten Lernkultur im Mathematikunterricht der Grundschule“. Graz, Leykam Buchverlag

SCHWETZ, Herbert (2007). Beitrag in UNSER WEG, Heft2/2007: „Was haben die Kapitänsaufgaben in der Volks- und Hauptschule mit der Unterschrift auf einem Vertrag für ein Handy zu tun?“. Graz, Leykam Buchverlag.