

# WEGE ZUR DIFFERENTIALRECHNUNG

**Mag. Monika Gabriel-Peer**

HTL Anichstraße 26  
A - 6020 Innsbruck

Innsbruck im Juli 2003

## Grundlegendes

Differential- und Integralrechnung ist eines der wichtigsten Kapitel des Mathematiklehrestoffes der Oberstufe. Um sie wirklich umfassend verstehen zu können, ist es meiner Meinung nach wichtig, sich ihr von verschiedenen Seiten anzunähern.

In meinem Unterricht verwende ich üblicherweise alle (oder die meisten) der beschriebenen Wege, um den verschiedenen Schülertypen Anschauliches und Abstraktes zu bieten, sie mit Wissen zu versorgen und ihre Selbsttätigkeit zu fördern. An der HTL, Abteilung Maschineningenieurwesen, wird zu Beginn des 3. Jahrgangs das Kapitel Folgen, Reihen und Grenzwerte besprochen, anschließend steht die Analysis am Programm. Meiner Meinung nach ist deren umfassende Besprechung nur mit obiger Voraussetzung möglich. Dafür nehme ich mir üblicherweise mindestens einen Monat Zeit, damit die wichtigen Begriffe wirklich verstanden werden.

Insgesamt verwende ich für die Hinführung und das Verständnis des Differenzierens viel mehr Zeit, als für Übungsaufgaben (z. B. Extremwertbeispiele, Exekutieren der Ableitungsregeln – technische Beispiele).

An der HTL ist der Einsatz von Computer Algebra Systemen (CAS) üblich, in meiner Klasse wurde der Taschenrechner TI 92 und das Programm MathCAD verwendet. Diese Voraussetzung bietet größere zeitliche Freiräume, es müssen weniger Fertigkeiten eingeübt werden und es kann mehr Verständnis vermittelt werden.

Pädagogisch didaktische Zielsetzung: im Unterricht begangene Wege erneut beschreiten und systematisch beschreiben:

## Psychologische und philosophische Vorüberlegungen

In diesem Kapitel wird der Lehrstoff an HTL für den 2. und 3. Jahrgang dem Entwicklungsstand der Jugendlichen gegenübergestellt.

Für mich ist es immer wieder faszinierend, wie gut Lehrstoff und Entwicklung zusammenpassen, wie genau die „Alten“ vermutlich darüber nachgedacht haben und hoffe, dass es auch so bleiben möge und nicht im Zuge von Neuerungen und Raffungen im Lehrstoff verloren gehe. Ich nehme an, dass die Lehrplangestalter diese Synchronizität bewusst gestaltet haben – und hoffe, dass bei künftigen Änderungen darauf auch Rücksicht genommen werden wird!

### 1. Ein intuitiver Weg (Gruppen- und Partnerarbeit)

Eine Einführung in das „Denken in Veränderungen“, vermitteln grundlegender Informationen über das Differenzieren an den Beispielen

- **Steigungen** (eines Berges) – es bewährt sich sehr, hierfür z. B. eine Beschreibung aus einem Bikingführer oder einen anderen bekannten Berg zu nehmen
- **Geschwindigkeiten** auf einer Skipiste - der Hang mit seiner Neigung ist vorgegeben, es wird nach einem Maß für die mittlere Geschwindigkeit, die ungefähre Geschwindigkeit an verschiedenen Orten und die genaue Geschwindigkeit an einem besonderen Ort gefragt und wie diese so exakt wie möglich zu bestimmen ist.

## **2. Historischer Zugang (Schülerprojekt)**

Nachdem Grenzwerte (Lehrerinvortrag), Steigungen, Geschwindigkeiten und theoretisch die Grundlagen der Differentialrechnung (Lehrerinvortrag) behandelt worden sind, wurden mit Hilfe der Bücher von R. Taschner: „Das Unendliche“ und Meschkovski: „Denkweisen großer Mathematiker“ von den Schülern in Zweiergruppen Vorträge ausgearbeitet und präsentiert.

### **Erfahrungen mit diesem Zugang:**

Dieser erstmalig getestete Weg erwies sich als sehr günstig, weil die Schüler den neuen Lehrstoff selber darstellen und präsentieren mussten, darüber reden und die verschiedenen Blickwinkel auf das Unendliche miteinander vergleichen konnten. Es war vertraut genug, um sich anzustrengend und neu genug um spannend zu sein. Insgesamt eine sehr positive Erfahrung.

## **3. Exakt, kurz und bündig – ein sehr empfehlenswerter und zeitsparender Weg (Lehrerinvortrag)**

Differentiationsregeln herzuleiten ist eine Möglichkeit, mathematisches Beweisen und Denken zu üben. Der klassische Weg ist langwierig, ich verwende einen, bei dem alle Differentiationsregeln mit Hilfe der Ableitung des natürlichen Logarithmus und der Kettenregel, in weniger als der Hälfte der sonst benötigten Zeit mit den Schülerinnen und Schülern besprochen werden können. Entwickelt wurde er von meinem Kollegen H. Partoll.

Ableitungsregeln wurden von Mathematikern im Laufe der Zeit gefunden, um nicht jede Funktion neu mit Hilfe der Definition des Differentialquotienten abzuleiten – um Zeit zu sparen. Sie wurden historisch ganz anders entwickelt, aber dafür bräuchten wir viel mehr Zeit!

## **4. Technische und andere Beispiele (Schülervorträge)**

Anwendung des Erlernten in physikalischen, technischen und anderen Beispielen: Volumen eines Hühnerreis, Wurfparabel eines Wasserstrahls, Kurbeltrieb u. a. Hierfür ist es schwierig, für Schüler geeignete Literatur zu finden, die sie animiert, sich selber Fragen zu stellen und fehlende Überlegungen zu ergänzen, die üblichen HTL-Schulbücher eignen sich, aber auch Ingenieurmathematik von Papula (Übungen), es ist wichtig, dass Schüler die Lücken mathematisch zu füllen!