Franz Picher

Sozialreflexion im Mathematikunterricht: Kooperation oder Verweigerung

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Naturwissenschaften

ALPEN-ADRIA-UNIVERSITÄT KLAGENFURT

Fakultät für interdisziplinäre Forschung und Fortbildung (IFF)

1. Begutachter: o. Univ.-Prof. Mag. Dr. Roland Fischer
Institut für Didaktik der Mathematik

2. Begutachter: o. Univ.-Prof. Mag. DDr. Willibald Dörfler
Institut für Didaktik der Mathematik

Mai 2007

Ehrenwörtliche Erklärung

Ich erkläre ehrenwörtlich, dass ich die vorliegende wissenschaftliche Arbeit selbstständig angefertigt und die mit ihr unmittelbar verbundenen Tätigkeiten selbst erbracht habe. Ich erkläre weiters, dass ich keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Alle aus gedruckten, ungedruckten oder dem Internet im Wortlaut oder im wesentlichen Inhalt übernommenen Formulierungen und Konzepte sind gemäß den Regeln für wissenschaftliche Arbeiten zitiert und durch Fußnoten bzw. durch andere genaue Quellenangaben gekennzeichnet.

Die während des Arbeitsvorganges gewährte Unterstützung einschließlich signifikanter Betreuungshinweise ist vollständig angegeben.

Die wissenschaftliche Arbeit ist noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt worden. Diese Arbeit wurde in gedruckter und elektronischer Form abgegeben. Ich bestätige, dass der Inhalt der digitalen Version vollständig mit dem der gedruckten Version übereinstimmt.

Ich bin mir bewusst, dass eine falsche Erklärung rechtliche Folgen haben wird.

Klagenfurt, 8. Mai 2007

Inhalt

Dank

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen des DoktorandInnenkollegs „Mathematische Bildung im informationstechnologischen Zeitalter“ an der Universität Klagenfurt. Die Gruppe, in der ich mitarbeitete, beschäftigte sich mit der Reflexion über gesellschaftliche Problemstellungen unter Verwendung der Mathematik als Hilfsmittel. Dabei wurden Unterrichtsprojekte geplant, durchgeführt und ausgewertet. Der gemeinsamen Diskussion der einzelnen Arbeitsschritte kam hierbei eine besonders wichtige Rolle zu. Viele anregende Ideen sind in diesen Diskussionen entstanden.

Daher möchte ich der Kollegin und den Kollegen danken, die immer wertvolle Diskussionsbeiträge lieferten: Erwin Höferer, Gerhard Pschill, Rainer Schmid-Zartner, Maria Schreiber, Martin Sleska und Karl Zouhar. Diese Personen standen auch für Unterrichtsbeobachtungen und Interviews mit Schülerinnen und Schülern zur Verfügung. Auch dafür sei ihnen an dieser Stelle gedankt.

Besonderer Dank gebührt dem Betreuer unserer Gruppe, Herrn Prof. Roland Fischer, der in zahlreichen Gesprächen viele Anregungen lieferte und mich in der Reflexion meiner Arbeitsschritte von der Planung bis zur Auswertung begleitete.

Mein Dank gilt auch dem Team der MathematikdidaktikerInnen der Universität Klagenfurt, die im Rahmen des DoktorandInnenkollegs ein Bündel an Veranstaltungen anboten, die meine Arbeit begleiteten: Herrn Prof. Willibald Dörfler, Herrn Prof. Gert Kadunz, Herrn Prof. Werner Peschek und Frau Prof. Edith Schneider.

Zu danken habe ich Frau Dr. Elisabeth Spiess, die die Arbeit sehr genau las und viele Vorschläge zur Verbesserung der Lesbarkeit und Verständlichkeit lieferte.

Dankbar möchte ich auch Frau Mag. Birgit Seitz erwähnen, die mich auf das DoktorandInnenkolleg aufmerksam machte und gemeinsam mit mir erste Ideen zu weiterer Forschungsarbeit im Gebiet der Didaktik der Mathematik entwickelte.

Schließlich möchte ich noch meinen Eltern danken, die mir die universitäre Ausbildung zum Lehrer als Grundlage für das Doktoratsstudium ermöglichten und mich immer ermutigten und unterstützten.

Franz Picher, im Mai 2007

Abstract

Is it possible to reflect reasonably with pupils on social behaviour by means of mathematics? Which importance can this subject have for those who learn as well as for society? Within an educational project, and with the help of games like the Prisoners' Dilemma and texts, situations were discussed in which cooperation of all parties involved would show an optimal result but which also have a great appeal to denial for each party involved. Mathematics can help to distance oneself from consternation and also creates the possibility of abstraction and helps to precise possibilities of reflection. After the end of this project the first question can be answered with "yes".

I Einleitung

Im Zentrum dieser Arbeit steht ein Mathematikunterricht, der Reflexion über ein außermathematisches Thema in den Mittelpunkt stellt. Die Mathematik selbst ist dabei nicht Gegenstand des Lernens – sie wird vielmehr als Hilfsmittel zur Bearbeitung des Leitgedankens verwendet. Ausgangspunkt ist die Fragestellung:

Ist es möglich, mithilfe der Mathematik mit Schülerinnen und Schülern über soziales Verhalten sinnvoll zu reflektieren?

Ziel ist es, mit den Lernenden auf „höherem“ Niveau über menschliche Entscheidungen und Handlungen nachzudenken und dabei zu untersuchen, ob dieser Inhalt angenommen und als wichtig gesehen werden kann. Bei Entscheidungsfindungsprozessen einerseits und bei der Analyse beobachteter Verhaltensweisen auf der anderen Seite sollen eigene Reflexionen der Schülerinnen und Schüler gefördert werden. Was unter einem „höheren“ Niveau zu verstehen ist, und wie gerade die Mathematik dazu beitragen kann, dieses zu erreichen, wird ausführlich dargestellt. Ich möchte das Nachdenken über soziales Verhalten im Folgenden als *Sozialreflexion* bezeichnen. Der Weg, der in dieser Arbeit beschritten wird, um die Bedeutung dieser Sozialreflexion zu beleuchten, zeichnet die Überlegungen, die mich zunächst selbst – und in der Folge auch meine Schülerinnen und Schüler – beschäftigt haben, nach.

Am Anfang des Weges stehen theoretisch-philosophische Gedanken zum Thema „Sozialreflexion“ (Teil I). Ich beginne dabei mit der Bedeutung des Themas für die Gesellschaft und leite daraus Anforderungen an die Schule ab. Auf die im Zentrum dieser Arbeit stehende praktische Umsetzung dieser Überlegungen im Unterricht führt daran anschließend die Betrachtung der „Tragik der Allmende“, einer Idealisierung von Realsituationen aus der Spieltheorie, hin. Im Mittelpunkt steht hier – wie auch im Hauptprojekt – die Entscheidung zwischen *Kooperation* und *Verweigerung*. Eine Pilotstudie (Teil II) bereitete die Schülerinnen und Schüler auf das Hauptprojekt vor und soll auch hier einen Einstieg in die Untersuchung von Entscheidungssituationen im Schulunterricht geben. Die Pilotstudie zeigt, wie ein Unterricht, der die Mathematik – wie anfangs beschrieben – als Hilfsmittel verwendet, gestaltet werden kann. Es sei schon an dieser Stelle angemerkt, dass die Pilotstudie, wie auch das Hauptprojekt, mit sehr wenig Mathematik auskommen, und daher die Rechtfertigung für das Unterrichten konkreter mathematischer Inhalte in der vorliegenden Arbeit bestenfalls zweitrangig ist. Die Bedeutung der Mathematik für Sozialreflexion wird hingegen ausführlich dargestellt.

Das Hauptprojekt (Teil III) zeigt schließlich, dass ein reflexionsorientierter Unterricht in der geplanten Art und Weise möglich ist, wobei dieses Ergebnis unter Berücksichtigung der konkreten Situation gesehen werden muss. Die Auswertung (Teil IV) der unterrichtspraktischen Umsetzung meiner Überlegungen ergab eine mögliche Einteilung der Lernenden nach der „Tiefe“ der angestellten Reflexionen: Alle Schülerinnen und Schüler haben im Hinblick auf soziale Verhältnisse dazugelernt; insbesondere konnte am Ende des Projekts auf höherem Niveau über Entscheidungssituationen („Kooperieren oder Verweigern“) nachgedacht werden. Viele der angestellten Überlegungen beschränkten sich dabei allerdings auf das Aufgreifen von Reflexionen anderer, jedoch wurden diese zu einem guten Teil auch hinterfragt. Nur wenige Schülerinnen und Schüler brachten hingegen eigene Ideen ein und bewerteten die Lerninhalte auch selbständig. Ich werde daher als ein Ergebnis des Projekts *Reflexionsebenen* definieren, erläutern und mit Beispielen belegen. Eine Vielzahl festgehaltener Aussagen aus dem Unterricht soll zur Objektivierung beitragen und helfen, diese Arbeit lebendig wirken zu lassen.

Nachdem der zu beschreitende Weg vorliegt, möchte ich die einzelnen Etappen nun ausführlich beschreiben. Die Kapitel führen zu Aussichtspunkten, die das im Zentrum stehende Hauptprojekt auf immer konkretere Weise in den Mittelpunkt rücken lassen.

1 Sozialreflexion

Dieser Abschnitt beinhaltet eine Erläuterung der Philosophie, die hinter dem betrachteten reflexionsorientierten Unterricht steht. Dazu wird ein gedanklicher Rahmen errichtet werden, der erstens zum besseren Verständnis des Projekts beitragen soll und zweitens meine Motivation für Planung, Durchführung und Auswertung dieses Unterrichts verdeutlicht. Die nachfolgenden Überlegungen haben dabei Allgemeinbildungsziele als Anforderung an die Schule zum Endzweck. Die bereits angesprochene Sozialreflexion steht als Übertitelung dieser Ziele im Zentrum.

Sozialreflexion wurde bereits als Nachdenken über soziales[1] Verhalten definiert. Das Wort „Sozialreflexion" soll im Folgenden eine zweifache Bedeutung erhalten, und diese ist bei den weiteren Überlegungen immer mitzudenken:

- Sozialreflexion meint einerseits Reflexion über ein konkretes Gebiet, nämlich ein Nachdenken über Verhaltensweisen betreffend sozialer Problemstellungen. Die Formulierung „soziale Problemstellungen" kann dabei durchaus auch durch „soziale Verhältnisse" ersetzt werden, wodurch sich die gleichwertige Definition von Sozialreflexion als *Nachdenken über soziale Verhältnisse* ergibt.
- Sozialreflexion meint außerdem ein *gemeinsames Reflektieren* – im Unterschied zu individuellem Nachdenken. Im Hauptprojekt wird dem durch Arbeitsgruppen, Diskussionen, Vorträge und gemeinsames Hinterfragen des Gelernten Rechnung getragen. All das ermöglicht eine umfassendere Sicht (Die eigene Meinung soll nicht alleinig im Zentrum stehen.) auf die betrachtete Problemstellung, was durch das Wort „Sozialreflexion" betont wird.

Der konkrete Inhalt, anhand dessen es nun zu Sozialreflexion kommen soll – nämlich ein reflektiertes Nachdenken über die Frage „Kooperation oder Verweigerung" – ist das im Mittelpunkt stehende Allgemeinbildungsziel des zur Sozialreflexion entwickelten Hauptprojekts. Warum messe ich diesem Ziel Bedeutung für die Schule – ja für die Gesellschaft – bei?

---

[1] Ich definiere hier Sozialreflexion über das Wort „sozial". Um einem Zirkelschluss entgegenzuwirken, soll daher auch das Wort „sozial", wie ich es im vorliegenden Zusammenhang verstehe, erklärt werden.

Im Duden findet man hierzu: „das Zusammenleben der Menschen in Staat und Gemeinschaft betreffend" und „auf die menschliche Gemeinschaft bezogen"; im Bertelsmann-Lexikon liest man: „auf die Beziehungen zwischen Menschen bezogen".

Ich möchte die Bedeutung des Wortes „sozial" für meine Überlegungen noch auf „in seinen Auswirkungen mehrere (zumindest zwei) Menschen betreffend" zuspitzen.

1.1 Kooperation oder Verweigerung

Ausgangspunkt und Motivation für die Behandlung des Inhalts „Kooperation oder Verweigerung" ist die *Naivität der Gesellschaft* dieses Thema betreffend. Dass Probleme zwar erkannt werden, aber zuwenig weit gedacht wird, soll am Beispiel „Die Tragik der Allmende" veranschaulicht werden:

Stellen Sie sich eine Weide vor, die für alle offen ist (eine Allmende). Es ist zu erwarten, daß jeder Hirte versuchen wird, soviel Vieh wie möglich auf dieser Gemeinschaftswiese zu halten ... Hierin liegt die Tragik. Jeder einzelne ist gefangen in einem System, das ihn zwingt, seine Herde grenzenlos zu vergrößern, und zwar in einer Welt, die sehr wohl Grenzen hat. In einer Gesellschaft, die an den freien Zugang zur gemeinsamen Weide glaubt, werden die Menschen auf den Ruin zustürzen, und dabei doch alle nur ihr bestes Eigeninteresse verfolgen. (Harding 1968; in Dixit, Nalebuff 1997, S. 336)

Situationen wie diese sind weithin bekannt, als (moderne) Beispiele dafür können etwa Rüstungswettläufe genannt werden: Zwei rivalisierende Staaten, die über ähnliche finanzielle Mittel verfügen und sich beide gezwungen sehen, viel Geld in die Rüstung zu investieren, können dadurch ihre Position nicht verbessern. Die Kontrahenten lehnen ein kooperatives Verhalten ab, weil ein Verweigern scheinbar besser ist. Der Einzelne fügt durch seine Handlung der Allgemeinheit (und letztlich sich selber) Schaden zu. Hierin liegt auch das Dilemma der Tragik der Allmende: Jeder einzelne Hirte kann zum Schluss kommen, dass ein Vergrößern seiner Herde die bessere Lösung für ihn ist – und zwar unabhängig vom Verhalten der anderen Hirten: Wenn diese nur wenige Tiere auf der Weide grasen lassen, ist es für ihn von Vorteil, mit mehreren Tieren einen größeren Teil der Allmende zu nutzen. Wenn hingegen alle Hirten so viel Vieh wie möglich auf der Gemeinschaftswiese halten, wäre er als einziger mit wenigen Tieren benachteiligt. Er wird also seine Herde in jedem Fall vergrößern. Der Einzelne kann durch ein konkurrierendes Verhalten seine Position also zunächst scheinbar verbessern; wenn allerdings zu viele die Kooperation verweigern, verlieren alle. Es lässt sich beobachten, dass wir uns in vielen Situationen nicht aus der Zwangsjacke, die durch das obige Beispiel beschrieben wird, befreien können. Ein egoistisch rationales Verhalten, das im Verfolgen der eigenen Interessen besteht, führt hier zu keinem optimalen Ergebnis.

Einen Schritt in Richtung Befreiung aus Situationen wie dieser kann nun vermehrte Reflexion betreffend das Thema „Kooperation oder Verweigerung" darstellen. *Sozialreflexion kann helfen, die gemeinsame Struktur hinter den Dilemmata Allmende und Rüstung zu erkennen.* Dieses Erkennen von Gemeinsamkeiten und das Betrachten der Beispiele von einer höheren Ebene helfen beim Kontakt mit (neuen) Dilemmata, die Situation besser einzuschätzen und die Folgen der Handlungsalternativen schon im Vorfeld zu erkennen. Sozialreflexion, als gemeinsames Reflektieren, umfasst dabei auch das Hineinversetzen in den anderen und hilft, die eigene Sicht zu relativieren. Der

Einzelne muss erkennen, wann er seine Interessen zugunsten der Akzeptanz der Bedingungen des sozialen Zusammenlebens hintanstellen muss.

Nun besteht – auch wenn das Dilemma der handelnden Person bekannt ist – immer noch ein Anreiz zur Verweigerung. Schließlich ist in einer kooperativen Gesellschaft der Hirte, der auf sich selbst schaut und mehr Vieh als die anderen auf die Weide schickt, (zunächst) der erfolgreichere – auch wenn er um die Folgen seiner Handlung für die Gesellschaft und den Anreiz zur Verweigerung, den seine Handlung für die anderen darstellen kann, weiß. *Die Kenntnis der „Tragik der Allmende" allein hilft uns also nicht dabei, das Dilemma, welches durch sie beschrieben wird, zu vermeiden.*

Die beschriebenen Beispiele zeigen, dass wir Menschen oft dazu neigen, in erster Linie auf unsere eigenen Interessen zu achten. Andererseits beobachten wir aber auch, dass Kooperation stattfindet und eine wichtige Bedeutung in unserer Gesellschaft besitzt. Wie kann sich nun – ausgehend vom Extremfall einer Welt voller Egoisten – dieses offenbar notwendige kooperative Verhalten entwickeln?[1] Ab einer gewissen Gruppengröße sind Regeln als Entscheidungsgrundlage – sowie eine Autorität, die deren Einhaltung überprüft – notwendig, um uns davor zu schützen, uns gegenseitig Schaden zuzufügen. *Regeln sind ein Instrument, um in Gemeinschaften für Kooperation zu sorgen.* Durch Regeln (und Bestrafung bei Missachtung der Regeln) kann vieles erreicht werden. In kleinen Gruppen sind Regeln nur in geringem Ausmaß vonnöten. Die auftretenden Problemfälle können im Einzelnen besprochen werden und auch Sanktionen für Handlungen, die der Allgemeinheit schaden, können von Fall zu Fall ausgehandelt werden. In größeren Gruppen besteht jedoch die Möglichkeit, sich mit jedem Fall für sich zu befassen, nicht. Deshalb müssen Handlungen, die der Gemeinschaft schaden, durch einen Regelapparat eingeschränkt werden.

Dabei ist aber Folgendes zu beachten: Ein Abkommen über notwendige Regeln setzt in demokratischen Verhältnissen eine Einigung über die zu beschließenden Bestimmungen voraus. Kooperation ist somit bereits im Vorfeld jeder Regelerstellung unumgänglich. Da nicht alle Mitglieder der Gesellschaft am Aufstellen einer Regel beteiligt sein können, muss in größeren Populationen eine kleinere Gruppe Problemfälle besprechen und Regeln samt Sanktionen festlegen. Diese Gruppe betreibt somit Sozialreflexion in ihrer doppelten Bedeutung und präsentiert die Ergebnisse den anderen. Ein Reflexionsprozess der Allgemeinheit führt schließlich zur Zustimmung oder Ablehnung (Jedes Individuum der Gesellschaft muss daher Sozialreflexion betreiben (können)!) und zur Festlegung der Regel oder zu erneuter Reflexion. Die Gemeinschaft handelt somit bei der Festlegung von Regeln bereits kooperativ, ohne den Willen zur Kooperation sind die eben beschriebenen Handlungsstränge nicht denkbar. *Re-*

[1] Eine pessimistische Antwort auf diese Frage gab vor über dreihundert Jahren Thomas Hobbes. Im Naturzustand, vor der Existenz einer Regierungsgewalt, würde eine derart rücksichtslose Konkurrenz unter den egoistischen Individuen herrschen, dass das Leben „einsam, armselig, ekelhaft, tierisch und kurz" wäre (Hobbes, zitiert nach Axelrod 1984, S. 3). Hobbes war der Ansicht, dass sich dauerhafte Kooperation nur unter einem zentralen Herrschaftsstab entwickeln konnte, ein starker Regierungsapparat erschien ihm daher als unumgänglich.

geln, die für Kooperation sorgen sollen, setzen also ein gewisses Maß an Kooperation voraus.

Das Dilemma der „Tragik der Allmende" kann daher durch Regeln alleine nicht gelöst werden, weil diese bereits ein kooperatives Verhalten voraussetzen. Kooperation kann durch rationale Argumentation nicht erreicht werden – Kooperation muss vielmehr gewollt werden. (Eine Gesellschaft kann ihren Mitgliedern deren Verhalten nicht im Detail vorschreiben.) Da sich Individuen unserer Art auch gegen Gesetze entscheiden können, ist für kooperatives Verhalten ein Motiv vonnöten.

Ansätze zur Verbesserung des Verständnisses menschlicher Entscheidungen und Handlungen erscheinen geeignet, um die Bedeutung ethischer Beweggründe für unsere Verhaltensweisen aufzuzeigen. Ziel sollte das Erreichen einer reflektierteren Sichtweise des Problems „Kooperation oder Verweigerung" mithilfe vermehrter Sozialreflexion sein. Sozialreflexion kann einen Beitrag dazu leisten, die Schwierigkeiten besser zu verstehen und zu erkennen, wieso manches trotz der Einführung von Regeln (beispielsweise in Form von Geldstrafen bei Umweltverschmutzung) nicht zum gewünschten Ergebnis führt. Das Beispiel der Tragik der Allmende kann dabei helfen, uns zu verdeutlichen, dass Regeln alleine nicht ausreichen: Es besteht immer ein Anreiz zu „schummeln". Ein Hirte kann – auch im Falle vorhandener Regeln zur Begrenzung der Anzahl der Größe der Herde – das Risiko einer Bestrafung zugunsten der eigenen Bereicherung eingehen. Er kann hoffen, dass in einer großen Herde sein zusätzliches Tier nicht entdeckt wird. Es wird also notwendig sein, immer neue Regeln zu finden. Eine Metaregel, die alle zur Kooperation bringt, kann es nicht geben, weil jede Regel Kooperation voraussetzt und in Frage gestellt und missachtet werden kann. *Dies führt uns zurück zur Erkenntnis, dass für das Erreichen von Kooperation ein Motiv vonnöten ist.*

Sozialreflexion als Nachdenken über soziales Verhalten kann auf zweifache Art und Weise einen Schritt hin zu einer kooperativen Haltung bedeuten:

- Sozialreflexion als Reflektieren über soziale Verhältnisse kann dazu beitragen, die Bedeutung von Kooperation für die Gesellschaft hervorzuheben.
- Sozialreflexion als gemeinsames Reflektieren kann helfen, von sich selbst abzusehen und größere Zusammenhänge zu erkennen.

Sozialreflexion zeigt uns die Bedeutung von Regeln und eines Motivs, sich – als Gesellschaft – solchen Regeln auszusetzen. Daher hat Sozialreflexion anhand des Themas „Kooperation oder Verweigerung" eine Bedeutung für die Gesellschaft.

1.2 Regeln und Reflexion

Im vorigen Abschnitt zeigte sich die Notwendigkeit einer Form von Regeln. Da der Erstellung von Regeln Kooperation vorausgehen muss, müssen Regeln von den Individuen einer Gesellschaft verstanden und wichtig genommen werden; *die Regeln dürfen aber nicht verabsolutiert werden*. Der nachfolgende Lösungsvorschlag für das Problem der Allmende soll die Bedingtheit von Regeln illustrieren:

Die Lieblingslösung der Ökonomen wäre es, Eigentumsrechte zu schaffen. Genau das ist im 15. und 16. Jahrhundert in England tatsächlich geschehen: Das gemeinschaftliche Land wurde eingezäunt und von örtlichen Adligen oder Grundbesitzern beansprucht. Wenn das Land Privateigentum ist, dann wird die unsichtbare Hand die Zugangspforte gerade im richtigen Ausmaß geschlossen halten. Der Eigentümer wird Weidegebühren erheben, um sein Einkommen zu maximieren, dadurch wird die Nutzung eingeschränkt. Die ökonomische Effizienz wird sich insgesamt verbessern, aber die Einkommensverteilung verändert sich: Die Gebühren machen den Eigentümer reicher und den Hirten ärmer. (Dixit, Nalebuff 1997, S. 337)

Wenn die Gemeinschaftswiese zudem die einzige Einnahmequelle für die Mitglieder der betrachteten Gesellschaft darstellt, würde ein geringfügiges Ungleichgewicht in den Vermögensverhältnissen der Hirten dramatische Folgen nach sich ziehen. Die Wohlhabenderen könnten sich die Weidegebühren für mehrere Tiere leisten, während Hirten mit geringeren finanziellen Mitteln bald keine Tiere mehr auf der Wiese halten könnten und ohne Arbeit dastünden. Eine Zusatzregelung müsste dann für die Beteiligung aller Individuen der Gesellschaft sorgen. Diese könnte besagen, dass jeder zumindest einen Teil der Gemeinschaftswiese auf jeden Fall nutzen darf. Die Bedingtheit dieser Regelung zeigt sich darüber hinaus durch eine eingeschränkte Übertragbarkeit auf vergleichbare Problemstellungen. So funktioniert dieser Lösungsvorschlag für Fischereirechte auf hoher See nicht, weil dort Eigentumsrechte schwer festzulegen sind.

Die Gesellschaft muss also die Notwendigkeit einer immer wiederkehrenden Hinterfragung der Regeln einsehen. Es kann sein, dass diese nicht mehr zeitgemäß sind oder aufgrund der Änderung einer Situation überdacht werden müssen. Die Regeln, die diesem kritischen Diskurs standhalten, werden dann als Folge dessen in ihrer Bedeutung für uns – als notwendige gemeinsame Entscheidungen – besser verstanden. Nun ist den aufgestellten Regeln natürlich genüge getan, wenn sie einfach – wenn auch unreflektiert – befolgt werden. Da aber immer die Möglichkeit besteht, sich nicht regelkonform zu verhalten, müssen die Inhalte der Regeln von möglichst vielen Mitgliedern der Gesellschaft als richtig und auch wichtig empfunden werden. *Ein Verstehen der Bedeutung einer Regel ist daher wichtig für unsere Gesellschaft.* Das dazu notwendige Stellen von Fragen führt zur Bewusstheit der Bedingtheit von Regeln. Die Einsicht in die Funktion von Regeln, die uns oft fehlt, geht einher mit der Erkenntnis, dass Regeln immer Vor- und Nachteile haben und hilft dabei, Regeln nicht zu verabsolutieren. (Wir sind gewohnt, dass sich alles irgendwie steuern lässt. Wenn dann irgendwo Schwierigkeiten auftreten, liegt es für uns daran, dass wir den Steuermechanismus – in Form einer passenden Regel – noch nicht gefunden haben.[1]) Deshalb kann (und soll) eine Form von Sozialreflexion dazu beitragen, zu erkennen, wo Regeln (samt Notwendigkeit zur Kontrolle der Einhaltung – also eine Form von Strafen) vonnöten sind und wo – im Gegensatz dazu – auf Regeln verzichtet werden kann oder sogar verzichtet werden muss. Dies führt uns hin zu einer reflektierten Kompromisssuche zwischen den Extrema „Regelwut“ auf der einen Seite und dem Appell an „das Gute“ im Menschen auf der anderen Seite.

Der Zweck einer Regel ist zumeist leicht einzusehen: Diese soll ein Dilemma wie die Tragik der Allmende vermeiden helfen; die Präferenzordnung der Handlungen soll durch die Regel zugunsten der Gesellschaft verändert werden. Wie kommt man aber zu (Vorschlägen für) Regeln? *Sozialreflexion kann Hinweise für Regeln liefern*: Diskrepanzen zwischen beobachtetem und erwünschtem Verhalten liefern Anhaltspunkte für Regeln. Reflexion kann aber auch stattfinden, wenn die Handlungen der Individuen der Gemeinschaft (noch) nicht ausgeführt wurden – Dilemmata und erfolgreiches Verhalten in solchen Situationen können auch gedanklich analysiert werden. Axelrod (Axelrod 1984) ging einen Schritt weiter und ließ in seinen Experimenten Strategien in Form von Computerprogrammen in einer Modellsituation aufeinander treffen.

Der Politologe Axelrod beschäftigte sich an der Universität von Michigan mit der Frage nach der Gewinnmaximierung im iterierten Gefangenendilemma. Das Gefangenendilemma ist – kurz gesagt – ein Zweipersonen-Analogon der Tragik der Allmende und steht am Beginn des Hauptprojekts, wo es auch ausführlich beschrieben wird.[2] Es gibt dabei wiederum die zwei Handlungsalternativen „Kooperieren“ und „Verweigern“ sowie einen hohen Anreiz zu verweigern. Beidseitige Kooperation der Beteiligten liefert das beste Gesamtergebnis. Zur Auffindung der besten Strategie veranstaltete Axelrod ein Computerturnier und lud dazu Spieltheoretiker ein, Strategien für das iterierte Gefangenendilemma einzureichen. Die Programme sollten auf ein Verweigern V oder ein Kooperieren K des Gegenspielers mit V oder K antworten können und durften dabei das Verhalten dieses Spielers bei früheren Begegnungen berücksichtigen. Außerdem war die Verwendung eines Zufallsgenerators ausdrücklich erlaubt. Axelrod ließ die Einsendungen gegeneinander spielen, wobei jedes Programm gegen jedes andere, gegen sich selbst und gegen eine zufällige Strategie, die mit gleicher Wahrscheinlichkeit zwischen Verweigern und Kooperieren wählt, antreten musste. Sieger sollte jene

---

[1] Die Naturwissenschaften verabschiedeten sich bereits von der Vorstellung, alles genau berechnen zu können. Lange Zeit für richtig gehaltene Aussagen wie „Alles, was messbar ist, messen und alles, was noch nicht messbar ist, messbar machen.“ und „Gott würfelt nicht.“ (Einstein) wurden ersetzt durch den Gedanken der prinzipiellen Unmöglichkeit einer gleichzeitig exakten Festlegung von Ort und Geschwindigkeit eines Körpers (Unschärferelation) und das Arbeiten mit Wahrscheinlichkeitsaussagen. (Den Elementarteilchen werden beispielsweise Wahrscheinlichkeitswellen zugeordnet.)

Die noch verhältnismäßig junge Quantenphysik änderte also unser Regelverständnis in der Physik. Sozialreflexion soll helfen, unser Verständnis des – geregelten – Zusammenlebens zu überdenken.

[2] vgl. Text 1 (S. 93) sowie Text 2 (S. 94)

Strategie sein, die insgesamt mehr Punkte sammeln konnte, also jede andere. Verblüffender Weise gewann das kürzeste und einfachste aller Programme. Es hieß „Tit For Tat“[1] („Wie du mir, so ich dir“) und legte folgende Handlungsweise fest:

- Kooperiere im 1. Zug, und
- tu dann stets das, was der andere im Zug davor getan hat.

Eingesandt wurde es vom Spieltheoretiker Anatol Rapoport, Psychologe und Philosoph an der Universität von Toronto, der sich bereits lange Zeit mit dem Gefangenendilemma beschäftigt hatte. Das Gefangenendilemma war für ihn mehr als ein bloßes Spiel. Er war für verschiedene Friedensbewegungen aktiv, und gerade Abrüstungsverhandlungen (zwischen zwei Parteien) stellen ein Gefangenendilemma dar.

Zwar stellte sich – im Unterschied zur bewussten Entscheidung eines Menschen für oder gegen Kooperation – in der Simulation die Frage der Entscheidung nicht; die Programme verfügten über keine Reflexionskompetenz und mussten nach vorgegebenen Mustern „handeln“[2]. Ein Ergebnis von Axelrods Arbeit ist jedoch das Aufzeigen der Wichtigkeit einiger „Persönlichkeitsmerkmale“ für das Überleben einer Art. Da dieses Resultat zum Teil auch auf uns Menschen umgelegt werden kann, sollen jene Merkmale hier angeführt werden. Es sind dies: Freundlichkeit, Nachsichtigkeit, Provozierbarkeit, Reziprozität (Reaktion auf das Verhalten des anderen) und Verständlichkeit. Diese fünf Eigenschaften können für das Erreichen eines „guten“ Ergebnisses in Konkurrenzsituationen wirksamer sein, als der berechnende Verstand. Diese „erfolgreichen Eigenschaften“ können nun als Hinweise für Regeln angesehen werden – sofern eine Gemeinschaft Kooperation für wichtig hält.

Der Erstellung einer Regel sollte ein Reflexionsprozess vorgelagert sein. Es gilt, Alternativen zu suchen und gegeneinander abzuwiegen. *Gesamtgesellschaftlich ist ein zu geringes Maß an Reflexion vorhanden.* Die uns eigene Reflexionskompetenz wird von uns in vielen Fällen zu wenig genutzt – der Reflexionsprozess ist meist zugunsten eines rascheren Entscheidens wenig ausgeprägt. Reflexion soll aber nicht immer gleich in der Entscheidung münden. Es kann zunächst über vieles nachgedacht werden, und dabei muss es möglich sein, sich Zeit zu nehmen. Daher darf auch in einem Unterricht, der auf Reflexion abzielt, nicht das Finden von Lösungen im Vordergrund stehen. Die Lösungsorientiertheit muss zunächst aufgegeben werden – zugunsten eines besseren Erkennens und Verstehens von Problemen.

---

[1] Axelrods Computerturniere und Tit For Tat sind Inhalte der 7. Unterrichtseinheit. Die Schülerinnen und Schüler erhielten zur Vorbereitung einen ausführlichen Text (S. 146, Text 12).

[2] Axelrods Ergebnisse lassen sich also nicht direkt auf menschliche Verhaltensweisen umlegen, doch boten seine Untersuchungen einige Anregungen für meinen Unterricht. Gerade seine Untersuchungsmethode in Form eines vorgegebenen Spiels bietet sich geradezu dafür an, das Thema „Kooperation oder Verweigerung“ im Unterricht umzusetzen. Ein Spiel stellt daher auch den Ausgangspunkt des Unterrichtsprojekts dar und wird – wie auch Axelrods Arbeit – weiter unten ausführlich beschrieben.

1.3 (Kollektive) Entscheidungen

Situationen, welche Kooperation oder Verweigerung ermöglichen, verlangen zunächst immer eine Entscheidung des Individuums für eine der beiden Alternativen. Wenn sich zwei Individuen zur Zusammenarbeit entschließen, treffen sie aber auch gemeinsame Entscheidungen. Diese so genannten kollektiven[1] Entscheidungen sind eine wesentliche Voraussetzung für das Erstellen von Regeln.

Wie kann eine Gruppe von Menschen zu einer gemeinsamen Entscheidung kommen? Als Antwort darauf hat sich in den letzten Jahrzehnten eine eigene wissenschaftliche Disziplin entwickelt, die sich mit kollektiven Entscheidungen beschäftigt (Kern 1994).[2] Möglichkeiten der Zusammenfassung mehrerer Einzelpräferenzen zu einer Gesamtentscheidung können im Buch von Kern nachgelesen werden.

Der Entscheidungsfindung an sich kommt keine primäre Rolle in dieser Arbeit zu. Ich unterstreiche allerdings die Bedeutung von Reflexion für das Treffen von begründeten Entscheidungen in Bezug auf das soziale Zusammenleben. Da Kooperation für unsere Gesellschaft eine wichtige Rolle spielt, kommt auch kollektiven Entscheidungen eine große Bedeutung zu. Die getroffenen Entscheidungen müssen verstanden und auch wichtig genommen werden.

Das Treffen einer Entscheidung kann auf einer allgemeineren Ebene als Grundproblem des menschlichen Seins gesehen werden. Beinahe jede Handlung bietet vor ihrer Durchführung eine Auswahl an Alternativen. Roland Fischer unterstreicht diesbezüglich die Wichtigkeit der Grundentscheidung für ein Für- und Miteinander. Diese zeigt sich für Fischer dann, wenn gemeinsam gehandelt werden soll; wenn Mechanismen, die nicht das leisten, was sie sollen, verändert werden sollen. Wir merken besonders in Fragen der Umwelt, der Wirtschaft, des Umgangs mit unterschiedlichen Kulturen, dass eine gemeinsame Basis vonnöten wäre:

Ich plädiere – als Zukunftsvision – für ein Konzept, das ich „Entscheidungs-Gesellschaft“ nenne. Eine solche Gesellschaft ist sich bewußt, daß sie die Verantwortung für ihr Entscheiden und Tun nicht, oder nur in untergeordneten Fällen, delegieren kann (z.B. an Mechanismen und Experten). Sie weiß über die prinzipielle Unbeantwortbarkeit grundsätzlicher Fragen und trifft dennoch Entscheidungen. Die Herausforderung, der sich eine Entscheidungsgesellschaft stellt, lautet: gemeinsame Entscheidung trotz gewusster Unsicherheit. (Fischer 1999, S. 23)

[1] Kern (1994, S. 27) bezeichnet eine Menge von Entscheidungsbeteiligten als Kollektiv. Die Anzahl der Elemente dieser Menge ist dabei in den meisten Fällen größer oder gleich 3.

[2] Kern (1994, S. IX) unterscheidet drei Subdisziplinen der (rationalen) Entscheidungstheorie:

(1) Entscheidungstheorie im engeren Sinne (Theorie rationaler Entscheidungen ohne Interaktion),
(2) Spieltheorie (Theorie rationaler Interaktionen),
(3) Logik (oder Theorie) rationaler kollektiver Entscheidungen.

In meiner Arbeit wird das Thema „Kooperation oder Verweigerung“ in die Spieltheorie eingeordnet.

Diese Entscheidungsgesellschaft benötigt als Basis vermehrt kollektive *Selbstreflexion* (Fischer 1987, S. 326). Selbstreflexion bedeutet bei Fischer eine Selbstbeobachtung, die konsequent die Frage „Was hat das alles mit uns zu tun?“ stellt. Hiermit schließt sich der Bogen zurück zur Sozialreflexion. Sozialreflexion (wie sie oben definiert wurde) ist eine Form der Selbstreflexion (wie von Fischer definiert). Sozialreflexion beschäftigt sich nämlich mit sozialem Verhalten, dessen Teil wir selber sind.

Eine reflektierte Betrachtung aller Entscheidungen würde natürlich zu weit führen. Dies erhöht aber die Bedeutung des Erkennens, wann ein (intensiveres) Nachdenken zielführend ist und wann hingegen nicht. Regeln müssen also verstanden werden. Zusammengefasst:

- *Sozialreflexion bildet eine Grundlage für kollektive Entscheidungen, diese sind – als Voraussetzung für das Erstellen von Regeln – für die Gesellschaft notwendig.*
- *Durch das Verständnis der (von der Gesellschaft ausgehandelten) Regeln, lernt man letztlich auch etwas über unsere Gesellschaft selbst.*

1.4 Anforderungen an die Schule

Was verlange ich – aufgrund der skizzierten gesellschaftlichen Problemstellung – von meinem Unterricht? Die vorangegangenen Gedanken können in folgenden drei Punkten zusammengefasst werden:

1. Sozialreflexion als gemeinsames Nachdenken über soziale Problemstellungen soll im Unterricht eine Rolle spielen.
2. Konkrete Situationen, in denen Kooperation und Verweigerung möglich sind, sollen als Ausgangspunkte für Reflexion dienen.
3. Das gemeinsames Nachdenken soll (zum Teil) auch in kollektiven Entscheidungen münden.

Reflexion über die soziale Problemstellung „Kooperation oder Verweigerung“ beinhaltet zwangsläufig eine Diskussion über Ethik: „Wie soll man sich verhalten?“ Sozialreflexion kann dabei helfen, die Auswirkungen unserer Handlungen aufzuzeigen. Eine Anforderung an die Schule möchte ich diesbezüglich so formulieren:

Gerade das Erkennen von Stärken und Schwächen unserer Handlungsweisen und deren Auswirkungen auf Reaktionen von anderen Entscheidungsträgern sollte ein wichtiges Bildungsziel darstellen.

Im Projekt zeigte sich, dass die Schülerinnen und Schüler die behandelten Inhalte auch dem Religionsunterricht zuordnen würden. Schließlich wiesen die im Unterricht behandelten Beispiele darauf hin, dass Regeln alleine nicht ausreichten, sondern vielmehr ein Motiv notwendig sei, um Kooperation zu erreichen. Die Aufforderung zur Kooperation ist schon in der Bibel enthalten, wodurch es im Religionsunterricht zweifelsohne zu einer Form der Sozialreflexion kommt. Sozialreflexion – als eine Form des Ethikunterrichts – soll und kann aber nicht als Konkurrenz zum Religionsunterricht gesehen werden. Ich plädiere allerdings für eine erweiterte Sichtweise und eine Betrachtung des Themas „Kooperation oder Verweigerung“ auch im Mathematikunterricht.[1]

[1] vgl. Kapitel 3: „Die Rolle der Mathematik“

2 Die Reflexionspyramide

Nachdem vorher ganz speziell, im Sinne meiner Arbeit, Sozialreflexion betrachtet wurde, wird hier der Rahmen, in dem Reflexion gesehen werden kann, zunächst ausgeweitet. Ich werfe einen Blick über den Rand unseres Weges hinaus: In welchem Gebiet bewegen wir uns? Danach wird es mit der Einführung von „Ebenen der Reflexion" wieder konkreter. Darauf aufbauend werde ich schließlich ein Instrument zur Einteilung von Reflexionen vorstellen: die Reflexionspyramide.

2.1 Reflexion

An den Beginn möchte ich stellen, dass der Begriff Reflexion[1] in erster Linie *Offenheit* signalisieren soll. Unter Offenheit verstehe ich, dass man nicht am Lerninhalt selbst hängen bleibt. Es geht vielmehr um ein „In-Beziehung-Setzen" des Gelernten, um „Bewertung" und um eine eigene „Haltung", wie im Folgenden genauer ausgeführt wird. Eine konkrete Situation, die allerdings austauschbar sein kann, dient dabei als Anlass zur Reflexion.

In-Beziehung-Setzen des Gelernten meint die Einordnung in einen übergeordneten Kontext. Dieser kann die Bedeutung des Gelernten für die Gesellschaft, für die Bildung einer Person oder für uns selber sein. Ein Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Beantwortung der Frage, ob Schülerinnen und Schülern Reflexion in dieser Art und Weise überhaupt zugänglich ist – oder ist dieser Ansatz in der Schule gar zu verwerfen?

Ein In-Beziehung-Setzen meint auch ein Erweitern des Betrachtungsfeldes und ein Herstellen von Zusammenhängen, und zwar ein Herstellen von Zusammenhängen, die die Erfahrung überschreiten. Aus diesem Grund ist die Festlegung dessen, was zu Reflexion zu zählen ist, auch vom Wissensstand des Reflektierenden abhängig. Jemand, der viel weiß, kann unreflektiert Aussagen treffen, die für eine andere Person einen hohen Grad an Reflexion bedeuten würden. Der gut Informierte kann ja beispielsweise die Reflexionen eines Dritten aufgegriffen haben. Reflexionen können daher auch zu

---

[1] Im Duden (1997, S. 580) findet man unter „Reflexion" folgende Schlagworte:

> **reflektieren**: Nachdenken, grübeln, erwägen, etwas in Betracht ziehen, erstreben, im Auge haben; seine Gedanken auf etwas hinwenden;
> **Reflexion**: Vertiefung in einen Gedankengang, Überlegung, Betrachtung;
> **reflexiv**: auf sich selbst zurückwirkend.

Im Bertelsmann-Lexikon (1996, Band 18, S. 8081) liest man unter Reflexion: „die auf die eigenen Bewußtseinsinhalte und das Ich bezogene Erkenntniseinstellung; i.w.S. auch Nachdenken".

Wissen werden, wenn man um die Reflexionen anderer weiß, sie versteht, und außerdem die Ergebnisse der Gedankengänge als wichtig erachtet. Ich würde ein so entstandenes Wissen aber nicht mehr als Reflexion bezeichnen – sondern eben als ein aus Reflexion hervorgegangenes Wissen. Reflexion bedeutet immer eine neue kognitive Leistung. Der Begriff „Wissen“[1] grenzt sich für mich zunächst dagegen ab, indem in diesem Fall die Inhalte bereits vorliegen und von der Gesellschaft geteilt werden.

Ein weiterer Begriff, auf den man bei genauerer Betrachtung des Themas Reflexion beinahe zwangsläufig stößt, ist der der Argumentation. Darunter verstehe ich Überlegungen, die ebenfalls Zusammenhänge herstellen – bloße Argumentation bleibt allerdings in der Gegenstandsbetrachtung gefangen. Argumentieren bedeutet eine gegenstandsimmanente Betrachtung, während Reflektieren die jeweilige Erfahrung überschreitet, also Transzendenz einschließt. Man kann beispielsweise die einzelnen Schritte eines mathematischen Beweises argumentieren; die Ergründung der Bedeutung des Beweises erfordert hingegen Reflexion. Der Übergang zwischen Argumentation und Reflexion ist ein fließender. Reflexion ist immer in Relation zu dem, was unmittelbar zum betrachteten Gegenstand gehört, zu sehen. Reflexion blickt über den Rand hinaus.

Mit Reflexion einher geht auch immer die eine oder andere Form von *Bewertung*. Fragestellungen wie „Wie sieht die Sache für mich aus?“, „Was bedeutet das für mich, für uns und für die Gesellschaft?“ zeigen, was unter Bewertung zu verstehen ist. Die folgenden Gedanken sollen die Bedeutung von Bewertungen noch weiter hervorheben: In der Taxonomie von Lernzielen im kognitiven Bereich von Bloom (Bloom 1972, S. 200 ff.) ist die Bewertung erworbenen Wissens am höchsten einzustufen. Der Weg hin zum Bewerten führt über die Reflexion und sollte frühzeitig beschritten werden, wofür allerdings eine gewisse Freiheit für die Lernenden vonnöten ist. Ein Beispiel soll dies erläutern: Reflektieren heißt, dass bei der Erarbeitung des (neuen) Lernstoffes

---

[1] Für Arnold und Schüßler gewinnen so genannte „reflexive“ Wissensformen in unserer Gesellschaft immer mehr an Bedeutung. (Leider tragen dem die Lernkulturen an Schulen und auch Universitäten noch kaum Rechnung.) In ihrem Buch „Wandel der Lernkulturen“ unterscheiden sie **reflexives Wissen** (Know-how-to-know) von reinem **Speicherwissen** (Know-how). Zum reflexiven Wissen zählen die Autoren dabei drei Wissensformen (Arnold, Schüßler 1998, S. 61):

- Methodenwissen: Wissen um Verfahrensweisen zur Informationsbeschaffung, -präsentation und Kommunikation;
- Reflexionswissen: Wissen zur Hinterfragung, Kritik, Begründung und Folgenabschätzung von Konzepten;
- Persönlichkeitswissen: Wissen zur Erkennung eigener Anteile und Deutungen in Interaktionen.

Unsere Informations- bzw. Wissensgesellschaft produziert zwar weiterhin eskalierende Bestände an Speicherwissen (Wissen zur Speicherung von Fakten, Theorien, Daten u. a.), doch kann dieses Wissen zunehmend außerhalb der Individuen abgelegt und abgerufen werden, weshalb es immer fragwürdiger wird, wissenschaftliche Bildung nur material, als „Bildungsmaterie“ zu verstehen und (ab-) zu prüfen, auch wenn sich gerade die verschulten Formen wissenschaftlicher Ausbildung paradoxerweise zunehmend darauf kaprizieren. (Arnold, Schüßler 1998, S. 59)

Reflexionswissen – wie hier definiert – darf nun allerdings nicht mit Reflexion selbst verwechselt werden. Reflexionswissen definiert sich vielmehr durch die Art der Anwendung des Wissens.

auch entschieden werden muss, ob das Gelernte für die eigene Person eine Bedeutung hat. Man begründet für sich selbst, ob die Anwendung des Gelernten in konkreten Situationen sinnvoll ist oder überdacht werden sollte. Reflexion bedeutet in diesem Zusammenhang also das Ersetzen des Notwendigkeitscharakters des Lernens durch subjektives Entscheiden und Begründen. Die Reflexion mündet dabei immer in einer Beurteilung, am primitivsten in der Unterscheidung zwischen gut und schlecht. Die Schülerinnen und Schüler sollen beurteilen lernen, was ihnen wichtig erscheint, und was weniger bedeutsam für sie ist. Womit werden sie sich weiterhin beschäftigen? Womit wollen sie sich in der Zukunft beschäftigen? Sie sollen die Lerninhalte bewerten, was zu einer individuellen Ablehnung oder Annahme dieser führt. Gerade auf dieses Bewerten wird man nun in der Schule (noch) zu wenig vorbereitet.

Reflexion hängt schließlich auch mit einer persönlichen *Haltung* zusammen. Diese Haltung selbst ist nun kaum lehrbar, kann aber durch Reflexion erworben werden. Wenn nun Bewertungen von Lerninhalten im Unterricht nicht nur zugelassen sondern durch gezielte Aufgabenstellungen eingefordert werden, kann auf das Erreichen einer Einstellung, die Reflexionen begünstigt, hingearbeitet werden. Wie schon angesprochen ist dazu Freiheit für die Lernenden vonnöten. Diese müssen eine persönliche Beziehung zum Lerninhalt aufbauen – ihn begründet annehmen oder ablehnen. Im Hintergrund von Reflexion steht man daher letztlich immer selber. Die unaufgeforderte Beurteilung von Lerninhalten macht einen Teil der eigenen Haltung aus. Und diese Haltung, geprägt von selbständigem Urteilen (auch bei unvollkommenem Wissensstand) wird für unsere Gesellschaft immer wichtiger.

Sozialreflexion ist als eine spezielle Form von Reflexion zu sehen. Die Schülerinnen und Schüler können der Reflexion in dieser Richtung kaum ausweichen. „Kooperation oder Verweigerung“ ist schließlich ein neues Thema, mit dem es sich (zunächst) ohne Vorwissen (Reflexion ist ja vom Wissensstand abhängig) auseinanderzusetzen gilt. Reflexion über soziale Verhältnisse findet im angestrebten Unterricht also beinahe zwangsläufig statt. Welche Indizien geben nun Hinweise auf Reflexionen der Schülerinnen und Schüler? Wie können die Leistungen der Lernenden im Hauptprojekt beurteilt werden?

Zu Beginn dieses Abschnitts betonte ich die Bedeutung von Offenheit für Reflexion. In diesem Zusammenhang soll auch festgehalten werden, dass das Vorgeben von Kriterien, die Reflexion messen sollen, meiner Idee von Reflexion widerspricht. Deshalb wird auch bei der Beobachtung des Unterrichts Offenheit als zentral erachtet; andernfalls verfällt man sehr leicht in die Wissensabprüfung hinein. Die oben genannten Merkmale von Reflexion: „In-Beziehung-Setzen“, „Bewertung“ und „Haltung“ geben Anlass zu folgenden Fragen im Rahmen der Bewertung der Lernergebnisse:

- Sehen die Schülerinnen und Schüler das Gelernte in einem übergeordneten Kontext?

- Wird die Bedeutung des Erarbeiteten für die Gesellschaft, für die Bildung einer Person und für einen selber erkannt?
- Unterscheiden die Schülerinnen und Schüler zwischen Dingen, die sie wichtig nehmen und Sachen, die sie (jetzt) nicht näher betrachten wollen?
- Wird die Wichtigkeit des Projekts beurteilt?
- Finden die Lernenden Inhalte, mit denen sie sich weiter beschäftigen wollen?[1]

Zentral scheint auch die angesprochene Abgrenzung vom (bloßen) Argumentieren mithilfe des Gelernten. Aufgrund fließender Übergänge vom Wiedergeben zum Argumentieren einerseits und vom Argumentieren hin zum Reflektieren auf der anderen Seite, versuchte ich, die „Reflexionen" der Schülerinnen und Schüler einzuteilen. Ein Instrument dafür wird im nächsten Abschnitt vorgestellt.

2.2 Ebenen der Reflexion

Die Lernziele des Hauptprojekts wurden ganz bewusst offen formuliert. Ich beschränkte mich auf das Festlegen von Reflexionsebenen, die als Versuch einer Einteilung der Reflexionsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler zu sehen sind. Dies erschien naheliegend, weil sicher nicht alle das gleiche Reflexionsniveau erreichen würden – ich postulierte „Ebenen des Gescheiterwerdens".

Als Minimalziel sollen die Bewertungen beziehungsweise Reflexionen, die andere angestellt haben, verstanden und bezüglich sozialer Verhältnisse etwas dazugelernt werden. Als nächste Ebene können die Reflexionen anderer dann hinterfragt und beurteilt werden. Dieses Beurteilen führt dann zur höchsten Reflexionsebene, dem kreativen Reflektieren und Bewerten:

- **Ebene 1**: Die wesentlichen Inhalte des Projekts wurden verstanden. Das Verständnis sozialer Verhältnisse (sozialen Verhaltens) wurde verbessert. Reflexionen anderer werden aufgegriffen, Beispiele werden wiederholt und thematisch richtig eingeordnet.
- **Ebene 2**: Die aufgegriffenen Reflexionen anderer werden hinterfragt und selbständig beurteilt. Es zeigen sich Ansätze eigener Ideen; eigene Beispiele zum Thema werden gefunden.
- **Ebene 3**: Es kommt zu kreativem Reflektieren, welches in einer Beurteilung (gut/schlecht, wichtig/unwichtig) mündet. Eigene Ideen und Beispiele stehen im Vordergrund der Betrachtungen. Die Bedeutung des Gelernten und ein In-Beziehung-Setzen spielen eine zentrale Rolle. Es kommt zu einer Vertiefung

[1] Eine Vielzahl an Aussagen der Schülerinnen und Schüler werden daher in dieser Arbeit ein Bild des reflexionsorientierten Unterrichts geben. Quantitative Aussagen zur Reflexion stehen im Hintergrund.

ins Thema und zu einer Beschäftigung mit dem Thema über das (vom Lehrer) geforderte Maß hinaus.

Die Vermutung, dass die höchste Reflexionsebene (Ebene 3) von den wenigsten Schülerinnen und Schülern erreicht werden würde, erschien naheliegend. Dies führte zur Anordnung der Reflexionsebenen in Form einer *Reflexionspyramide* (Abb. 1).

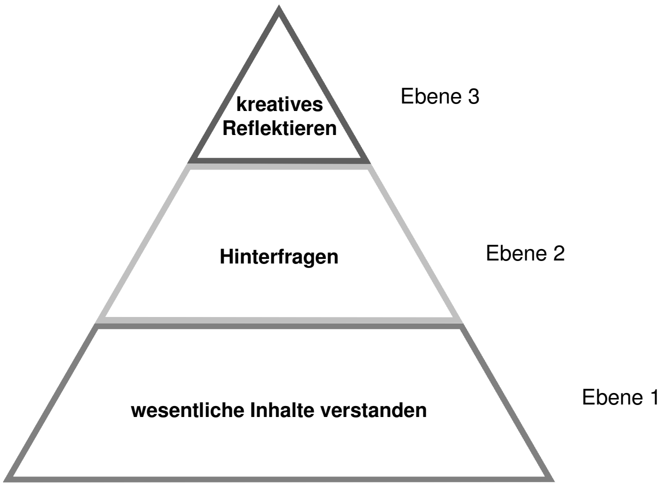


Abbildung 1: Reflexionspyramide

Die Pyramidenform soll verdeutlichen, dass die Anzahl der Lernenden, die eine Ebene erreichen, nach oben hin abnimmt. Die unterste Ebene ist – als Grundziel des Unterrichts – möglichst von allen zu erreichen. Alle Schülerinnen und Schüler sollen durch das Projekt eine reflektiertere Vorstellung von Situationen, in denen Kooperation oder Verweigerung möglich ist, bekommen. Das Hinterfragen des Gelernten und auch das Finden eigener Beispiele scheint hingegen schon schwieriger und wird wohl nur mehr von einem Teil der Klasse erfüllt. Zu kreativen Reflexionen schließlich kann der Unterricht nur Anlässe liefern; diese aufzugreifen ist nur wenigen Schülerinnen und Schülern möglich.

Die Annahme der dargestellten Pyramidenform bestätigte sich im Projekt, weshalb die Betrachtung der verschiedenen Reflexionsebenen auch eine zentrale Bedeutung in der Auswertung des Projekts spielen wird. (Interessant wäre eine Untersuchung bezüglich einer allgemeineren Anwendbarkeit der Reflexionspyramide.)

Im Laufe des Projekts gestaltete es sich für die Schülerinnen und Schüler als immer schwieriger, eine hohe Reflexionsebene zu erreichen. Aufgrund des zunehmenden Wissensstandes wurden „einfache" Reflexionen fortlaufend zu Wissen, wodurch neuerliche Reflexionen immer weiter führen mussten – es musste immer mehr bedacht werden.

Wichtig scheint aber, dass diejenigen, die keine höhere Reflexionsebene erreichen, zumindest wissen, dass es diese gibt. Das heißt, sie wissen, dass man sich da noch viele

Gedanken machen kann; sie selbst sind jedoch nicht aktiv daran beteiligt – sei es aus mangelndem Interesse oder aus anderen Gründen. Die Schülerinnen und Schüler, die der höchsten Reflexionsebene zugeordnet wurden, können als „Reflektiererinnen und Reflektierer“ bezeichnet werden. Eine Aufgabe, die diese Reflektiererinnen und Reflektierer in einer Gesellschaft übernehmen könnten, besteht in der Erstellung von Vorschlägen für Regeln (vgl. Abschnitt 1.1). Die Reflexionsergebnisse, also die Regeln selbst, stellen sie dann der Allgemeinheit zur Verfügung. Auf Basis dieser Vorschläge trifft letztendlich die Gesellschaft als Ganzes Entscheidungen. Die Individuen, die bereit sind, sich mehr Gedanken zu machen als der Durchschnitt, werden also von der Gesellschaft benötigt, um zu Lösungsvorschlägen als Grundlage notwendiger Entscheidungen zu kommen. (Im Unterricht sollten zur Förderung der Reflektiererinnen und Reflektierer immer wieder Angebote für diese Spitze der Pyramide gegeben werden.) Zu dieser Gruppe müssen natürlich nicht alle Individuen zählen – nicht jeder muss Reflexion in gleichem Ausmaß betreiben – Spezialisierung ist ja ein Eckpfeiler unserer gesellschaftlichen Strukturen. Da aber jede Bürgerin und jeder Bürger Entscheidungen, die für alle von Bedeutung sind, mitzutragen hat (zum Beispiel bei Wahlen, die ja eine Zustimmung bzw. Ablehnung von vorgeschlagenen Regeln darstellen), sollte es gesamtgesellschaftlich mehr Reflexion geben (vgl. Abschnitt 1.2).

Welche Rolle spielt nun die Mathematik? Warum behandle ich das Thema (Sozial-)Reflexion gerade im Mathematikunterricht? Stellt die Mathematik eine Möglichkeit für das Erreichen einer höheren Reflexionsebene dar? Ich denke schon und werde im Folgenden genauer auf die Bedeutung, die der Mathematik in Bezug auf Sozialreflexion zukommt, eingehen.

3 Die Rolle der Mathematik

Darstellungen abstrakter Sachverhalte erweitern unsere Denkmöglichkeiten.
(Fischer, Malle 1985, S. 227)

Diese Arbeit soll helfen, zu zeigen, dass man mit Mathematik auch etwas tun kann, was mit ihr nicht unmittelbar in Verbindung gebracht wird: Die Mathematik eignet sich als Hilfsmittel, um über soziale Verhältnisse zu reflektieren (*„Mathematik als Reflexionsmittel“*). Diese Rolle kommt der Mathematik aufgrund der symbolischen Darstellungsformen, die sie uns anbietet, zu (*„Mathematik als Darstellungsmittel“*).

3.1 Mathematik als Darstellungsmittel

Die Mathematik bietet uns an, abstrakte Dinge, wie „Kooperation“ und „Verweigerung“ konkreter und damit handhabbarer zu machen. Roland Fischer spricht in diesem Zusammenhang von der Materialisierung von Abstrakta:

Mathematik bietet für bestimmte, häufig auftretende Abstrakta <u>symbolische materielle Darstellungsformen</u> an, die das Abstrakte sichtbar, handhabbar und konkret werden lassen. Sie stellt damit eine Beziehung zwischen abstrakt(er)em und konkret(er)em her.
(Fischer 2006, S. 33)

Die Materialisierung von Abstrakta mithilfe der Mathematik besteht im Falle der Sozialreflexion in der schematischen Darstellung der Dilemmata wie der „Tragik der Allmende“. Die Verwendung mathematischer Darstellungsformen erfordert, ebenso wie die Anwendung mathematischer Verfahren zur Problemlösung, die Übersetzung des betrachteten Problems in die „Sprache der Mathematik“. Den Handlungsalternativen werden hierzu im Vorfeld der Betrachtungen Zahlen zugeordnet. Die Reduktion der konkreten Situation auf Zahlen lässt in Folge die Verwendung weiterer mathematischer Darstellungsformen zu. So ermöglichen die Zahlen beispielsweise die Erstellung einer Präferenzordnung der Handlungsmöglichkeiten. *Insbesondere strukturiert die Darstellungsform „Matrix“ die Situation „Kooperation oder Verweigerung“ und macht sie dadurch der Reflexion zugänglicher.* Die Verwendung der Matrix zur Visualisierung dient in erster Linie der Problembeschreibung und zielt nicht primär auf eine Lösung ab. Darin liegt ein oft unterschätzter Wert schematischer Darstellungen:

Manches kann durch mathematische Darstellung überhaupt erst als Frage, als Problem oder als Entscheidungsalternative formuliert werden. (...)

Die Betonung des Darstellungsaspekts im Mathematikunterricht erfordert eine Einstellungsänderung. Es geht oft nicht mehr um Problemlösung, sondern um Problemdarstellung. Das „Ergebnis" einer Aufgabe kann eine Formel, ein Diagramm oder eine andere Darstellung und muß nicht unbedingt eine Zahl sein. Oder noch radikaler, es können mehrere Darstellungen sein, die zur Interpretation angeboten werden. (Fischer 1993, S. 43)

Nun stellt auch die Sprache eine Möglichkeit dar, Abstraktes zu konkretisieren. Man kann sich zunächst über vieles einfach nur Gedanken machen; ab einer gewissen Komplexität der Ideenfolgen ist aber schließlich auch bei der Verwendung von Sprache eine Auslagerung hilfreich. Die Verschriftlichung der Sprache kann Gedankengänge festhalten und dabei helfen, diese einer (späteren) weiterführenden Betrachtung zuzuführen. Die Schriftzeichen auf Papier sind – ebenso wie die mathematischen Zahlzeichen – eine abstrakte(re), materielle Darstellungsform der angestellten Überlegungen.

Welche Bedeutung kommt aber im Besonderen der mathematischen Materialisierung zu? Einerseits ist der mathematischen Materialisierung ein Absehen von Unwesentlichem eigen. Fischer spricht diesbezüglich von *Reduktion* und einer *Fokussierung der Aufmerksamkeit*. Nachdem beispielsweise ein (außermathematisches) Problem durch ein Gleichungssystem materialisiert wurde, ist die Aufgabenstellung auf den Kern des Problems konzentriert. Das Absehen vom konkreten Umfeld des betrachteten Gegenstands ermöglicht auch eine Verallgemeinerung; zunächst völlig unterschiedliche Aufgabenstellungen können auf das selbe Gleichungssystem führen – die Lösung eines Gleichungssystems kann dann auf einen Schlag verschiedenste Fragestellungen beantworten helfen. Die Reduktion, die uns die Mathematik anbietet, hilft auch, von Emotionen und persönlichen Empfindungen die Problemstellung betreffend abzusehen, was für Reflexion und das Finden einer Lösung von Vorteil sein kann. Die Mathematik nützt aber nicht nur dabei, Dinge auf den Punkt zu bringen. Die Verwendung mathematischer Darstellungen bietet uns darüber hinaus auch die Möglichkeit Verfahren zu verwenden, die auch ohne unser (intellektuelles) Zutun Ergebnisse liefern. Man kann sozusagen ganze Gedankengänge an die Mathematik übergeben. Beispiele hierfür sind das Umformen von Formeln und das Lösen von Gleichungssystemen. Beides kann nur in einfachsten Fällen ohne algebraischen Algorithmus, durch bloßes Überlegen bewerkstelligt werden.

3.2 Mathematik als Reflexionsmittel

Die Materialisierung ermöglicht erst die Verwendung von Mathematik als (soziales) Reflexionsmittel. Die Mathematik erleichtert durch das Materialisieren das Zum-

Gegenstand-Machen – auch in Bezug auf Reflexion[1]. *Mithilfe der Mathematik als Darstellungsmittel kann man Strukturen sozialer Interessenskonflikte darstellen, transparenter machen und dadurch der Reflexion zugänglicher machen*. Das durch die Mathematik erleichterte Loslösen vom Einzelfall ermöglicht eine der Reflexion dienliche, umfassendere Sicht der Problemstellung. Dazu können nun einerseits bereits vorhandene mathematische Darstellungsformen verwendet werden. Mathematik kann aber auch als ein explizit für Reflexion erstelltes Darstellungsmittel auftreten; wenn mathematische Modelle als Grundlage der Reflexion erst im Hinblick auf diese erstellt wurden.

Insbesondere besteht ein Zusammenhang zwischen *Reflexion über Mathematik und Reflexion über soziales Verhalten*: Einerseits führt die eingehende Betrachtung eines mathematischen Modells der Situation „Kooperation oder Verweigerung“ zwangsläufig auch zur Reflexion über soziales Verhalten. Selbst wenn uns das mathematische Modell schlecht beschreibt, kann es zu Aussagen über uns führen, weil es von uns erstellt wurde. Wenn man nun umgekehrt die Mathematik zunächst nicht ins Zentrum stellt, kann man dennoch wieder bei mathematischen Modellen landen: Ausgangspunkt ist in diesem Fall die Untersuchung sozialer Verhaltensweisen bezüglich der Problemstellung „Kooperation oder Verweigerung“. Wenn hierbei eine allgemeine Anwendbarkeit der Theorie über den Einzelfall hinaus erwünscht ist, führt dies zur Entwicklung eines formalen Instrumentariums zur Analyse von Entscheidungssituationen.[2] Die Mathematik stellt dieses zur Verfügung und kommt dadurch ins Spiel, wenn Sozialreflexion betrieben wird.

Dem Wort Sozialreflexion wurde oben eine zweifache Bedeutung zugewiesen. *Die Mathematik – als Beitrag zur Sozialreflexion – kann nun ebenso als soziales Reflexionsmittel in zweifacher Hinsicht gesehen werden*. Sie hilft uns einerseits, über soziale Verhältnisse zu reflektieren, indem sie uns als Darstellungsmittel schematische Illustrationen der betrachteten Situationen ermöglicht; auf der anderen Seite unterstützt sie uns dabei, dies gemeinsam tun zu können. Gerade für die kollektive Behandlung einer Problemstellung ist die Materialisierung von Abstrakta eine Grundvoraussetzung:

Um Abstraktes gemeinsam handhaben zu können, müssen wir es erst durch etwas für alle Sichtbares, Konkretes (materialisierte Zahlen, Bilder) ersetzen. (Fischer 1993, S. 43)

---

[1] Ludwig Bauer (Bauer 1990, S. 8) unterscheidet verschiedene Formen mathematikbezogener Reflexion im Mathematikunterricht:

A. Reflexion im Gegenstand Mathematik
B. Reflexion über den Gegenstand Mathematik
C. Reflexion über die Bedeutung des Gegenstandes Mathematik für die eigene Person

Sozialreflexion ist hier nicht einordenbar. Ich möchte Sozialreflexion von „mathematikbezogener“ Reflexion abgrenzen und betonen, dass im Falle von Sozialreflexion die Mathematik (nur) als Reflexionsmittel, um über außermathematische Situationen nachzudenken, verwendet wird.

[2] Die Analyse strategischer Entscheidungssituationen ist Gegenstand der Spieltheorie. Diese beschäftigt sich somit mit Sozialreflexion. Im Gegensatz zu dieser Arbeit steht hier allerdings eine ökonomische Sichtweise im Zentrum (vgl. Anhang G).

Mathematik als soziales Reflexionsmittel ermöglicht einerseits die *Erklärung* beobachteter Verhaltensweisen und auf der anderen Seite die *Vorhersage* zukünftigen Verhaltens:

- Mathematik – als Hilfsmittel zur Selbstreflexion – kann helfen, unser (eigenes) Verhalten besser zu verstehen: Wie denken wir? Verhalten wir uns irrational? Die Hilfe, die uns von der Mathematik angeboten wird, besteht in der Distanzierung von der Betroffenheit durch die Verwendung eines abstrakte(re)n Modells der betrachteten Situation, das von Einzelheiten absieht. Dies ermöglicht ein für Reflexion unumgängliches Heraustreten und ist ein sicher nicht ausgeschöpftes Potenzial der Mathematik.
- Mathematische Mittel können helfen, Prognosen über (unser) zukünftiges Verhalten zu erhalten. Wichtig für die Situation „Kooperation und Verweigerung" wird hierbei die richtige Einschätzung: „Wie wird sich der andere verhalten?" (mithilfe eines mathematischen Modells der Situation) sein.

Die Mathematik wird von Roland Fischer in diesem Zusammenhang als „*Spiegel des Menschen*" bezeichnet. Zwei Zitate schließen den Kreis hin zum Aspekt „Mathematik als Reflexionsmittel", der in diesem Zusammenhang beinahe wörtlich genommen werden kann:

Mathematik als Spiegel des Menschen, insbesondere als kollektiver Spiegel für kollektive Selbstreflexion. Spiegel sind nötig, weil wir uns schwer direkt ansehen können. (Fischer 1993, S. 44)

Mithilfe der Mathematik können wir Neues über unsere Art der Erkenntnis und Organisation erfahren. (Fischer 1988, S. 23)

3.3 Anforderungen an die Schule

Die oben dargestellte Rolle der Mathematik für Sozialreflexion führt zu folgenden Anforderungen an einen reflexionsorientierten Mathematikunterricht:

Die Schülerinnen und Schüler sollen

1. mit mathematischen Darstellungsweisen vertraut sein
   (Sie sollen dabei mathematische Darstellungsweisen gegenüberstellen und die geeignetste(n) Darstellungsform(en) aus vorgegebenen auswählen können. Sie sollen ferner Vorteile mathematischer Darstellungen im Vergleich zu sprachlichen Darstellungen (er)kennen.),
2. den Wert der Mathematik in Entscheidungssituationen kennen,
3. (Sozial-)Reflexion betreiben können.

Die ersten beiden Punkte stellen Bedingungen für die dritte Anforderung dar. Das Wissen um die Bedeutung mathematischer Darstellungsweisen wird für meinen Unterricht vorausgesetzt. Der zweite Punkt ist Thema einer vor dem Hauptprojekt durchgeführten Pilotstudie, während Sozialreflexion im Zentrum des Hauptprojekts steht.

Die folgenden Auszüge des Lehrplans der allgemein bildenden höheren Schulen (AHS) (BGBl. II Nr. 277/2004) zeigen, dass die obigen Anforderungen im Grunde nichts Neues darstellen. Neu ist allerdings deren Umsetzung im Rahmen dieser Arbeit in Form von Sozialreflexion.

AHS-Lehrplan (Erster Teil, Allgemeines Bildungsziel)

Religiös-ethisch-philosophische Bildungsdimension

(...) Junge Menschen sollen Angebote zum Erwerb von Urteils- und Entscheidungskompetenz erhalten, um ihr Leben sinnerfüllt zu gestalten. Orientierungen zur Lebensgestaltung und Hilfen zur Bewältigung von Alltags- und Grenzsituationen sollen die Schülerinnen und Schüler zu einem eigenständigen und sozial verantwortlichen Leben ermutigen. Die Achtung vor Menschen, die dabei unterschiedliche Wege gehen, soll gefördert werden. Diese Zielsetzungen bilden die Grundlage für eine fächerübergreifende und vernetzte Zusammenarbeit und vervollständigen damit die Beiträge der Unterrichtsgegenstände und Bildungsbereiche zur umfassenden Bildung der jungen Menschen.

Bildungsbereich Mensch und Gesellschaft

Das Verständnis für gesellschaftliche (insbesondere politische, wirtschaftliche, rechtliche, soziale, ökologische, kulturelle) Zusammenhänge ist eine wichtige Voraussetzung für ein befriedigendes Leben und für eine konstruktive Mitarbeit an gesellschaftlichen Aufgaben.

(...)

Es ist bewusst zu machen, dass gesellschaftliche Phänomene historisch bedingt und von Menschen geschaffen sind und dass es möglich und sinnvoll ist, auf gesellschaftliche Entwicklungen konstruktiv Einfluss zu nehmen. Aufgaben und Arbeitsweisen von gesellschaftlichen Institutionen und Interessengruppen sind zu vermitteln und mögliche Lösungen für Interessenskonflikte zu erarbeiten und abzuwägen.

Lehrplan Mathematik (Pflichtgegenstand, AHS-Oberstufe)

Bildungs- und Lehraufgabe

Die mathematische Beschreibung von Strukturen und Prozessen der uns umgebenden Welt, die daraus resultierende vertiefte Einsicht in Zusammenhänge und das Lösen von Problemen durch mathematische Verfahren und Techniken sind zentrale Anliegen des Mathematikunterrichts.

Der Mathematikunterricht ist heute immer öfter einem Rechtfertigungsdruck ausgesetzt – Taschenrechner und Computer können viele der (reinen) Rechenarbeiten übernehmen.[1] Diese Arbeit soll (auch) helfen, den Blick weg von der Lösung vorgegebener Aufgaben – hin zu deren Beschreibung – zu lenken. (Auch) dazu lehren wir mathematische Denkweisen, Verfahren und Darstellungsarten.

[1] Nach Arnold und Schüßler verliert reines Speicherwissen im Unterricht an Bedeutung (vgl. Arnold, Schüßler 1998, S. 61). Durch Computer und Taschenrechner werden auch reine Rechenfertigkeiten zunehmend unwichtiger. Beides zusammen unterstreicht die Bedeutung, die einem reflexionsorientierten Unterricht für die Lernkultur an Schulen zukommt.

4 Forschungsausgangspunkte

Am Ende dieses ersten Teiles sollen die Fragestellungen, die diese Arbeit geleitet haben, zusammengefasst werden, bevor im zweiten Teil eine erste praktische Umsetzung in Form der Pilotstudie beschrieben wird. Die Darlegung von Forschungsausgangspunkten[1] soll dabei helfen, das Ziel der Arbeit im Blick zu behalten. Diese Forschungsausgangspunkte dienen auch als Wegweiser für die Umsetzung der theoretischen Vorüberlegungen im Unterricht.

Im Folgenden versuche ich die Ausgangspunkte meiner unterrichtspraktischen Forschung in Form von *Forschungsfragen* festzuhalten. Diese Forschungsfragen beschreiben für mich meine Interessen am Thema. Sie stellen eine Zusammenfassung der wichtigsten Fragen dar, die mich zum Teil von Beginn an beschäftigten und auf die das Hauptprojekt Antworten liefern soll. Einige der Fragen stellten sich dabei erst im Laufe der verschiedenen Etappen des von mir und den Lernenden beschrittenen Weges. Das Thema „Sozialreflexion im Mathematikunterricht" ist selbstverständlich auch eine Übertitelung der Forschungsfragen. Diese sind unterteilt in Fragen, die sich auf *(Sozial-)Reflexion* beziehen, solche die sich mit der für Reflexion wichtigen *Haltung* der Lernenden gegenüber dem Thema beschäftigen und schließlich Fragen zur *Rolle der Mathematik.*

Forschungsfragen

„*Ist es möglich, mithilfe der Mathematik mit Schülerinnen und Schülern über soziales Verhalten sinnvoll zu reflektieren?*"

(Sozial-)Reflexion

1. Können die Schülerinnen und Schüler Sozialreflexion betreiben, d.h. auf höherem Niveau über menschliche Entscheidungen und Handlungen nachdenken?
2. Kann durch diesen Unterricht eine reflektiertere Vorstellung bezüglich der Frage „Kooperation oder Verweigerung" entstehen?
3. Wie können eigene Reflexionen der Schülerinnen und Schüler gefördert werden?
4. Wie können die „Reflektiererinnen und Reflektierer" gefördert werden?
5. Ist die Reflexionspyramide ein geeignetes Instrument zur Einteilung der Reflexionsniveaus?

[1] Die praktische Umsetzung der bisher angestellten Überlegungen sowie die anschließende Auswertung des Unterrichts bedienen sich der Methoden der „Aktionsforschung". Altrichter und Posch beschreiben diese Techniken, zu denen auch die Festlegung so genannter „Forschungsausgangspunkte" gehört (Altrichter, Posch 1998, S. 51 ff.).

Haltung

6. Kann ein philosophisches Thema im Mathematikunterricht von den Schülerinnen und Schülern angenommen und als wichtig gesehen werden?
7. Erkennen die Lernenden eine Bedeutung des Themas für sich und für die Gesellschaft?
8. Besteht bei den Schülerinnen und Schülern die Bereitschaft, sich Gedanken zum Thema zu machen? (vgl. Abschnitt 2.1: Reflexion setzt eine persönliche Haltung voraus!)

Die Rolle der Mathematik

9. Wie kann ein Unterricht, der die Mathematik „nur" als Hilfsmittel verwendet, gestaltet werden?
10. Erkennen die Schülerinnen und Schüler den Wert der Mathematik für das Projekt?

Die beiden letzten Fragestellungen zielen auf die ungewöhnliche Zurückhaltung mit Mathematischem im geplanten „Mathematikunterricht" ab. Für die Schülerinnen und Schüler bedeutete dies eine Konfrontation mit etwas Unerwartetem. Für mich als Lehrer stellte sich die Frage, ob und wie dieser Unterricht im Rahmen des Schulfaches Mathematik funktionieren würde. Weil Unerwartetes im Unterricht nicht immer wirken muss, dienten zwei Dinge als „Absicherung" für einen möglichst hohen Unterrichtsertrag. Einerseits wurden die Schülerinnen und Schüler durch eine *Pilotstudie* auf das Hauptprojekt vorbereitet, sodass die Inhalte dann nicht mehr so weit hergeholt erschienen. Die Pilotstudie diente andererseits auch dazu, dem Thema „Sozialreflexion im Mathematikunterricht" ein *entsprechendes Gewicht* im Schulfach Mathematik zu geben. Die Klasse sollte sehen, dass das Thema einen zu den anderen Kapiteln im Lehrplan gleichwertigen Stellenwert hatte. Dieser wurde durch Fragestellungen zum Projekt im Rahmen einer Schularbeit unterstrichen. Außerdem nahmen Pilotstudie samt Projekt und Schularbeit insgesamt 12 Unterrichtseinheiten in Anspruch, was die Bedeutung des Themas für mich und meinen Unterricht zeigte.

Der zweite Teil der Arbeit beschreibt die Pilotstudie. Dadurch soll nun auch der Leser bzw. die Leserin die Vorbereitung auf das Hauptprojekt, die meine Klasse und ich durchliefen, nachvollziehen können. Die Pilotstudie zeigt dabei ein Sammeln von Erfahrungen von Seiten des Lehrers und eine Gewöhnung an vorerst Neues die Schülerinnen und Schüler betreffend.

II Pilotstudie Strukturierung einer Entscheidungssituation

1 Inhalt

In einer zwei Unterrichtseinheiten umfassenden Studie wird das Schreibspiel Tic-Tac-Toe (TTT) [Zur Erläuterung des Spiels siehe S. 211 ff.: Anhang A] als zentrales Thema behandelt. Die Mathematik steht dabei – wie auch im Hauptprojekt – nicht im Mittelpunkt der Betrachtungen, sie wird zunächst vielmehr beiseitegelegt. Die Schülerinnen und Schüler sollen nach einer kurzen Einführung Strategien für TTT entwickeln, indem sie in Kleingruppen gegeneinander spielen, bis der Eindruck entsteht, unbesiegbar zu sein. Die gefundene Taktik wird daraufhin einer genauen Prüfung unterzogen: „Kann gegen einen ‚optimal' spielenden Gegner immer nur bestenfalls ein Unentschieden erreicht werden?" Diese Behauptung gilt es daraufhin zu überprüfen, indem ein Beweis dafür gegeben wird. Schließlich soll der Wert der Mathematik für das Spiel TTT und die angestellten Überlegungen diskutiert werden.

Es erwies sich als notwendig, diese Diskussion über den Wert der Mathematik in eine dritte Unterrichtseinheit zu verlagern. Diese hat nicht mehr das Spiel TTT zum Thema sondern beschäftigt sich mit der (begründeten) Entscheidung für ein Transportmittel. Die Wahl eines Verkehrsmittels steht nun zunächst in keinerlei Zusammenhang mit dem Spiel TTT. Das Erkennen eines Zusammenhangs kann und soll ein Aha-Erlebnis für die Lernenden darstellen und zur Reflexion über den Wert der Mathematik im Rahmen von Entscheidungsfindungsprozessen beitragen.

Überblick über die Unterrichtseinheiten

	Thema	Inhalt	Unterrichtsform
1. Unterrichtseinheit	Einführung in das Spiel TTT	Lehrervortrag	Frontalunterricht
	Spielphase 1	Die SchülerInnen spielen gegen den/die SitznachbarIn am Zettel und versuchen die „beste“ Strategie zu finden.	Partnerarbeit
	Spielphase 2	Die SchülerInnen spielen gegen den „Meister“ an der Tafel. Strategien werden getestet.	Spielen im Plenum
	Analyse des Spiels	Die SchülerInnen präsentieren ihre Ideen. Der Lehrer wirkt als Moderator und lenkt hin zur Behauptung: „Immer unentschieden?!“	Diskussion im Plenum
	Hausübung	Der Lehrer erteilt Arbeitsaufträge als Grundlage der nächsten Stunde. Die SchülerInnen sollen zum Weiterdenken angeregt werden.	Plenum
2. Unterrichtseinheit	Besprechung der Hausübung	Die SchülerInnen präsentieren ihre Ideen.	SchülerInnen-vorträge
	Spielbaum	Die Idee der Anfertigung eines Spielbaumes wird diskutiert.	Plenum
	Diskussion	Der Lehrer moderiert eine abschließende Diskussion des Spiels. Die vorangegangenen Tätigkeiten werden reflektiert.	Diskussion im Plenum
	Hausübung	Verschriftlichung einiger Diskussionsimpulse.	Einzelarbeit

3. Unterrichtseinheit	TTT - Zusammenfassung	Wie entscheidet man sich für den nächsten Zug?	Diskussion, Lehrervortrag
	Vorgabe einer konkreten Entscheidungssituation	Die SchülerInnen sollen ein adäquates Verkehrsmittel für eine Urlaubsreise wählen.	Partnerarbeit
	Diskussion	Die unterschiedlichen Vorgangsweisen werden besprochen.	Diskussion im Plenum
	Was ist Mathematik?	Die Rolle der Mathematik wird diskutiert.	Diskussion im Plenum
	Hausübung	Ein kurzer Aufsatz über das Thema der Pilotstudie ist zu verfassen.	Einzelarbeit

2 Intention

2.1 Motive

Die Idee der Realisierung der vorliegenden Pilotstudie entstand durch die Suche nach einer Möglichkeit, Schülerinnen und Schüler zu Reflexionen mithilfe der Mathematik anzuregen. Dabei wollte ich einerseits nicht zu viel vom Hauptprojekt vorwegnehmen, aber andererseits die Klasse und mich schon auf die eigentlichen Forschungsfragen vorbereiten. Zunächst beabsichtigte ich, anhand einer Diskussion über Mathematik das „übliche" Bild meines Unterrichtsgegenstandes auszuweiten. Es ergaben sich jedoch bald zwei gute Gründe dafür, diesen Ausgangspunkt zu überdenken. Erstens soll im Hauptprojekt nicht über Mathematik reflektiert werden, sondern (mithilfe der Mathematik) über soziales Verhalten. Die Mathematik steht also nicht im Mittelpunkt (was auch für die Analyse des Spiels TTT stimmt). Zweitens erfordert die Zielsetzung eines reflexionsorientierten Unterrichts eine völlig andere Herangehensweise an die Planung des Unterrichts als eine Mathematikstunde, die beispielsweise das Einstudieren des Gleichungslösens zum Inhalt hat. Im Unterschied zu diesem Einüben einer gelernten Strategie ist im Falle des Reflektierens nicht von vornherein klar, was getan werden muss und noch weniger, was denn eigentlich am Ende herauskommen soll. Man kann Schülerinnen und Schüler nicht zur Reflexion in der Art anregen, wie man ihnen die Lösung einer Gleichung zur Aufgabe stellen kann. Deshalb erachtete ich es als sinnvoll, zunächst Interesse zu wecken und die Klasse zum Spielen aufzufordern, um dann über die eigenen Handlungen zu reflektieren (ohne dabei gleich die Rolle der Mathematik zu betrachten).

Die Suche nach einem passenden Spiel führte mich zu Tic-Tac-Toe. Wesentliche Aspekte, die für TTT sprachen, sind:

- Ein Spiel lässt mich eine hohe Motivation der Schülerinnen und Schüler erwarten.
- TTT ist leicht zu erklären, falls die Regeln nicht ohnehin schon bekannt sind. Dadurch ist ein sofortiger Einstieg in die Pilotstudie möglich.
- Für dieses Spiel werden nur Papier und Bleistift benötigt.
- Die Spieldauer sowie die Komplexität sind gering, was eine gründliche Analyse des Spiels ermöglicht.
- Wie beim Einstieg ins Hauptprojekt (über ein „Gefangenendilemma-Spiel") treten auch bei TTT zwei Spieler gegeneinander an.

- TTT bietet – im Gegensatz zur Schwerpunktsetzung des Hauptprojekts – keine Möglichkeit zur Kooperation. Das Spiel dient somit zwar als Vorbereitung, nimmt aber diesen wesentlichen Aspekt noch nicht vorweg.
- Die Mathematik tritt bei der Analyse des Spiels in Form von Notationsformen (Spielbaum) und Symmetrieüberlegungen völlig natürlich auf.

Nachfolgend gehe ich nun noch kurz auf die Überlegungen ein, die mich zur Planung der drei Unterrichtseinheiten in der vorliegenden Form führten. Die kurze Einführung zu Beginn der *ersten Unterrichtseinheit* in Form eines Lehrervortrags dient der Klärung der Ausgangssituation (Wer kennt das Spiel?) und der Darlegung der Spielregeln. Die Aufgabenstellung, eine unbesiegbare Strategie zu finden, soll zur Motivation der Schülerinnen und Schüler beitragen. Am Ende des Spiels gegen den Nachbarn soll der Gedanke „Jetzt bin ich unbesiegbar!" stehen, der die Motivation für das Erproben der eigenen Strategie gegen den Meister an der Tafel liefert. Allerdings kann auch das bloße Beobachten der Spiele anderer der Überprüfung und Bestätigung beziehungsweise dem Überdenken der eigenen Strategie dienen, weshalb (nicht nur aus zeitlichen Gründen) nicht alle Schülerinnen und Schüler an der Tafel spielen. Die Methode des Spielens gegen den Meister, die unweigerlich auch die Zuschauer dazu bringt, mitreden zu wollen, stellt einen wichtigen Anstoß zur anschließend erfolgenden Diskussion im Plenum dar.

Die gemeinsame Diskussion des Spiels TTT soll die Lernenden schließlich zum Verbalisieren gefundener Handlungsweisen bringen. Dazu ist die Strukturierung der Entscheidungssituation „nächster Zug" notwendig, wobei schon auf die Existenz dreier unterschiedlicher Eröffnungen eingegangen wird, was eine Voraussetzung für die Verfassung der Hausübung darstellt. Der Lehrer greift unter Umständen lenkend in die Diskussion ein, damit auf alle Fälle erkannt wird, dass bei fehlerlosem Spiel offenbar immer ein Unentschieden am Ende steht. Diese Behauptung muss sodann irgendwie bewiesen werden, um wirklich sicher sein zu können, dass es keine bessere Strategie gibt. Dazu ist das Anfertigen von grafischen Darstellungen (die ein wichtiges Instrument für die Kommunikation der gefundenen Lösungen des Spiels sind) durch die Schülerinnen und Schüler notwendig. Der Lehrer agiert als Moderator der Diskussion. In der ersten Unterrichtseinheit wird noch nicht genauer auf eine bestimmte Art der Darstellung eingegangen.

Die Bedeutung des „Spielbaumes" für die vollständige Analyse des Spiels steht dann im Zentrum der *zweiten Unterrichtseinheit*. Diese wird von Beginn an sehr frei gestaltet, was für die Lernenden wie für den Lehrer eine gewisse Herausforderung bedeutet. Für viele Schülerinnen und Schüler stellte beispielsweise das Begründen einer Vorgehensweise, obwohl dies von mir auch regelmäßig in Schularbeiten verlangt wird, eine große Schwierigkeit dar. Dies ist nicht zuletzt auch dadurch zu erklären, dass es nicht in der Art eingeübt werden kann, wie das Lösen einer Rechenaufgabe. Außerdem erfordert eine Diskussion, die für die Lernenden als auch für mich als Lehrer interessant sein soll, ein gewisses Betroffen-Sein von den Inhalten. Dies trifft auf mich in jedem Fall zu; wie sieht es aber mit der Begeisterung und der Mitarbeit der Schülerinnen und Schüler aus? Die gewählte Methode der Diskussion kann schließlich nicht auf Zwangsbeiträgen aufgebaut werden. Trotzdem – oder gerade deshalb – blickte ich mit großem Interesse auf gerade diese zweite Unterrichtseinheit. Eben weil sie nicht so gut planbar ist und der Klasse Freiräume lässt, kann sie zur Beantwortung der Frage nach dem Entstehen von Reflexion beitragen; Reflexion verlangt ja gerade Freiräume. Wie schon dargelegt sollen die Lernenden auch die Möglichkeit haben, die Mathematik – in der konkreten Situation des Spielens – abzulehnen.

Die *dritte Unterrichtseinheit* enthält einen Rückblick auf das Spiel Tic-Tac-Toe sowie die Analyse einer weiteren Entscheidungssituation. Es erschien zweckmäßig, nicht erneut das Spiel Tic-Tac-Toe in den Mittelpunkt zu stellen, sondern eine andere Entscheidungssituation zu diskutieren. Gründe dafür waren unter anderem das abnehmende Interesse des Großteils der Klasse am Spiel und die Absicht einer Verallgemeinerung des Themas Entscheidungsfindung: Im Hauptprojekt wird dann ja die Entscheidung für oder gegen Kooperation im Mittelpunkt stehen. Erst in dieser Einheit wird die Rolle der Mathematik thematisiert. Fragestellungen wie „Was leistet die Mathematik bei der Entscheidungsfindung?“ sollen von den Schülerinnen und Schülern beantwortet werden. Die begründete Entscheidung für ein Verkehrsmittel dient dabei als Impuls für eine Diskussion, die in den ersten beiden Unterrichtseinheiten zu kurz kam. Diese und ein als Hausübung zu schreibender Aufsatz sollen die Lernenden nochmals zur Reflexion über die Inhalte der Pilotstudie anregen.

2.2 Ziele

Im Zentrum der Pilotstudie steht die Umsetzung der im ersten Teil dieser Arbeit gestellten Anforderung an einen reflexionsorientierten Mathematikunterricht:

Die Schülerinnen und Schüler sollen den Wert der Mathematik in Entscheidungssituationen kennen. (Teil I, Abschnitt 3.3, Punkt 2)

Dies bedeutet für den Lehrer wie auch für die Lernenden einen Schritt in Richtung Intention des nachfolgenden Hauptprojekts. Im Folgenden soll nun zwischen Zielen, die den Lehrer betreffen und solchen, die die Lernenden betreffen, unterschieden werden.

Ziele, die den Lehrer betreffen:

- *Gestaltung einer Mathematikstunde, in der ein Spiel im Zentrum steht*
- *Einübung von Unterrichtsbeobachtung und Auswertung derselben*

Die Gestaltung einer Unterrichtssituation, in der zu großen Teilen gespielt wird, bereitet auf die Spielphasen im Hauptprojekt vor. Interessant ist hierbei die Reaktion der Schülerinnen und Schüler auf die neuartige Unterrichtssituation: Welche Arbeitseinstellung zeigt die Klasse? Wird das Spiel als Thema des Mathematikunterrichts angenommen? Kann eine Diskussion mithilfe der Mathematik entstehen? So weit wie möglich sollen dabei Reflexionen der Lernenden gefördert werden. Die Aspekte „In-Beziehung-Setzen“, „Bewertung“ und „Haltung“ (vgl. Teil I, Abschnitt 2.1) dienen als Anhaltspunkte für die Einschätzung der Leistungen der Schülerinnen und Schüler.

Die angestrebte detaillierte Dokumentation des Hauptprojekts wird ebenfalls bereits in der Pilotstudie eingeübt. Der Lehrer wie auch die Lernenden können sich dadurch an die dafür nötigen Hilfsmittel und Techniken gewöhnen. So werden beispielsweise die Unterrichtseinheiten mittels Diktiergerät und durch einen Beobachter bzw. eine Beobachterin festgehalten, Interviews durchgeführt, Fotos gemacht, Texte gelesen sowie Aufsätze verfasst und bewertet. Dadurch soll (auch) herausgefunden werden, was den Schülerinnen und Schülern fehlt, um das Projekt gewinnbringend bearbeiten zu können. Die Erfahrungen werden dann der Planung, Durchführung und Auswertung des Hauptprojekts zugrunde gelegt.

Ziele, die die Lernenden betreffen:

- *Strukturierung einer Entscheidungssituation*
- *Erweiterung des Bildes von der Mathematik*

Das Treffen einer (überlegten!) Entscheidung erfordert die Fähigkeit zur genauen Analyse einer Situation. Dazu lernt man durch die Pilotstudie, eine Entscheidungssituation zu strukturieren, Fälle (Spielzüge) zu verbalisieren, sie durchzudiskutieren und schließlich Darstellungen (der Spielsituation) anzufertigen. Gerade die bildliche Materialisierung der Entscheidungssituation in Form des Darstellungsmittels „Spielbaum“ stellt eine Voraussetzung für die Diskussion der Ergebnisse und die Kommunikation der gefundenen Spieltaktiken dar. Die Spielsituation kann also durch mathematische Darstellungsweisen strukturiert werden, um so die Wahl des nächsten Zuges zu erleichtern. Symmetrieüberlegungen helfen außerdem dabei, die Komplexität des Spiels zu reduzieren. Mithilfe der vollständigen Erfassung des Spiels im Spielbaum kann dann auch das Verhalten des Gegenspielers eingeschätzt werden. TTT zeigt also bereits die Rolle der Mathematik als Darstellungsmittel, um Verhaltensweisen zu erklären, vorherzusagen und zu steuern.

Weil die Mathematik als Hilfsmittel (z.B. zur Wahl eines Verkehrsmittels) auftritt und nicht im Zentrum der Betrachtungen steht, wird auch das Bild der Mathematik, welches die Schülerinnen und Schüler haben, erweitert. Sie sollen erkennen, dass die Zuordnung von Zahlen zu den einzelnen Spielzügen wie auch das Anfertigen eines Spielbaums eine Verwendung von Mathematik bedeuten und nicht immer „nur“ gerechnet werden muss. Weiters sollen die Lernenden begreifen, wie im Mathematikunterricht erlernte Darstellungsformen und Strategien bei Entscheidungen helfen können.

Außerdem soll versucht werden, durch die Pilotstudie nicht nur die Ausgangssituation festzuhalten sondern unter Umständen schon eine Teilfrage zu beantworten.

3 Rahmenbedingungen

3.1 Umfeldbeschreibung

Die Pilotstudie wurde in einer 5. Klasse AHS des Schulzweigs Realgymnasium durchgeführt. Die Schülerinnen und Schüler waren also zwischen 14 und 15 Jahre alt. Das Fach Mathematik wurde 4 Stunden pro Woche unterrichtet. Die ersten beiden Unterrichtseinheiten der Pilotstudie hielt ich im Anschluss an das Kapitel Funktionen, wobei zwischen den beiden Einheiten eine Mathematikstunde lag, in der im Stoffgebiet Funktionen weitergearbeitet wurde. Die dritte Unterrichtseinheit der Pilotstudie, die ich nicht gemeinsam mit den ersten beiden Einheiten plante, wurde dann zwei Monate später durchgeführt.

In der Klasse befanden sich insgesamt 27 Schülerinnen und Schüler. Für die Dauer der Pilotstudie wurde von mir ein zufälliger Sitzplan erstellt. Dadurch arbeiteten andere Teams zusammen als üblicherweise bei Partnerarbeiten, was ich als positiv empfand. Außerdem wirkte der geänderte Sitzplan – laut Schülermeldung – positiv auf die Aufmerksamkeit während des Unterrichts. Da eine Schülerin und ein Schüler für die Unterrichtsbeobachtung eingeteilt wurden, blieben für die Phasen der Gruppenarbeit 11 Zweiergruppen sowie eine Dreiergruppe.

An dieser Stelle will ich anmerken, dass das Hauptprojekt in derselben Klasse im darauf folgenden Schuljahr durchgeführt wurde, wodurch die Rahmenbedingungen im Wesentlichen identisch waren.

3.2 Dokumentation

Das Projekt hielt sich an die Grundsätze der Aktionsforschung (vgl. die Festlegung von Forschungsausgangspunkten, Teil I, Kapitel 4). So wurden durch die Pilotstudie und das Hauptprojekt Forschung und Praxis miteinander verbunden und durch diese Arbeit die Ergebnisse öffentlich zugängig gemacht. Dabei war ich selbst planender, durchführender und evaluierender Lehrer.

In der Unterrichtsbeobachtung bediente ich mich der Methode der Triangulation[1]. Es konnte auf drei Sichtweisen zurückgegriffen werden:

- Perspektive der Lernenden
- Perspektive eines neutralen Dritten

[1] vgl. Altrichter, Posch (1998) S. 164 und S. 188. (Die Methode der Triangulation wurde von John Elliott populär gemacht.)

- Perspektive des Lehrers

Ein Schüler hatte vor der Stunde die Rolle eines Beobachters zugewiesen bekommen und machte Notizen. Eine Schülerin fertigte Fotos der Unterrichtssituation an. (Das Beobachten des Unterrichts sowie das Fotografieren des Geschehens wurden zuvor mit den beiden Freiwilligen besprochen und im Unterricht ausprobiert.) Außerdem wurden nach den einzelnen Unterrichtseinheiten Schülerinnen und Schüler interviewt. Schriftliche Arbeiten (Schul- und Hausübungen) und Tonaufnahmen des Unterrichts gaben zusätzliche Einblicke in den Unterricht aus der Sicht der Lernenden. Weiters beobachtete ein Kollege aus der DoktorandInnen-Gruppe, in der ich arbeitete, den Unterricht und sprach dabei auf ein Diktiergerät. Schließlich habe ich als Lehrer eine persönliche Sicht des Geschehens und konnte meine Unterrichtsgestaltung mithilfe einer Tonaufnahme und im Anschluss an den Unterricht angefertigter Notizen analysieren.[1] Die nachfolgende Beschreibung und Analyse der Pilotstudie beruhen auf einer Zusammenschau der drei Perspektiven.

[1] Bei Altrichter und Posch (1998) findet man im Kapitel 5, S. 96 ff., „Sammlung von Daten“ Ratschläge zu Tonaufzeichnungen, Fotografien und Interviews.

4 Unterricht

4.1 Erste Unterrichtseinheit - Tic-Tac-Toe

Am Beginn der ersten Stunde erklärt der Lehrer den Schülerinnen und Schülern in knappen Worten, wie diese ablaufen soll und weist darauf hin, dass die Stunde durch einen Kollegen beobachtet wird. Dann gibt der Lehrer eine kurze Einführung in das Spiel Tic-Tac-Toe (TTT).

Tic-Tac-Toe ist ein Schreibspiel für zwei Personen. Auf einem Blatt Papier werden neun Felder durch zwei Parallelenpaare skizziert. Der Spieler, der beginnt, setzt in irgendein Feld ein Kreuz. Der zweite setzt einen Kreis. Abwechselnd zeichnen beide Spieler weiter Kreuze und Kreise. Derjenige, der es als erster schafft, drei Kreuze bzw. drei Kreise nebeneinander, untereinander oder diagonal zu setzen, hat gewonnen.

Während der Erklärung wird ein möglicher Spielverlauf (bei dem es einen Gewinner gibt) an die Tafel gezeichnet. Anschließend wird ein Arbeitsauftrag gegeben:

In den nächsten 10 Minuten geht es darum, eine möglichst gute Strategie für das Spiel zu finden – wir wollen Tic-Tac-Toe gewinnen! Jeder tritt dabei gegen seinen Sitznachbarn an. Papier liegt hier vorne bereit.

Die angegebene Zeit stellt insofern einen Richtwert da, als es darum geht, die Schülerinnen und Schüler so lange probieren zu lassen, bis bei ihnen der Eindruck entsteht, unbesiegbar zu sein.

Spielphase 1

Die Klasse ist sofort mit dem Spiel beschäftigt. Der Wettstreit der Paare steht im Vordergrund – es tauchen zunächst keine Fragen auf. Beobachtung des Kollegen:

Manche Schüler schreiben eine Wertung mit, um den Sieger unter sich küren zu können. (...) Maximal 15 Spiele konnten in den 10 Minuten gespielt werden.

Zwei Schüler notieren die Reihenfolge der Züge, um die Spiele später nachvollziehen zu können. Diese Idee wird bei der gemeinsamen Analyse von TTT an der Tafel aufgegriffen (siehe Tafelbild, S. 46, Abb. 4).

<u>Transkription der Tonaufnahme einer Gruppe:</u>

Schüler A: *Das kann's nicht geben. Es muss immer unentschieden sein!*
Lehrer: *Hat jetzt bei euch schon jemand gewonnen?*
Schüler A: *Nein! Es wird nie wer gewinnen!*

Lehrer: *Dann versucht noch zu notieren, welchen Zug man als zweiter machen muss, damit man nicht verliert!*

Schüler B: *Es verliert eh nie wer!*

Schüler A: Lacht.

Lehrer: *Wenn man den zweiten Zug falsch macht schon! Ihr macht ihn eben einfach richtig!*

Schüler A: *Naja!*
... (unv.)

Lehrer: *Man kann den zweiten Zug schon falsch machen! Ich habe das ja vorher hergezeigt!*

Schüler A: *Da muss man zwei Sekunden überlegen und dann weiß man's!*

Lehrer: *Ihr sollt das aber jemand anderem auch erklären können! Ich weiß – das Spiel ist dann schnell fad!*

Schüler A: Lacht.

Lehrer: *Aber ich möchte es erklärt haben!*
[Lehrer verlässt die Gruppe.]

Schüler A: *Ich spiel jetzt absichtlich falsch!*

Fotos der ersten Spielphase:

Abbildung 2: Spielphase 1

Spielphase 2: Spielen gegen den Meister

Nach den geplanten 10 Minuten wählt der Lehrer einen Spieler aus. Schüler A (siehe oben) hat bereits erkannt, dass man bei TTT nie verlieren muss, und ist aus diesem Grund geeignet, diese Tatsache der Klasse erfahrbar zu machen. Durch Beobachtung der an der Tafel stattfindenden Spiele sollen nun auch die nicht aktiven Schülerinnen und Schüler erkennen, wie auf die verschiedenen Züge des „Meisters" zu reagieren ist, um nicht zu verlieren.

Abbildung 3 zeigt den Meister vor Beginn der zweiten Spielphase an der Tafel:

Das ist sinnlos...
Es wird nie wer gewinnen!

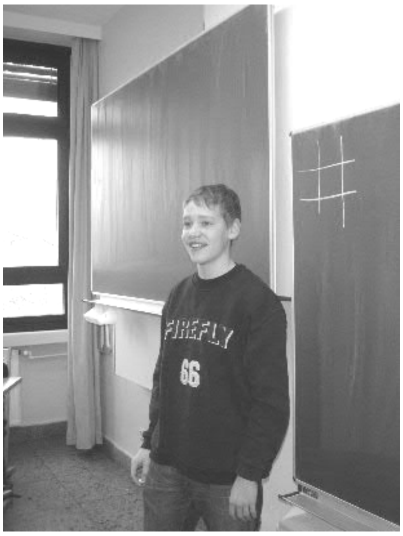


Abbildung 3

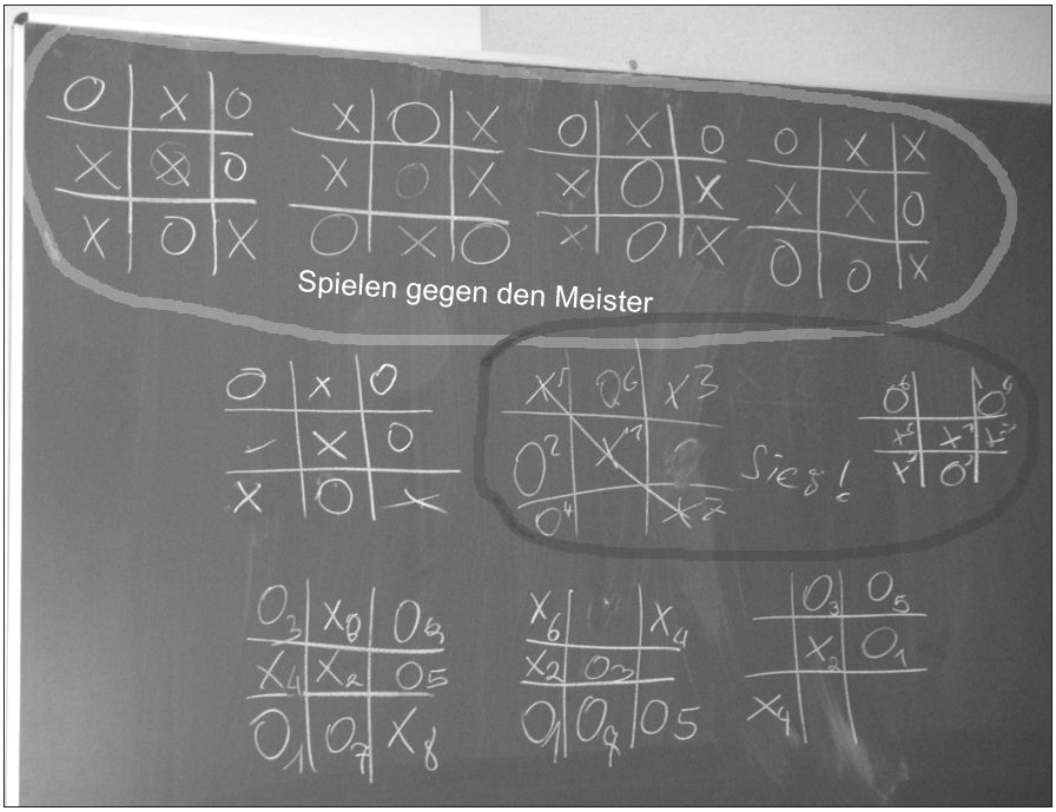


Abbildung 4: Kommentiertes Tafelbild der zweiten Spielphase

Die erste Zeile im obigen Tafelbild (Abb. 4) zeigt die Spiele gegen den Meister. Auf eine Anweisung des Lehrers hin beginnt der Meister jeweils mit dem Symbol **x** – aber immer an einer anderen Position.

Die Länge der ersten Spielphase scheint ausreichend gewesen zu sein – die Lernenden haben gut genug geübt, um selbst gegen den Meister nicht zu verlieren. Die Spiele enden also immer mit einem Unentschieden. Dies führt zu Wortmeldungen wie: *„Ur fad! Immer unentschieden!“* Die Antwort des Lehrers darauf lautet: *„Haben wir* *vielleicht zu wenig oft probiert?"* Die Klasse ist sehr leise. (Schülerbeobachtung: *„Alle schauen gespannt zu!"*). Lehrer:

Wie einige von euch bereits festgestellt haben, sieht es so aus, als ob man das Spiel nicht gewinnen könnte. Scheint das nur so zu sein – das heißt, haben wir vielleicht bloß zu wenig lange probiert und die besten Züge noch nicht gefunden – oder kann man prinzipiell gegen einen „Meister" nicht gewinnen?

Analyse des Spiels

Die zweite und dritte Zeile des Tafelbildes (Abb. 4) zeigen die von den Schülerinnen und Schülern zur Beantwortung dieser Frage präsentierten Ideen. Zunächst wird in der Mitte begonnen und gezeigt, dass es bei fehlerlosem Spiel keinen Gewinner gibt. Nach dem ersten Spiel weist der Lehrer auf die fehlende Nachvollziehbarkeit der Spielzüge hin. Der Schüler, der bereits in der ersten Spielphase die Züge nummerierte, erläutert daraufhin seine Notationsweise. Die Idee des Schülers, die Züge zu nummerieren, wird nun zunächst beibehalten. Dieser Schüler zeigt im zweiten Spiel, wie es zu einer Niederlage kommen kann. (Tafelbild: *„Sieg!"*).

Ein Schüler meint, die Niederlage sei darin begründet, dass der zweite Zug nicht in die Ecke gesetzt wurde. Die Aufforderung des Lehrers lautet dann, den zweiten Zug nochmals nicht in die Ecke zu setzen und zu versuchen, dass Spieler **x** trotzdem nicht gewinnt. Eine Schülerin zeigt daraufhin im dritten Spiel, dass Spieler **x** in diesem Fall (bei fehlerlosem Spiel) gewinnen muss (3. Spiel in der zweiten Zeile des Tafelbildes). Den richtigen zweiten Zug vorausgesetzt, scheint aber immer ein Unentschieden am Ende des Spiels zu stehen. Die dritte Zeile zeigt Spiele, die nicht in der Ecke begonnen wurden.

Nachdem nun die Eröffnungen „Mitte" und „Ecke" gezeigt wurden, stellt der Lehrer die Frage: *„Wie viele verschiedene Möglichkeiten, das Spiel zu beginnen, gibt es?"* Die erste Antwort lautet: *„9!"* Nach kurzer Zeit meldet sich eine Schülerin mit der korrekten Antwort: *„Es gibt 3 Möglichkeiten: Ecke, Mitte und Rand."* Ein anderer Schüler bemerkt, dass man das Spielfeld ja drehen kann.

Nun erwähnt der Lehrer erstmals, dass es ihm darum geht, die im Spiel zu treffenden Entscheidungen auch zu begründen. Die Schülerinnen und Schüler sollen erkennen, dass diese Methode allgemein wichtig ist – nicht nur in Spielen sind Entscheidungen zu treffen.

Hausübung - Aufgabenstellung

Zumindest die Eröffnung in der Mitte soll auf den zweiten Zug hin analysiert werden: *„Welche Züge muss man vermeiden? Wieso?"*

Die Aufgabe lautet, die gefundenen Strategien zeichnerisch festzuhalten und auch zu erklären. Die Wahl der Darstellungsart bleibt dabei den Schülerinnen und Schülern überlassen. In der nächsten Stunde sollen die Ergebnisse der Klasse präsentiert werden. Zusätzlich können auch die beiden weiteren Eröffnungen analysiert werden. [Der Zusammenhang des Spiels mit der Mathematik wurde von der Klasse nicht angesprochen und daher auch vom Lehrer wie geplant nicht thematisiert.]

Abbildung 5: Nach dem Erteilen der Hausübung

Die Klasse spielt am Schluss auf Aufforderung des Lehrers hin noch konzentriert weiter und versucht, bereits erste Ideen für die Hausübung festzuhalten (Abb. 5). Obwohl sich die Stunde dem Ende zuneigt, beschäftigen sich zwei Drittel der Schülerinnen und Schüler mit dem Spiel. Schülerbeobachtung: *„Alle spielen; nach dem Schlusswort des Lehrers spielen zwei Schüler noch immer.“*

Notizen (Spielphase 1)

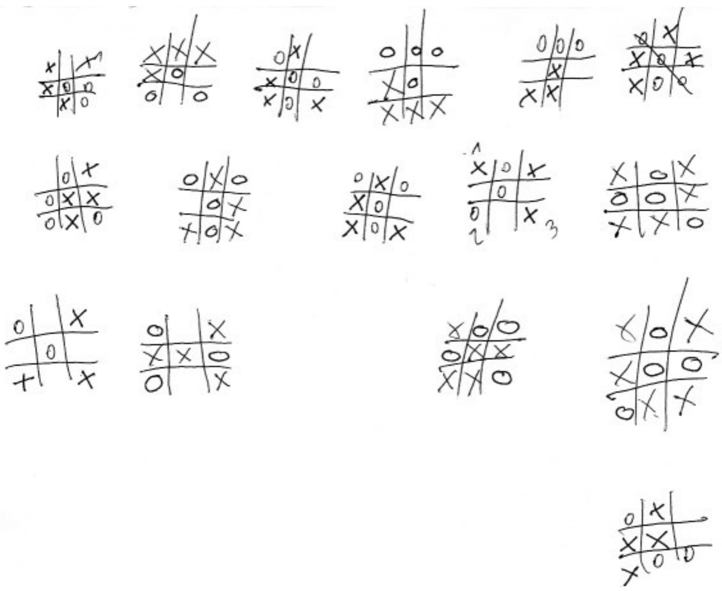
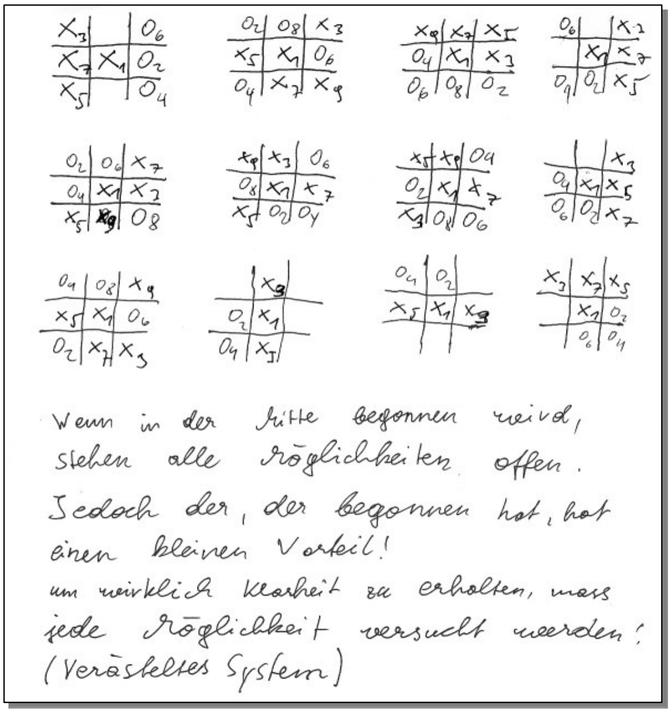


Abbildung 6

In der ersten Zeile (Abb. 6) gibt es noch einen Gewinner. Darauf folgen dann einige Unentschieden und schließlich werden verschiedene Strategien genauer verfolgt. Eine Nummerierung der ersten Züge ist vorhanden.

Abgegebene Hausübungen zur ersten Unterrichtseinheit

Die Hausübungen bringen nicht viel Neues. Die Schülerinnen und Schüler fassten die Ideen großteils zusammen und blieben bei der Notationsweise des Nummerierens der einzelnen Züge.



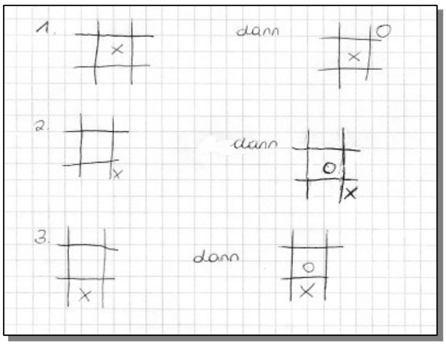
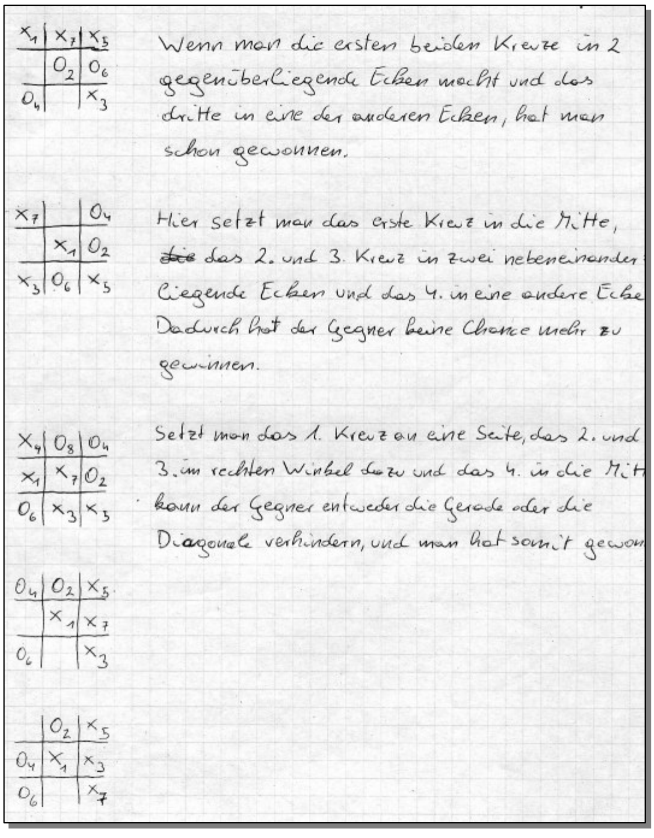


Abbildung 7: Hausübungen



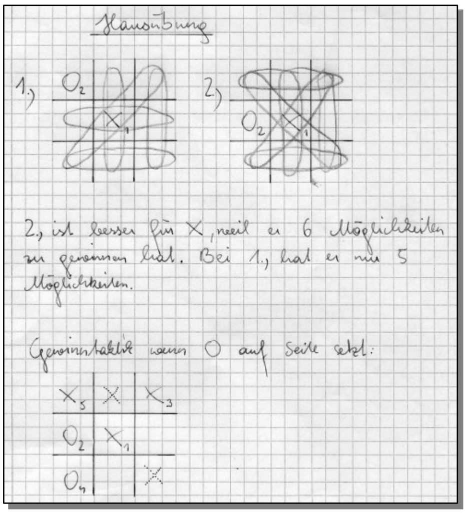


Abbildung 8: Hausübungen

4.2 Zweite Unterrichtseinheit - Diskussion

Besprechung der Hausübung

Der Lehrer knüpft an die erste Einheit an und stellt in den Raum, dass man bei TTT anscheinend nicht verlieren muss. Diese Hypothese soll nun diskutiert werden. Dazu präsentieren Schülerinnen und Schüler ihre – in der Hausübung auch verschriftlichten – Ideen an der Tafel. [Beobachtung des Kollegen: *„Die Schüler hören am Beginn konzentriert zu. Der Lehrer weist darauf hin, dass der erste Zug des zweiten Spielers entscheidend ist.“*]

Die Lernenden behalten bei der Präsentation die Idee der Nummerierung aus der ersten Einheit bei. Die erste Schülerin ist nicht sehr gut vorbereitet – auch die erste Hausübung (siehe oben) enthielt oft nur wenige Skizzen und kaum Erläuterungen. Schließlich wird die Bedeutung des zweiten Zuges beim Beginn in der Mitte aber doch aufgezeigt. [Die Klasse ist während dieser Phase des Unterrichts mit großem Eifer dabei – es kommt zu vielen Wortmeldungen von Schülerinnen und Schülern, die die Ideen der anderen kommentieren.]

Das folgende Tafelbild (Abb. 9) zeigt Überlegungen zur Wichtigkeit des zweiten Zuges. Wenn dieser in die Mitte einer Seite des Spielplans gesetzt wird, kann der erste Spieler das Spiel für sich entscheiden. Untersucht wurden auch die verschiedenen Möglichkeiten für den dritten Zug. Das letzte Spiel wurde vom Lehrer angefertigt und zeigt die Bedeutung der Symmetrie für die Einschränkung der zu untersuchenden Züge.

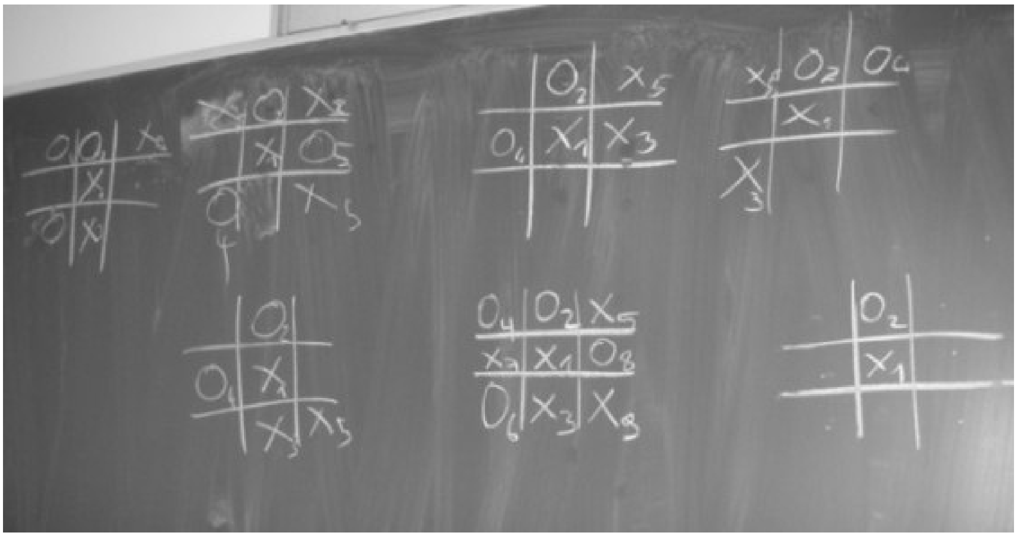


Abbildung 9: Besprechung der Hausübung

Spielbaum

Am Ende der Präsentation der Hausübung stellt der Lehrer die Frage nach alternativen Darstellungsformen. In den am Ende der Stunde abgesammelten Arbeiten zur ersten Hausübung fanden sich zwar keine anderen Möglichkeiten. Hier meldet sich aber ein Schüler zu Wort und schlägt vor, für jeden Zug einen neuen Spielplan anzufertigen („Ursprüngliche Idee eines Schülers" in Abbildung 10).

Lehrer: *Welchen Vorteil hat diese Darstellungsweise?*

Schüler: *Man könnte, wenn man bei einem Zug zum Beispiel einen Fehler erkennt, und man eine Verbesserungsmöglichkeit sieht* (...) *einfach eine Abzweigung machen!* („Erweiterung von Schüler 2" in Abbildung 10)

Ein Schüler wirft ein, dass man jetzt ja eigentlich alle Möglichkeiten aufzeichnen könnte. Der Lehrer greift diesen Vorschlag auf und visualisiert die prinzipielle Möglichkeit, alle Spielsituationen – ausgehend vom Beginn in der Mitte – darzustellen (Abb. 10). Diese Darstellungsweise wird dann vom Lehrer als „Spielbaum" bezeichnet.

Beobachtung des Kollegen: *„Der Spielbaum wird von Schülern mit etwas Hilfe gefunden."*

Schließlich zeigt der Lehrer einen möglichen Spielbaum am Overhead-Projektor (siehe S. 213 ff.: Anhang B).

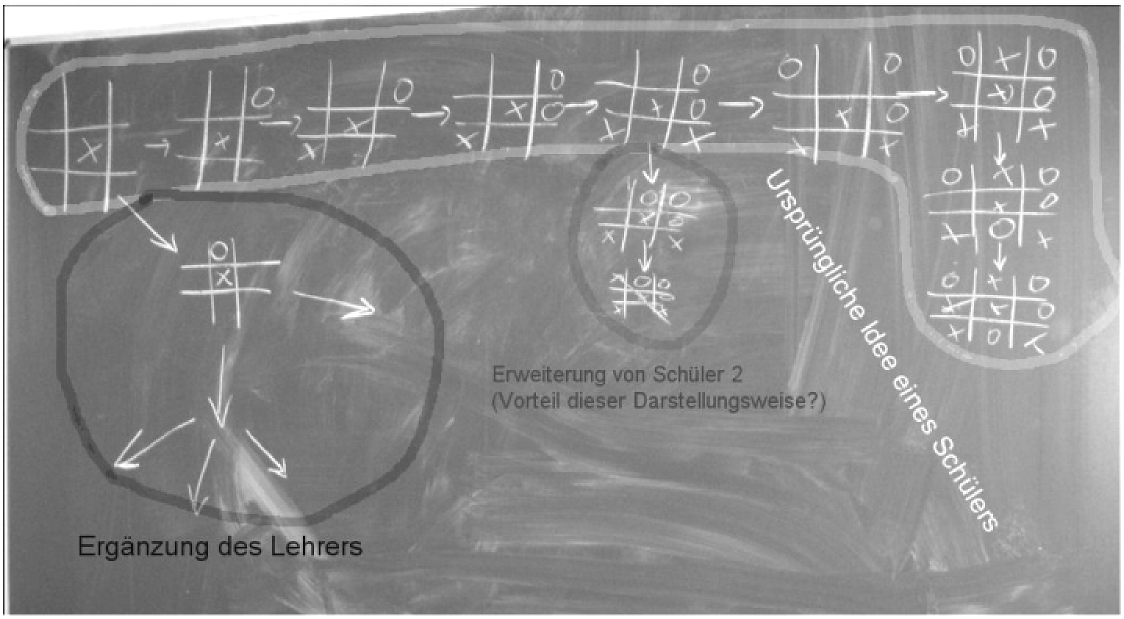


Abbildung 10: Spielbaum

Diskussion

Es folgt eine abschließende Diskussion des Spiels. Die folgenden Fragen wurden dazu auf Overheadfolie gezeigt. [Die Antworten wurden den Tonbandnotizen des beobachtenden Kollegen entnommen.]

- Wie entscheidet man sich für den besten Zug?

  Man muss einen sicheren Zug finden und den Gegner unter Druck setzen!
  Man müsste alle Spielzüge kennen und dann auswählen!

- Wie haben wir gearbeitet, um das Spiel zu lösen?

  Wir haben das Spiel nicht gelöst! Wir haben ja nicht alle Möglichkeiten aufgezeichnet! Der Spielbaum ist noch nicht vollständig!
  Es wurden verschiedene Möglichkeiten ausprobiert!

- Warum dürfen wir im Mathematik-Unterricht TTT spielen? / Ist das Mathematik?

  Vielleicht dürfen wir's ja gar nicht! Wieso sollen wir das nicht dürfen?
  Hat was mit Mathematik zu tun!
  Konzentrationsübung (man muss sich Spielzüge merken)!
  Wahrscheinlichkeit: Die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen, hängt vom ersten Zug ab!
  Logisches Denken!
  Es ist interessant, dass man in so einem alltäglichen Spiel auch Mathematik anwenden kann!
  Lehrer: *„Wo ist die Mathematik?"*
  Schüler: *„Logisches Denken!"*
  Lehrer: *„Wir haben nummeriert und Zeichnungen angefertigt. Man muss nicht unbedingt etwas berechnen!"*
  [Beobachter: "*Schüler können den Hintergrund des Sinns dieser Einheit nicht ganz ausformulieren. Der Lehrer weist darauf hin, dass es um das Treffen von Entscheidungen geht."*]

- Passen unsere Tätigkeiten auch in ein anderes Fach?

  Religion – Wir sprechen in Religion über alles Mögliche!
  Physik – Es handelt sich um ein Experiment!

- Hat sich dein Bild von der Mathematik geändert?

  Beantwortung blieb offen. (Die Frage wird in der Hausübung behandelt.)

Hausübung - Aufgabenstellung

Die Schülerinnen und Schüler erhalten eine Kopie der Fragestellungen aus der Diskussion, wobei jeweils eine Frage markiert ist. Diese muss beantwortet werden; zumindest eine zweite Frage soll von den Lernenden ausgewählt werden. Die Länge der Hausübung soll ungefähr eine halbe bis eine A4-Seite betragen.

Abgegebene Hausübungen zur zweiten Unterrichtseinheit[1]

Hausübung - Schülerin 1

Passen unsere Tätigkeiten (auch) in ein anderes Unterrichtsfach?
Ich finde schon dass man dieses Spiel auch in anderen Fächern verwenden kann. Man könnte es beispielsweise in Religion als Beispiel für eine Entscheidung im Leben verwenden. Es soll zeigen, dass man manche Entscheidungen gut überdenken sollte, denn wenn man das nicht tut, könnte es negative, aber auch positive Auswirkungen haben.

Wie entscheidet man sich für den besten Zug?
Am besten wäre es wenn man alle Möglichkeiten ausprobiert und sich dann für den besten Zug entscheidet. Weil es aber viele Möglichkeiten gibt und man das Spiel nicht unterbrechen will, wäre es am besten wenn man alle verschiedenen Züge auswendig wissen würde. Wenn man sich die viele Arbeit aber nicht antun möchte, könnte man sich ein paar einfache Züge, die zum Sieg führen, merken.

Hat sich dein Bild von der Mathematik durch die letzten beiden Unterrichtsstunden geändert?
Manchmal denkt man sich das Mathematik immer nur rechnen und zeichnen ist und man sie wenig im realen Leben verwenden kann. Aber wenn man dann sieht, dass man sie auch bei so einfachen Spielen verwenden kann denkt man schon ein bisschen anders darüber. Es ist nicht so, dass mein Bild von der Mathematik jetzt völlig anders ist, aber ich habe gemerkt, dass man das logische Denken, welches man oft in der Mathematik braucht, auch bei Tic-Tac-Toe benötigt.

Hausübung - Schüler 2

Ist das Mathematik?

> Am Anfang hatte ich meine Zweifel: "Tic-Tac-Toe, im Mathe Unterricht?". Und eigentlich waren diese Zweifel auch berechtigt, denn dieses Spiel ist keine Mathematik, aber wie bereits oben erwähnt existieren einige entfernte Gemeinsamkeiten zwischen Mathe und Tic-Tac-Toe. Zum Beispiel die grafische Darstellung, die

[1] Die Hausübungen wurden von den Schülerinnen und Schülern großteils am Computer verfasst. Diese Hausübungen sind hier – mit Ausnahme der Formatierung – unverändert abgedruckt; Rechtschreibfehler wurden nicht ausgebessert. Handgeschriebene Hausübungen wurden ebenfalls (unverändert) in elektronische Form gebracht. Dies gilt ebenso für das nachfolgende Hauptprojekt.

> Nummerierung und man kann Wahrscheinlichkeitsrechnungen durchführen. Diese sind aber sehr ungenau, weil dieses Spiel eigentlich nur durch menschliche Fehler entschieden werden kann.

[Bem. des Autors: Die Wahrscheinlichkeitsrechnung ist im Unterricht (5. Klasse) noch nicht vorgekommen. Ich ging daher auch nicht näher auf mögliche Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Pilotstudie ein.]

Wie haben wir gearbeitet, um das Spiel zu „lösen"?

> Wenn man es genau nimmt haben wir das Spiel gar nicht gelöst. Um es zu lösen müsste man nämlich alle Möglichkeiten ausprobieren. Wir haben im Unterricht nur einige wenige dieser Möglichkeiten aufgezeichnet und besprochen. Die meisten davon waren Spielzüge mit denen man Gegner gut in Bedrängnis bringen kann, oder auch Spielzüge durch die man nicht verlieren kann. Außerdem haben wir versucht zu erklären warum der erste Spieler nicht gewinnen kann, wenn der zweite Spieler keine groben Fehler macht.

Fazit: Die beiden Unterrichtsstunden waren sehr interessant und nicht allzu anstrengend. Ich würde mir mehr solcher Projekte wünschen.

Hausübung - Schüler 3

2.: Zu Anfang möchte ich sagen (schreiben), dass wir das Spiel meiner Ansicht nach nicht vollständig gelöst haben, aber einen ausgezeichneten Lösungsweg erarbeitet haben. Doch um zur Frage zurückzukehren: Wir sind von einer Ausgangssituation ausgegangen, um dann alle Möglichkeiten des ~~Weiterspiels~~ weiteren Spiels zu versuchen. So kamen wir ~~zur~~ zu der Erkenntnis, dass es nur 3 verschiedene ~~Ausgangsmomente~~ Anfangsmöglichkeiten gibt: in eine Ecke setzen, in die Mitte oder auf eine Seite. Schließlich haben wir entdeckt, dass ein Spieler eigentlich nur gewinnen kann (selbst wenn er selbst alles richtig macht), wenn sein Gegner einen Fehler begeht. Wenn der 1. Spieler zum Beispiel in die Mitte setzt und der 2. Spieler den Fehler begeht an eine Seite, und nicht in eine Ecke, zu setzen, kann der 1. Spieler nur noch durch einen dummen Fehler verlieren.

Abbildung 11: Teil einer Hausübung

Hausübung - Schülerin 4

• Hat sich dein Bild von der Mathematik in den letzden beiden Underrichtssdunden geändert?

Mein Bild über ~~die~~ Mathematik hat sich zum Einen zwar verändert, zum Anderen allerdings nicht!

1.) Durch die beiden Underrichtsstunden habe ich verstanden, dass Mathematik nicht unbeding mit Rechnen, sondern auch mit praktischeren Dingen, verbunden sein muss!

Allerdings hätte sich ~~man~~ sicher ein anderes Beispiel, als das Spiel Tic-Tac-Toe, finden lassen.

Insofern finde ich es gut dass so ein Projekt im Underricht undergebracht wird.

Abbildung 12: Teil einer Hausübung

4.3 Dritte Unterrichtseinheit - Entscheidungsfindung mithilfe der Mathematik

TTT-Zusammenfassung

Der Inhalt der ersten beiden Unterrichtseinheiten der Pilotstudie wird in Erinnerung gerufen. Dabei fasst der Lehrer kurz den bereits durchgeführten Teil der Studie zusammen und stellt die folgenden Fragen.

- *Wie haben wir uns für den besten Zug entschieden?*
- *Welche Rolle spielte die Mathematik für diese Entscheidung?*

Die Beantwortung der einführenden Fragen zur Rolle der Mathematik für Tic-Tac-Toe wird sehr zögernd begonnen. Die Antworten auf die Frage „*Wie haben wir uns für den besten Zug entschieden?*“ beschränken sich auf Rückmeldungen wie „*Überlegen*“, „*Handeln*“ und „*Probieren*“.

Die Frage nach der Rolle der Mathematik wird mit „*Logisches Denken hilft!*“ beantwortet. Was die Mathematik nun mit logischem Denken zu tun hat, bleibt an dieser Stelle noch offen; dieser Punkt wird später in der Diskussion wieder aufgegriffen werden. Um einen weiteren Bezug zur Mathematik, der bei der Analyse des Spiels Tic-Tac-Toe auftrat, in Erinnerung zu rufen, stellt der Lehrer die Frage: „*Ist Aufzeichnen* *auch Mathematik?*". Er verweist dabei auf den erstellten Spielbaum. Ein Schüler antwortet: „*In gewisser Weise!*" Diese – wohl unreflektierte – Antwort zeigt zumindest die Wichtigkeit der Behandlung der Frage „Was ist Mathematik (noch)?" im Laufe dieser Stunde.

Vorgabe einer konkreten Entscheidungssituation

Nun wird den Schülerinnen und Schülern eine Situation vorgegeben, in der es sich erneut zu entscheiden gilt. Diese steht zunächst in keinem ersichtlichen Zusammenhang mit dem behandelten Spiel Tic-Tac-Toe:

Du willst den Winterurlaub in Tirol verbringen. Nach welchen Kriterien entscheidest du dich für ein Transportmittel? Inwieweit haben „mathematische" Überlegungen Einfluss auf deine Entscheidung?

Die Lernenden haben 10 Minuten Zeit, um zu zweit die Fragen zu beantworten. Es sollen Notizen gemacht werden. Die Fragestellung wird mit großem Einsatz bearbeitet. Es werden mehrere Verkehrsmittel gefunden, und die Entscheidungen können auch begründet werden.

Zunächst werden erste Ideen gesammelt und dem Lehrer auch gleich im Zweiergespräch nahegebracht. Die meisten Gruppen listen verschiedene Fahrzeugtypen und deren Vor- und Nachteile auf. Dabei werden häufig Tabellen, die eine erste Strukturierung der Entscheidungssituation zeigen, verwendet. Nach ungefähr 10 Minuten wird die Gruppenarbeit beendet. Die Schülerinnen und Schüler hatten in den letzten Phasen der Arbeit keine neuen Ideen mehr; sie geben sich vorerst damit zufrieden, die verschiedenen Fahrzeuge gefunden und hinsichtlich ihrer Eignung beschrieben zu haben.

Der Lehrer weist darauf hin, dass die nun folgende Präsentation und Diskussion schon als Vorbereitung und Ideenlieferant für die bevorstehende Hausübung gesehen werden soll. Die Lernenden sind aufgefordert, ihre Notizen der Klasse vorzustellen.

Der erste Vorschlag, das Auto zu verwenden, wird damit begründet, dass die Reise am „direktesten" Weg möglich sei, es am komfortabelsten sei und außerdem viel Gepäck mitgenommen werden könne. Ein Nachteil seien Gefahren aufgrund schlechter Straßenverhältnisse. Die zweite Wortmeldung beschreibt die Vorteile eines Hubschraubers. Dieser stelle eine gute Wahl dar, wenn Geld keine Rolle spielte. Ein weiteres häufig angeführtes Verkehrsmittel ist der Zug. Man komme schnell, billig und bequem ans Ziel; außerdem könne man während der Fahrt schlafen.

Die Frage: „*Inwieweit haben mathematische Überlegungen Einfluss auf deine Entscheidung?*" leitet zur Diskussion über.

Diskussion

Die folgenden Diskussionsimpulse dienen als ein Leitfaden und werden auf Overhead-Folie vorgelegt:

- *Inwieweit kann die Mathematik helfen, sich für ein Verkehrsmittel zu entscheiden?*
- *Was leistet die Mathematik?*
- *Welche Kriterien für die Entscheidung gibt es noch?*
- *Wie kommt man letztendlich zu einer Entscheidung?*
- *Was hat logisches Denken mit Mathematik zu tun?*

[Diese Diskussion soll zeigen, was Mathematik (auch) ist. In einer Fragestellung des Interviews nach der Stunde wird dieser Punkt wieder aufgegriffen, um den Umgang der Schülerinnen und Schüler mit dieser „Problematik" zu durchleuchten. Es ist ja nicht von vornherein klar, was als Mathematik zu bezeichnen ist. Als eine Reaktion auf die (mögliche) Ansicht: „Hurra, wir brauchen nicht mehr Mathematik zu lernen!" soll gezeigt werden, dass auch das Strukturieren einer Entscheidungssituation (am ehesten) in die Mathematik passt.]

Auf die Frage „*Inwieweit hilft die Mathematik?*" wird zunächst mit der Berechnung eines Preis-Leistungs-Verhältnisses geantwortet. [Der Schüler assoziiert den Begriff „Verhältnis" wohl mit der Mathematik.] Auch die Wörter „Preis" und „Geld" werden mit der Mathematik in Zusammenhang gebracht. Man habe dann Zahlen und könne damit etwas berechnen. Dieses „Rechnen" wird dann von den meisten Lernenden mit der Mathematik gleichgesetzt und nicht als ein Teil von ihr gesehen. [Diese Sichtweise wurde zumindest in Ansätzen schon in dieser Pilotstudie revidiert; dass die umkehrbar-eindeutige Zuordnung *Mathematik = Rechnen* aber sehr tief verankert ist, zeigen im Anschluss an den Unterricht dann auch die Interviews.]

Die Mathematik – als Fach in dem gerechnet wird – kann also für die Schülerinnen und Schüler durchaus eine Entscheidungshilfe darstellen; ein Routenplaner (der ja auch etwas aus*rechnet*) wird ebenfalls angeführt. Auch ein Vergleich mit Optimierungsaufgaben zur Bestimmung des besten Weges wird durch einen Schüler angestellt. [Dies war aufgrund der letzten Schularbeit, die die lineare Optimierung beinhaltete, ein naheliegender Gedanke.]

Grenzen der mathematischen Behandlung der Fragestellung werden in der Mathematisierung von Bequemlichkeit und persönlichen Präferenzen gesehen. Diese psychologischen Faktoren seien weitere, wichtige Entscheidungskriterien, die aber nicht mit mathematischen Methoden handhabbar seien. Ein Schüler unterscheidet daraufhin zwischen Kriterien, welche der Mathematik zugänglich seien und Kriterien, die nicht mathematisch beschreibbar seien. [Die Mathematik wird somit als eine Entscheidungshilfe zwar angenommen; jedoch werden (anfangs) schnell erreichte, unüberwindbare Grenzen gesehen.]

Die Antwort auf „*Wie kommt man letztendlich zu einer Entscheidung?*" lautet zunächst: „*Man zählt Vor- und Nachteile zusammen!*" Ein Schüler präzisiert dies, indem er vorschlägt, die einzelnen Kriterien für die Auswahl eines Verkehrsmittels – darunter auch die Bequemlichkeit – mit Punkten zu bewerten, um so zu einem Gesamtergebnis zu kommen. Dies sei auch ein guter Weg, um von der Auflistung von Vor- und Nachteilen zu einer Gesamtentscheidung zu kommen. Somit wurde die Mathematisierung der Entscheidungssituation erweitert; jetzt kann gerechnet werden – und das ist dann klarerweise Mathematik. [Wie sich in den Interviews zeigte, behielten die Schülerinnen und Schüler diesen Gedanken der – mathematischen – Bewertung von Kriterien zwar im Gedächtnis; die Mathematik wird dabei aber nur im Rechnen gesehen und nicht etwa bereits in der Zuordnung von Zahlen.]

Weitere Vorschläge beinhalten ein Ausschlussverfahren, und außerdem könne eine Entscheidung auch zufällig zustande kommen. [Damit ist offenbar eine Auswahl einer Alternative ohne vorherige Strukturierung der Situation gemeint.]

Der nächste Diskussionsimpuls „*Was hat logisches Denken mit Mathematik zu tun?*" wird mit „*In der Mathematik brauch man logisches Denken!*" beantwortet. „*Reicht aber logisches Denken schon aus?*" (Bemerkung des Beobachters: „*Der Lehrer argumentiert in Richtung einer Formalisierung!*") Zur Behandlung dieser Frage muss ich die Diskussion (die allerdings großteils aus der Beantwortung meiner Fragen besteht) in die gewünschte Richtung lenken: „*Warum geht die Lineare Optimierung nicht bloß mit logischem Denken?*" Antwort einer Schülerin: „*Die Mathematik braucht man, wenn's fürs logische Denken zu kompliziert wird!*" Dieser wichtige Gedanke wird dann von mir wiederholt und hervorgehoben; er findet sich auch in einigen Aufsätzen wieder.

Die (nicht primäre, aber interessante) Fragestellung „*Welchen Beitrag leistet die Mathematik / die Religion beim Treffen von Entscheidungen?*" ist als Zeitpuffer geplant und wird nun der Klasse vorgelegt. Der Beitrag der Religion zur Entscheidungsfindung wird zunächst kaum gesehen. Die Wortmeldung „*Die Religion sagt uns ja nur, was man nicht tun soll!*" zeigt aber, dass Ansätze zum Verständnis der Rolle der Religion sehr wohl vorhanden sind und mit meiner Hilfe dann auch noch konkretisiert werden können. In den Notizen des Beobachters findet sich dazu ein Diskussionsbeitrag meinerseits: „*Die Mathematik sagt uns: Optimales Einkaufsverhalten ist stehlen; möglichst viel mitnehmen und nichts bezahlen!*" In einem Interview und einer Hausübung beschreibt dann auch eine Schülerin ihr Interesse an dieser für sie neuen Sichtweise: Mathematik und Religion können in Zusammenhang stehend gesehen werden – sie können auf ähnliche Problemstellungen angewandt werden. Die Schülerinnen und Schüler liefern, wie beschrieben, gute Ideen; die Diskussion dieser findet allerdings nur ansatzweise statt.

Was ist Mathematik?

Den Abschluss der Diskussion über die Rolle der Mathematik bildet eine vom Lehrer vorgetragene Rückblende auf das TTT-Spiel. Beobachter: „*Der Lehrer rechtfertigt die Idee, ein Spiel wie TTT im Mathematikunterricht zu besprechen. Es existieren gewisse Übereinstimmungen mit mathematischen Ideen.*" Gerade weil die Klasse ja die Möglichkeit haben soll, die Mathematik in einer Situation abzulehnen oder sich für sie zu entscheiden, versuche ich, durch die folgende Overhead-Folie (S. 60, Abb. 13) mögliche Anhaltspunkte – die Tragweite der Mathematik betreffend – zu zeigen.[1]

Die Overhead-Folie zeigt, in welche Beziehung die bisherigen Überlegungen und Aktivitäten zur Mathematik gebracht werden können. Die Lernenden sollen ein für sie neues, umfassenderes Bild der Mathematik erkennen und einen weiteren Impuls für die Hausübung bekommen. [Die Folie wurde für die zweite TTT-Einheit vorbereitet, dort aber aus Zeitgründen nicht verwendet.]

Hausübung - Aufgabenstellung

Der Lehrer stellt die Aufgabenstellung vor: Folgende Fragestellungen sollen in Aufsatzform bearbeitet werden:

Erläutere, inwieweit deiner Meinung nach die Mathematik helfen kann, eine Entscheidung zu finden. Vergleiche dabei das Spiel Tic-Tac-Toe und das Finden eines Verkehrsmittels. Was leistet die Mathematik? Was kann die Mathematik nicht?

(1-2 A4-Seiten / Computer)

Abgegebene Hausübungen zur dritten Unterrichtseinheit

Viele der Hausübungen zeigen, dass die Schülerinnen und Schüler erkannt haben, dass die Mathematik uns die letztendliche Entscheidung (im Fall der Wahl eines Verkehrsmittels) nicht abnehmen kann. Der Großteil der Klasse hat die Intention dieser Unterrichtseinheit erkannt. Die Hausübungen wurden mehrheitlich mit dem Computer bearbeitet und umfassen meistens ungefähr eine A4-Seite. Es sind allerdings auch umfangreiche Arbeiten mit Längen bis zu vier Seiten dabei.

Die Erkenntnis *„Die Mathematik hilft, kann die Entscheidung letztendlich aber nicht abnehmen!“* findet sich so oder in ähnlicher Formulierung in 14 der 23 abgegebenen Aufsätze wieder. Das bestätigt das Erreichen eines Ziels dieser Unterrichtseinheit. In 10 Hausübungen werden mithilfe von Tabellen die Vor- und Nachteile verschiedener Verkehrsmittel dargestellt. Diese Strukturierung wird allerdings noch nicht als Mathematik gesehen. Das Verwenden einer Tabelle wird begründet mit:

- *„Jedoch kann die Mathematik die Entscheidung nur vereinfachen. Zum Beispiel beim Finden des richtigen Verkehrsmittels. Dabei kann eine Tabelle sehr hilfreich sein.“*
- *Erstellen einer Tabelle, um eine bessere Übersicht der einzelnen Verkehrsmittel zu bekommen!*

[1] Die beiden Tabellen in Abbildung 13 stammen von Begg (1997).

Tic-Tac-Toe und Mathematik

Welche Fragen kann sich ein Spieler stellen?

Frage	**Verbindung zur Mathematik**
„Wie funktioniert das Spiel?“	Darstellung, Interpretation
„Wie spiel ich am besten?“	Optimierung
„Wie kann ich sicher gewinnen?“	Analysieren, Deuten
„Was passiert, wenn...?“	Variation
„Wie stehen die Chancen für...?“	Wahrscheinlichkeit

Versucht man Antworten zu finden, kommt man zu Aussagen wie:

Aussage	**Mathematische Idee**
„Das Spiel ist eigentlich dasselbe wie...“	Isomorphismus
„Man kann gewinnen, indem man...“	Spezialfall
„Das funktioniert bei all den Situationen!“	Verallgemeinerung
„Schau, ich kann dir zeigen, dass...“	Beweisen
„Ich hab mir das so aufgeschrieben...“	Notation, Symbole finden

Weitere Mathematische Aspekte:

- ☑ Die im Spiel vorhandene <u>Symmetrie</u> erkennen!
  (Es ist egal, in welcher Ecke man beginnt!)
- ☑ Die Mathematik wird benötigt, um über das Spiel (die Strategien) <u>reden</u> zu können!
- ☑ Erstellen eines Spielbaumes (<u>Notation</u>!)
- ☑ Vorwärts / Rückwärts:
  Deduktiv entwickelnd vs. vom erwünschten Ergebnis ausgehend!
- ☑ **o** und **x** sind <u>Symbole</u>, die für die Züge der beiden Spieler stehen.
- ☑ Für das Spiel müssen Regeln festgelegt werden; auch in der Mathematik existieren Regeln (Rechengesetze!). Vergleiche dies mit der Bemerkung, dass Spiele des Öfteren von Mathematikern erfunden werden.

Abbildung 13: „Was ist Mathematik (auch)?“ (Begg 1997)

Ein Schüler entschied sich dafür, Diagramme zu verwenden. Er zählte dazu die Anzahl der Vor- bzw. Nachteile jedes Verkehrsmittels zusammen. Daraus bildete er ein Balkendiagramm und ein Kreisdiagramm, welches die Anzahl der Vorteile der einzelnen Fahrzeuge verdeutlichen soll.

Auf die Rolle und den Wert der Mathematik für einen selbst kommen 14 Schülerinnen und Schüler zu sprechen. Formulierungen wie *„Ich finde, ...“* oder *„Ich glaube nicht, ...“* zeigen eine persönliche Bezugnahme zur Fragestellung. Auch Aussagen wie *„Meiner Meinung nach ...“* sind häufig zu finden und stehen für eine für viele Schülerinnen und Schüler ungewohnte Schwerpunktsetzung im Unterrichtsfach Mathematik.

Eine begründete persönliche Ablehnung oder Annahme der Mathematik in den vorgegebenen Situationen ist dennoch nur ansatzweise in den Arbeiten zu finden.

Für einen Schüler hängt die Hilfestellung, die die Mathematik anbieten kann, vom Charakter und Typ der jeweiligen Person ab. Die folgenden Tabellen sind der Hausübung dieses Schülers entnommen:

Typ	**Berücksichtigung**	**Rolle der Mathematik**	**Entsprechende Verkehrsmittel**
Reicher Mensch, kann sich alles leisten	Verkehrsmittel sollte bequem sein, Kosten egal, verlangt viel Sicherheit, und die Mindestanzahl der Reisestunden	Hier spielt die Mathem. nur eine kleine oder vielleicht auch gar keine Rolle	Hubschrauber, Flugzeug
Durchschnittlicher Mensch, achtet auf Kosten	Fahrt sollte nicht all zu teuer sein, Berücksichtigung des Benzins (bei einer Autofahrt) achtet nicht immer in erster Linie auf den Komfort oder auf die Anzahl der Reisestunden	Die Mathematik ist hier sehr wichtig → leistet eine große Hilfe	Auto, Fahrrad, Zug, Schiff

Die Rolle der Mathematik bei Tic-Tac-Toe sieht dieser Schüler wie folgt:

Typ	**Eigene Spielweise**
Setzt besonders ans Gewinnen	Überlegt über lange über den/die nächsten Zug/Züge (Was wenn ich...) und analysiert jeden einzelnen Zug. Hier viele Verbindungen zur Mathematik: Optimierung, Interpretation, Deuten, Variationen...

Typ	Eigene Spielweise
Spielt nur aus Spaß	Setzt ohne größeres Nachdenken seinen nächsten Zug sofort. (Mal schauen...) Mathematik wird hier nicht gebraucht.

Zwei Hausübungen beschränken sich in den Tabellen nicht auf das Auflisten von Vor- und Nachteilen sondern berechnen ein Ergebnis; einmal ist dies eine Gesamtpunkteanzahl, bei der anderen Arbeit wird ein Mittelwert angegeben. Auszüge aus einer dieser Hausübungen folgen:

Tic-Tac-Toe und Mathematik?

Die Mathematik ist sehr faszinierend, sie kann uns bei vielen Problemen helfen, und uns manchmal sogar die Entscheidung abnehmen. Die Mathematik nimmt nur Bezug auf das Ergebnis. Das Ergebnis jedoch nimmt keinen Bezug auf diverse Faktoren wie zum Beispiel Umweltverschmutzung und Kosten. Die Entscheidung alleine muss der Mensch für sich selbst treffen. Man kann die Mathematik eher als eine Entscheidungshilfe sehen, die vielleicht ihren Beitrag dazu leistet, zum Bestmöglichen zu gelangen. Das heißt aber nicht, dass die Mathematik auch immer richtig liegt; sie kann auch falsche Entscheidungen als Ergebnis nennen, die dann nicht für den Anwender geeignet sind.
Wie schon gesagt, der Mensch sollte seine Entscheidungen immer noch selber treffen, und dabei kann er die Mathematik zu Rate ziehen oder auch nicht.

Das Finden eines Verkehrsmittels oder des besten Zuges (Tic-Tac-Toe)

Wenn man mit dem besten/schnellsten Verkehrsmittel von einem Punkt A zu einem Punkt B gelangen möchte, kann man selbst entscheiden, mit welchem man lieber unterwegs ist. Es gibt verschiedene Arten für die persönliche Auswahl eines Verkehrsmittels:

1. Man kann sich eines auswählen
2. Man kann die Mathematik fast zur Gänze für sich entscheiden lassen

Man könnte die Mathematik für sich entscheiden lassen, wenn man eine Tabelle aufstellt und mit einem Punktesystem festlegt, welches Verkehrsmittel mathematisch am besten ist.
Hier ist das Punktesystem so festgelegt, dass man für die meisten Punkte am schlechtesten abschneidet und für die wenigsten am besten.
Am besten 1
Am schlechtesten 5
Gleiches System wie bei den Noten in der Schule (auch bewährt).

Verkehrsmittel	**Auto**	**Bus**	**Bahn**	**Flugzeug**
Preis	1	2	3	4
Mobilität	1	2	3	4
Zeit	4	5	2	1
Komfort	4	3	2	1
Sicherheit	3	3	2	1
Gepäckmitnahme	1	3	3	4
Punkte	**14**	18	15	15

Aus dieser Tabelle geht hervor, dass das Auto das beste Verkehrsmittel sei. Aber es hat nicht jeder Mensch die gleichen Bedürfnisse. Wer mobil sein will, für den ist das Auto das Richtige. Aber jemand der nur auf die Zeit schaut, wird wahrscheinlich das Flugzeug wählen.

[...]

Das war meine Meinung und Zusammenfassung von den Schulstunden, die wir mit Tic-Tac-Toe verbracht haben, das Thema „Mathematik und Tic-Tac-Toe" war für mich anfangs sehr verwirrend, da ich nicht wusste, worum es geht, und daher anfangs nicht aufgepasst habe, aber mit der Zeit entwickelten sich einige Parallelen zur Mathematik und ich begann zu begreifen, was Mathematik überhaupt ist, wo sie überall vorkommt und welche Bedeutung sie in unserem Leben hat. Die Stunden waren eigentlich sehr interessant und lehrreich. Nun habe ich ein neues Bild der Mathematik erhalten.

5 Auswertung

Die Pilotstudie verlief im Großen und Ganzen nach meinen Erwartungen; besonders die Analyse des Spiels TTT wurde von der Klasse sehr gut angenommen. [Lehrer-Notiz nach der ersten Stunde: „Ging überraschend gut!"] Die Art und Weise der Gestaltung der Pilotstudie wurde von den Schülerinnen und Schülern begrüßt, was von Vorteil für das Hauptprojekt sein wird.

Die dritte Unterrichtseinheit war leider nicht nur zeitlich isoliert; auch ein Großteil der rückblickenden Äußerungen der Lernenden bezog sich auf die Analyse des Spiels TTT, welche daher auch im Mittelpunkt dieser Auswertung steht.

5.1 Welche Ziele wurden erreicht?

- **Gestaltung einer Mathematikstunde, in der ein Spiel im Zentrum steht.**

Im ersten Teil der Pilotstudie (TTT) traten kaum Probleme mit der zunächst ungewohnten Unterrichtssituation auf, auch die Spielphasen wurden sehr ernst genommen. (Hier sah ich zunächst eine Quelle für Schwierigkeiten: Das Spiel könnte nicht genügend ernst genommen werden, sodass nach zehn Minuten kein vorzeigbares Ergebnis vorhanden sein könnte.) Es handelte sich in großen Teilen um einen reflexionsorientierten Unterricht. Aussagen wie: *„Warum das so ist!"* (Interview), *„Entscheidungen gut überdenken!"* (zweite Hausübung) und *„Wir haben das Spiel eigentlich gar nicht gelöst!"* unterstreichen dies. Die Wortmeldung *„Dass man mehr Freiheit hat!"* zeigt, dass eine wichtige Voraussetzung für Reflexion vorhanden war.

Zu bemerken ist allerdings, dass das Spiel von vielen bald als langweilig angesehen wurde. Das Finden einer Lösung schien dem Spiel den Reiz zu nehmen – das Spiel sollte einfach nur Spiel bleiben. Nur wenige Schülerinnen und Schüler fanden an der genaueren Analyse des Spiels Gefallen. Die angestrebte Diskussion in der zweiten Unterrichtseinheit entstand nur ansatzweise und war für die Interessierteren gewinnbringender; andere schalteten nach der Spielphase ab. Aus den Interviews ist zu entnehmen, dass die Besprechung als langweilig (im Vergleich zur Spielphase) empfunden wurde. (Nur) ein Schüler bat nach der Stunde um zusätzliche Informationen: Er wollte Genaueres über den Spielbaum erfahren und bekam von mir den auf Overheadfolie gezeigten Spielbaum (siehe S. 214: Anhang B, Abb. 45). Er wollte zuhause weiterprobieren äußerte sich aber in den folgenden Stunden nicht mehr dazu.

Meine Erwartung, dass das Begründen einer Vorgehensweise für viele Schülerinnen und Schüler eine große Schwierigkeit darstellen kann, bestätigte sich somit. Bemerkenswert ist allerdings, dass die Schwierigkeiten im Fehlen von Motivation und

Interesse an der Sache begründet sind. Auch die erste Hausübung zeigt, dass wenige Schülerinnen und Schüler große Anstrengungen aufbrachten, um das Spiel genauer zu untersuchen. Die Hausübungen zur zweiten Einheit zeigen jedoch auch, dass wichtige Inhalte sehr wohl aufgenommen wurden. Die Lernenden erkannten, dass wir das Spiel nicht vollständig gelöst hatten, gaben sich aber zu einem großen Teil mit den gelernten Zügen (Reaktionen auf die Eröffnung in der Mitte) zufrieden. Die Reaktionen der Klasse bestärkten mich in der Absicht, im Hauptprojekt eine Vielzahl an konkreten Beispielen zur Untermauerung einer allgemeineren Fragestellung zu bringen.

- **Einübung von Unterrichtsbeobachtung und Auswertung derselben**

Das Einüben der Unterrichtsbeobachtung sowie des Interviewens stellt ein technisches Ziel dar, das erreicht wurde. Die Triangulation erwies sich als sehr hilfreiche Grundlage für die Auswertung. Die Pilotstudie gab Anlass zu folgenden Änderungen in der Unterrichtsbeobachtung: Die Fotos werden im Hauptprojekt nur mehr vom Lehrer oder vom beobachtenden Kollegen gemacht. Des Weiteren zeigte sich, dass es nicht notwendig ist, einen Schüler (eine Schülerin) für die Beobachtung des Unterrichts einzuteilen. [Diese hätten auch gerne aktiv an der Pilotstudie teilgenommen.] Es ist völlig ausreichend, die Sichtweise der Lernenden aus den Hausübungen zu entnehmen. Die Hausübungen werden im Hauptprojekt das Verfassen von Stimmungsberichten beinhalten.

- **Strukturierung einer Entscheidungssituation**

Die Darstellung eines Spielbaumes wurde von den Schülerinnen und Schülern mit geringer Hilfestellung gefunden (Statement aus der zweite Hausübung: *„Alle Möglichkeiten ausprobieren!“*). Eine Entscheidungssituation wurde somit strukturiert, und es kam zur Verbalisierung gefundener Handlungsweisen. Die Verbalisierung des Gelernten fiel allerdings vielen schwer. Wie schon angemerkt kam es aufgrund fehlender Motivation und Ausdauer zu keiner Anfertigung eines umfangreicheren Spielbaumes.

- **Erweiterung des Bildes von der Mathematik**

Die Mathematik trat als Hilfsmittel in einer zunächst außermathematischen Situation (TTT bzw. Wahl eines Verkehrsmittels) unbemerkt auf. Dennoch scheint es ein weiter Weg zu sein, die Schülerinnen und Schüler von einer engen Sichtweise der Mathematik weg, hin zu einer umfassenderen Sichtweise, zu führen. In den Interviews findet sich selbst nach der dritten Unterrichtseinheit noch die Gleichsetzung von Mathematik und Rechnen. Es gestaltete sich als schwierig, den Lernenden zu zeigen, dass Mathematik betreiben eben nicht nur Rechnen heißen muss. Ansätze für ein (Um-) Denken in dieser Richtung sind aber zu erkennen. So findet sich die Interpretation von Mathematik als Verschriftlichung logischen Denkens in den Aufsätzen wieder. Das Spiel wurde als Thema einer Mathematikstunde akzeptiert. Das Bild der Mathematik, das die Schülerinnen und Schüler haben, wurde somit (in Ansätzen) erweitert: *„Ma-*

thematik ist nicht nur rechnen und zeichnen!“ (aus einer Hausübung). Weitere Aussagen belegen das Erreichen dieses Ziels: *„Fast alles ist Mathematik!“, „Wo fängt die Mathematik an?“, „Sind es schon einzelne Zahlen, die die Mathematik ausmachen oder müssen es Rechnungen sein?“* (Hausübungen). Die meisten Schülerinnen und Schüler sind sich dieser Erweiterung des Begriffes der Mathematik jedoch nicht bewusst geworden, was auch darin begründet liegt, dass aus Zeitgründen im Unterricht nicht auf „unseren“ Begriff der Mathematik eingegangen werden konnte. Ein weiterer wichtiger Schritt, den die Lernenden taten, war das Aufgreifen der Möglichkeit einer begründeten persönlichen Ablehnung der Mathematik in Entscheidungssituationen. Einige Wortmeldungen zeigten diese Ablehnung der Mathematik im Spiel Tic-Tac-Toe: *„Keine Mathematik! Kann die Züge nicht ausrechnen!“*. Die Studie „Strukturierung einer Entscheidungssituation“ war somit ein wichtiger Schritt in Richtung des Hauptprojekts. Für die Klasse ist es jetzt nicht mehr ungewöhnlich, die Mathematik als Entscheidungshilfe und als Aufzeichnung des eigenen (logischen) Denkens zu sehen.

5.2 Ausblick

Die obige Beschreibung der erreichten Ziele (Abschnitt 5.1) gab auch (erste) Antworten auf die Forschungsfragen zur Rolle der Mathematik (Teil I, Kapitel 4):

- *Wie kann ein Unterricht, der die Mathematik „nur“ als Hilfsmittel verwendet, gestaltet werden?*
- *Erkennen die Schülerinnen und Schüler den Wert der Mathematik für das Unterrichtsprojekt?*

Es zeigte sich, dass die meisten Schülerinnen und Schüler „nur“ eine Verbindung zwischen dem Spiel und der Mathematik suchten. Dass ein allgemeineres Thema, die begründete (reflektierte) Wahl aus alternativen Möglichkeiten im Mittelpunkt stand, wurde kaum gesehen. Die Lernenden wollten nur vereinzelt zusätzliche Informationen bekommen, die genauere Analyse des Spiels fiel schwer. Die Motivation, mehr wissen zu wollen, war kaum vorhanden. Aussagen wie *„Man kann eben nicht gewinnen!“* genügten den meisten Schülerinnen und Schülern.

Diese Beobachtungen führten mich zur Reflexion über die Forschungsfragen:

- *Wie können eigene Reflexionen der Schülerinnen und Schüler gefördert werden?*
- *Wie können Reflektiererinnen und Reflektierer gefördert werden?*

Die Spielphasen führten zu persönlicher Betroffenheit der Lernenden. Die Betroffenheit war Reflexionen zwar förderlich, nur waren diese nicht sehr weitreichend. Es zeigte sich eine gewisse Schwierigkeit in der Gestaltung eines reflexionsorientierten Unterrichts, der ja einerseits möglichst offen gestaltet sein muss. Auf der anderen Seite brauchen die Schülerinnen und Schüler gerade in einer für sie ungewohnten Form des Mathematikunterrichts, wie sie von mir durchgeführt wird, eine Vielzahl an Anhaltspunkten, um nicht bei Trivialitäten hängen zu bleiben. Dies gilt nun nicht für alle Lernenden in gleichem Maße. Es bildeten sich zwei Gruppen: Ein Großteil der Klasse findet an den Spielen (als Anhaltspunkte) und an dem ungewöhnlichen Unterricht zwar Gefallen. Nur wenige sind aber bereit, sich mehr Gedanken zu machen und wollen das Spiel von selbst genauer durchschauen. Diese Schülerinnen und Schüler können als *Reflektiererinnen und Reflektierer* bezeichnet werden (Teil I, Abschnitt 2.2). Wie können diese nun gefördert werden, ohne den Rest der Klasse zu überfordern? Um einen reflexionsorientierten Unterricht für beide Gruppen zu gestalten, will ich auch im Hauptprojekt einen wiederholten *Wechsel in der Unterrichtsgestaltung* beibehalten. Auf Spielphasen (Phasen des Kennenlernens eines neuen Themas) folgen Phasen der Diskussion. Die Spielphasen sind dabei für alle Lernenden gleichermaßen notwendig, um einen Einstieg ins Thema zu bieten und Raum für erste Reflexionen zu ermöglichen. Die Phasen der Diskussion ermöglichen es dann, sich mehr Gedanken zu machen. Hier werden nicht mehr alle Schülerinnen und Schüler (im selben Ausmaß) aktiv beteiligt sein. Es bietet sich aber zumindest die Gelegenheit, Reflexionen anderer aufzugreifen und zu beurteilen, um so zumindest die zweite Ebene der Reflexionspyramide zu erreichen.

III Hauptprojekt Kooperation oder Verweigerung

1 Inhalt

Ausgehend von der Fragestellung

Ist es möglich, mithilfe der Mathematik mit Schülerinnen und Schülern über soziales Verhalten sinnvoll zu reflektieren?

entwickelte ich eine acht Unterrichtseinheiten umfassende Unterrichtssequenz, die zeigen soll, ob ein reflexionsorientierter Unterricht in der geplanten Art und Weise möglich ist.

Das behandelte Thema ist dabei die Frage nach einem tieferen Verständnis von (menschlichen) Entscheidungen und Handlungen. Insbesondere sollen Situationen betrachtet werden, in denen Kooperation der Beteiligten notwendig ist, um den eigenen Nutzen zu maximieren. Der inhaltliche Schwerpunkt liegt daher in der Betrachtung von Situationen vom Typ des *Gefangenendilemmas* sowie dessen Pendants für mehrere Personen, der *Tragedy of the Commons*.

Das Projekt schließt dabei nicht nur inhaltlich sondern auch formal an die zuvor durchgeführte Pilotstudie an. So wird in der ersten Unterrichtseinheit wiederum ein Spiel zum Thema gemacht. Dadurch beschäftigen sich die Schülerinnen und Schüler – noch bevor konkrete Beispiele für das Auftreten von Gefangenendilemmata im Alltag besprochen werden – mit der im Hauptprojekt zentralen Situation und sehen bereits zu Beginn, dass sie selbst betroffen sind. Dies soll auch das Interesse für die im Folgenden besprochenen Situationen wecken; schließlich sollen gemeinsam auch Auswege aus dem Dilemma gesucht werden.

Auch die Interaktion mehrerer Beteiligter wird mit einem Spiel eingeführt. Die Abhandlung der „Tragedy of the Commons“ in Spielform soll wiederum die persönliche Betroffenheit zeigen und zur genaueren Betrachtung der Situation – anhand der daraufhin besprochenen Beispiele – anregen.

Erst gegen Ende der Unterrichtssequenz werden das *iterierte Gefangenendilemma* und eine Strategie dafür – *Tit For Tat* – explizit besprochen. Den Abschluss bildet schließlich eine Stunde, in der der Nutzen der Mathematik für das Gelernte kritisch betrachtet werden soll.

Ich versuche, die Leserinnen und Leser in ähnlicher Weise wie zuvor die Schülerinnen und Schüler durch das Projekt zu führen. So sind beispielsweise die Geschichten zum Gefangenendilemma, die gelesen wurden, an den entsprechenden Stellen in den Text eingebaut.

Zwischenresümees und Thesen verdeutlichen, wo auf dem Weg wir uns gerade befinden und zeigen darüber hinaus, was bereits erreicht wurde. Die Thesen münden schließlich in das Endresümee.

Im Anhang erfährt man Zusätzliches zur Spieltheorie (Anhang G), bekommt etwa Hintergrundinformationen und lernt zusätzliche (Bei-)Spiele kennen, die auch hätten diskutiert werden können. Außerdem findet man dort weitere Ausschnitte aus Schularbeiten (Anhang E) und ein vollständiges Interview (Anhang D).

Überblick über die Unterrichtseinheiten

Std.	Thema	Inhalt	Unterrichtsform
1	*Iteriertes Gefangenen-dilemma-Spiel*	Erklärung des Spiels, Spielphase 1, Geschichte „Tauschgeschäft“, Spielphasen 2, 3	Frontalunterricht, Gruppenarbeit, Frontalunterricht, Gruppenarbeit
2	*Diskussion des Spiels, Gefangenendilemma*	Ergebnis des Spiels, Beantwortung von Fragen zum Ergebnis der Spielphase, Präsentation der Ergebnisse, Lesen von Texten zum Gefangenendilemma	Präsentation, Gruppenarbeit, Diskussion, Einzelarbeit
3	*Situationen, die dem Gefangenendilemma entsprechen*	Besprechung der Texte, Lesen weiterer Texte, Vorstellung der Texte	SchülerInnen-vorträge, Einzelarbeit, SchülerInnen-vorträge
4	*Lösungen des Gefangenendilemmas*	Wiederholung der Beispiele, Lösungsvorschläge, Besprechung der Vorschläge	Plenum, SchülerInnen-vorträge, Diskussion

5	*Tragedy of the Commons – Spiel*	Erklärung des Spiels, Absprachen innerhalb der Gruppen, Spielphase und Auswertung, Beispiel „Auto oder Bus?“, Lesen von Texten	Frontalunterricht, Gruppenarbeit, Gruppenarbeit, Gruppenarbeit, Einzelarbeit
6	*Tragedy of the Commons – Beispiele, Diskussion*	Besprechung der Texte, Diskussion weiterer Beispiele, Zusammenfassung, Lesen weiterer Texte	SchülerInnen-vorträge, Diskussion im Plenum, Frontalunterricht, Einzelarbeit
7	*Iteriertes Gefangenen-dilemma – Tit For Tat*	Präsentation der Strategie „Tit For Tat“	Lehrervortrag mit Diskussions-elementen
8	*Nutzen der Mathemati-sierung*	Besprechung der Rolle der Mathematik im Projekt, Ergebnis der Diskussion, Aufsatz	Gruppenarbeit, SchülerInnen-vorträge, Einzelarbeit

Rahmenbedingungen

Die Rahmenbedingungen entsprechen im Wesentlichen jenen, die während der Pilotstudie herrschten (vgl. Teil II, Kapitel 3).

Das Hauptprojekt wurde in einer 6. Klasse AHS (Realgymnasium) durchgeführt. Das Fach Mathematik wurde 4 Stunden pro Woche unterrichtet. Das Projekt wurde zu Jahresbeginn im Anschluss an das Kapitel „Potenz- und Wurzelfunktion“ in einem Zeitraum von zwei Wochen durchgeführt.

In der Klasse befanden sich 28 Lernende, die durch den Lehrer vorab in 7 Gruppen zu je 4 Schülerinnen und Schülern eingeteilt wurden. Dabei wurde darauf geachtet, die Gruppen möglichst heterogen zusammenzusetzen – jede Gruppe besteht aus einem Schüler (einer Schülerin), der (die) sehr gut in Mathematik ist. Außerdem wurden die ruhigen sowie die schwachen Schülerinnen und Schüler auf die Gruppen aufgeteilt.

Gruppenarbeiten über mehrere Unterrichtseinheiten hinweg stellten in dieser Klasse im Fach Mathematik eine Neuerung dar – es war bisher eher üblich, Aufgaben in Einzel- bzw. Partnerarbeit zu lösen und dann gemeinsam zu besprechen.

Dokumentation

Die Grundsätze der Aktionsforschung (Teil II, Abschnitt 3.2) gelten auch für das Hauptprojekt.

Die nachfolgende Unterrichtsbeschreibung ging wiederum aus einer Zusammenschau der drei Perspektiven („Lernende“ – „Lehrer“ – „neutrale(r) Dritte(r)“) hervor.

Methodik

Im Unterschied zur Pilotstudie nehmen jetzt alle Schülerinnen und Schüler aktiv am Hauptprojekt teil. Um dennoch genügend Rückmeldungen von Seiten der Lernenden zu erhalten, ist nach jeder Stunde ein „Stimmungsbericht“ zu verfassen. Dieser soll auf ungefähr einer A4-Seite das Stimmungsbild des Lernenden bezüglich der jeweiligen Unterrichtsstunde festhalten. Dadurch haben – im Gegensatz zu den nach jeder Unterrichtseinheit geführten Interviews – <u>alle</u> Schülerinnen und Schüler die Gelegenheit dazu, kurz darzustellen, wie die Stunde empfunden wurde: Welche Dinge erschienen (un-)interessant? Wo gab es Schwierigkeiten? Wie funktionierte die Arbeit in der Gruppe? Durch diese Rückmeldungen konnte ich mich dann besser auf die Lernenden einstellen.

Die Unterrichtsbeobachter fungierten als „neutrale Dritte“ und hielten wiederum Interessantes fest. Dazu bewegten sie sich in der Klasse und erhielten auch Einblicke in die Gruppenarbeitsphasen. Zudem beobachteten sie die Unterrichtsgestaltung und gaben mir diesbezüglich immer wieder wichtige Hinweise. Die Unterrichtsbeobachter hielten im Anschluss an den Unterricht auch einen Großteil der Interviews, die zum anderen Teil von mir geführt wurden. Da im Laufe des Hauptprojekts einander insgesamt fünf verschiedene Kolleginnen und Kollegen in der Beobachtung des Unterrichts abwechselten, wurde ich mit unterschiedlichen Sichtweisen, Kritiken und Ideen konfrontiert.[1]

[1] In der ersten Unterrichtseinheit des Hauptprojekts beobachtete eine Kollegin aus meiner Schule, in der fünften Unterrichtseinheit musste ich auf eine(n) neutrale(n) Dritte(n) verzichten. In den anderen Einheiten beobachtete jeweils ein Kollege bzw. eine Kollegin aus unserer DoktorandInnen-Gruppe.

2 Unterricht

2.1 Erste Unterrichtseinheit - Iteriertes Gefangenendilemma-Spiel

Intention: Bewusstes Erleben der Entscheidungssituation „Kooperation oder Verweigerung“

Der Lehrer erläutert zu Beginn das Spiel[1], das Thema dieser Unterrichtseinheit ist:

Jede Gruppe spielt ein Spiel gegen eine andere Gruppe, wobei keiner weiß, wer diese andere Gruppe ist. Mit den anderen Gruppen darf nicht gesprochen werden. Bei diesem Spiel gibt es zwei mögliche Züge: „X“ und „Y“. (Abbildung 14 wird auf Overhead-Folie gezeigt.) *Abhängig vom Spielzug der anderen Gruppe bekommt man für X bzw. Y verschieden viele Punkte.*

Es folgt eine Erklärung der Matrix. Ich weise darauf hin, dass gruppenintern beraten werden darf – die anderen sollen davon aber möglichst nichts mitbekommen.

" X oder Y ? "

Punkte-Übersicht für Spieler A:

		Spieler B	
		X	**Y**
Spieler A	**X**	3	0
	Y	5	1

Abbildung 14: Overhead-Folie zum Spiel

Jede Gruppe bekommt daraufhin ein Blatt, auf dem die Spielzüge zu notieren sind (S. 74, Abb. 15).

[1] Die genaue Vorgangsweise zur Durchführung des Spiels findet man bei Orrison (1997) sowie Teile davon ab S. 217 im Anhang C.

Gruppe Nummer:

Gruppen-Mitglieder:

1. Durchgang

Runde	Unser Zug	Zug der anderen	Punkte
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			

2. Durchgang

Runde	Unser Zug	Zug der anderen	Punkte
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			

Abbildung 15: Blatt zur Aufzeichnung der Spielzüge (nach Orrison 1997)

Der Lehrer erläutert den genauen Ablauf einer Runde des Spiels:

Jede Gruppe entscheidet sich in jeder Runde für X oder Y und notiert dies am Zettel unter „Unser Zug“. Ich gehe dann durch die Klasse und schreibe mir die Züge der Gruppen auf. Danach gehe ich noch einmal durch und teile schriftlich den Zug des jeweiligen Gegners mit. Dabei werden auch gleich die Punkte für die Runde vergeben. Dann folgt die nächste Runde. Drei Runden werden auf alle Fälle gespielt. Nach der dritten Runde werde ich mit zwei Würfeln entscheiden, ob es eine weitere Runde geben wird. Bei zwei Zweiern, Vierern und Sechsern ist das Spiel zu Ende – ansonsten wird das Spiel fortgesetzt. Allerdings wurde von mir eine Höchstdauer des Spiels festgelegt, die geheim bleibt.

[Die Schülerinnen und Schüler lernen durch die Präsentation des Lehrers die Auszahlungsmatrix des Gefangenendilemmas in einer „neutralen“ Form kennen. Das heißt, dass die beiden Strategien (Züge), die in jeder Runde des Spiels zur Wahl stehen, nicht „kooperieren“ und „verweigern“, sondern „X“ und „Y“ genannt werden. Man sollte darauf achten, wenn möglich nicht von „Gegnern“ oder „Mitspielern“ zu sprechen, um die Schülerinnen und Schüler nicht bei der Wahl der Spielzüge zu beeinflussen – ich sprach zumeist von der „anderen Gruppe“. Die Einteilung der Klasse in Gruppen soll die Lernenden bereits während des Spiels dazu anregen, ihre Gedanken zu verbalisieren – in der Hausübung werden diese dann auch noch verschriftlicht. Es zeigte sich, dass die Diskussionen in den Gruppen einerseits von den anderen Gruppen wahrgenommen wurden und andererseits auch gruppenübergreifend diskutiert wurde. Dies wirkte sich aber kaum auf das Verhalten der Spieler aus. Wie die spätere Auswertung des Spiels zeigt, kam es zwar zu versuchten Abmachungen mit dem (vermeintlichen) Gegner, um möglichst viele Punkte zu sammeln; die Absprachen wurden aber zumeist nicht eingehalten.] Bemerkungen der Beobachterin zur Erklärungsphase des Spiels:

Die Schüler und ich sind am Beginn überrascht – wie passt das in die Mathematik-Stunde? Gleichzeitig scheinen die Schüler sehr motiviert und machen sich sofort viele Gedanken über eine gute Strategie. Eine Gruppe notiert sich die Matrix in einer anderen (für sie besser lesbaren?) Form:

$$x + x = 3 \qquad x + y = 0 \qquad y + y = 1 \qquad y + x = 5$$

[Ich verwende zur Durchführung der Spielphase nachfolgendes Blatt (S. 76, Abb. 16), aus dem auch die Zuteilung der Gruppen ersichtlich ist. Die Gruppen 2 und 4 spielen beide gegen Gruppe 6. Aufgrund der ungeraden Gruppenanzahl haben zwei Gruppen denselben „Gegner“. Der Gruppe 6 werden nur die Spielzüge von Gruppe 2 mitgeteilt, was dazu führt, dass Gruppe 4 ihren Gegner nicht beeinflussen kann. Die Reihenfolge der Gruppen in Abbildung 16 begründet sich aus der Sitzordnung in der Klasse; die zurückzulegenden Wege des Lehrers sollten minimiert werden.]

In den ersten drei Runden wählen alle Gruppen durchgehend Y und erhalten daher alle gleich viele Punkte (insgesamt 3 Punkte). [Für die Schülerinnen und Schüler bedeutet X zu wählen ein Risiko einzugehen, weil man ja unter Umständen mit keinem Punkt aussteigt.]

Runde 1

Gruppe	Zug	Gegner	Punkte	Gruppe	Zug	Gegner	Punkte
2				6			
4							
1				5			
3				7			

Abbildung 16: Auswertungsblatt für eine Runde (nach Orrison 1997)

Nach drei Runden des Spiels werden die Würfel zum ersten Mal geworfen; das Ergebnis sind zwei Sechser, was zu einem (unerwartet) schnellen Ende des ersten Durchgangs führt. Das Spiel wird also unterbrochen und der Lehrer erzählt eine Geschichte, um den Spielzügen eine Bedeutung zu geben:

Angenommen ein Händler besitzt große Mengen eines Gutes (beispielsweise Geld) und möchte dafür Diamanten erwerben. Also arrangiert er mit dem einzigen Partner, der dieses Gut besitzt, ein beide Seiten befriedigendes Tauschgeschäft. Aus irgendeinem Grund muss der Tauschhandel jedoch im Geheimen stattfinden. Die beiden kommen überein, dass jeder von ihnen einen Sack an vorher vereinbarten Orten im Wald deponiert und den Sack des anderen an dessen Versteck abholt. Den Tauschpartnern ist dabei klar, dass sie einander nie begegnen und auch keine weiteren Geschäfte miteinander machen werden. (nach Hofstadter 1985)

Betrachten wir die Überlegungen, die von den Händlern vor Durchführung des Geschäfts angestellt werden: Jeder der beiden muss natürlich befürchten, dass der andere einen leeren Sack hinterlässt. Beide wären zufrieden gestellt, wenn jeweils volle Säcke deponiert würden; aber selbstverständlich wird der noch mehr zufrieden gestellt, der sein Gut umsonst erhält. Die Versuchung, nichts zu hinterlegen, ist also groß. Aus der Sicht eines Tauschpartners stellt sich die Situation so dar: „Wenn der andere einen vollen Sack mitbringt, ich aber nichts hinterlege, habe ich den größtmöglichen Vorteil aus der Sache gezogen. Gebe ich dafür Geld, bin ich zwar auch nicht unzufrieden, habe allerdings weniger Gewinn. Angenommen der Händler hinterlässt mir einen leeren Sack, so wäre ich schlecht daran, Geld dafür zu geben. Also muss ich in diesem Fall ebenfalls einen leeren Sack deponieren, um das bestmögliche Tauschergebnis (in diesem Fall kommt es eigentlich zu keinem Tausch) zu erzielen.“ Für den Händler, der ebenfalls rational handeln will, stellt sich die Situation natürlich genauso dar, und er kommt folglich zum selben logischen Schluss, nämlich am besten einen leeren Sack zu hinterlassen. Somit erfolgt kein Gütertausch, und beide Partner steigen *aus dem Geschäft schlechter aus, als eigentlich notwendig. Sie wären selbstverständlich glücklicher über einen erfolgreichen Tausch gewesen.*

Der Zusammenhang zwischen der Geschichte und dem Spiel wird den Schülerinnen und Schülern anhand der Matrix (S. 73, Abb. 14) gezeigt. Dabei bedeutet X einen vollen Sack zu hinterlassen und Y einen leeren Sack zu hinterlassen. Die Zahlen beschreiben jetzt den Nutzen, den ein Händler aus dem Geschäft zieht. Der Lehrer bereitet auf die neuerliche Spielphase vor:

Ihr seid jetzt diese beiden Händler. Könnt ihr jetzt – nachdem ihr die Geschichte kennt – eure Punkte verbessern?

Es folgt erneut eine Spielphase, die dieses Mal aus 5 Runden besteht. [Es wären 12 Runden zu erwarten.] Diesmal erhalten einige Gruppen 3 bzw. 5 Punkte (S. 79, Abb. 19), was zu großer Aufregung führt. Bedingt dadurch können einzelne Gruppen ihren „Gegner" erahnen; das Spiel wird dadurch aber in keinster Weise uninteressanter. [Der Ablauf des Spiels trägt das Seine zu einer gewissen Unruhe in der Klasse bei. Die Pausen zwischen den einzelnen Zügen sind länger, als für die Entscheidungsfindung in den Gruppen benötigt wird – obwohl ich das Spiel in einer anderen Klasse zuvor ausprobiert hatte, um den Ablauf einzuüben.]

Nach der Beendigung der Spielphase teilt der Lehrer die Hausübungsangaben aus (S. 78, Abb. 18) und bespricht die Arbeitsaufträge.

Abbildung 17: Spielphase

Vor der dritten Spielphase spricht der Lehrer das Dilemma des Spiels an:

Lehrer: *Was ist das Gemeine an diesem Spiel? Warum habt ihr beinahe immer Y gewählt?*

Schüler A: *Weil die anderen immer unehrlich und gemein sind!*

Schüler B: *Wenn man Y nimmt, kann man nicht verlieren! Es war für uns klar, dass die anderen immer Y nehmen. Sobald man also X nimmt, haben die anderen 5 Punkte und man selber 0!*

Der Lehrer weist darauf hin, dass beide Spieler gemeinsam von X profitieren könnten. Eine Gruppe bestätigt dies aus Spielzügen der zweiten Runde. Die Schülerinnen und Schüler meinen aber, dass diese Zusammenarbeit nicht von Dauer sein kann, weil man vom anderen immer „reingelegt“ wird. Der Lehrer beginnt die dritte und letzte Runde des Spiels.

Am Ende der Stunde werden die Blätter mit den Zügen der einzelnen Gruppen eingesammelt. Die Auswertung (Abb. 19) wird den Schülerinnen und Schülern in der zweiten Unterrichtseinheit präsentiert.

Hausübung - Aufgabenstellung

Hausübung 1:

Schriftlich beantworten:

- Welche Gedanken hattest du, als ihr euch zwischen X und Y entscheiden solltet?
- Welche Gedanken hatten, glaubst du, deine Gegenspieler?
- Was hättest du gesagt, wenn ihr mit der anderen Gruppe hättet reden dürfen?
- Hat die Geschichte zum Spiel dein Verhalten geändert? Warum bzw. warum nicht?

Außerdem bis zur nächsten Stunde: Eine halbe Seite als Protokoll des eigenen Stimmungsbildes bezüglich dieser Unterrichtsstunde.

Abbildung 18: Hausübungsangabe

Die Lernenden beantworteten die Fragen auf durchschnittlich einer A4-Seite. Ich stellte den Schülerinnen und Schülern frei, den Computer zu verwenden. Es folgt eine (vollständige) Hausübung:

Abgegebene Hausübung

Mathe-Hausübung

Welche Gedanken hattest du, als ihr euch zwischen X und Y entscheiden solltet?
Ich dachte mir, dass Y besser ist als X, weil man mindestens 1 Punkt und maximal 5 Punkte bekommen kann. Doch dann kam mir der Gedanke, dass ein X fairer gegenüber dem anderen wäre, weil dann beide gut aussteigen. Es wäre dann aber ein großer Verlust wenn der andere Y nehmen würde, weil er 5 Punkte bekommt und du gar keinen. Deswegen wäre es wiederum besser Y zu nehmen. Aber X wäre fairer....

"X oder Y" – Auswertung

Partner: 2 6 — 1...6 Gruppennummern
1 5
3 7
4 Züge von 6

1. Spiel

2	6	2	6
Y	Y	1	1
Y	Y	1	1
Y	Y	1	1
		3	**3**

1	5	1	5
Y	Y	1	1
Y	Y	1	1
Y	Y	1	1
		3	**3**

3	7	3	7
Y	Y	1	1
Y	Y	1	1
Y	Y	1	1
		3	**3**

4	6	4
Y	Y	1
Y	Y	1
Y	Y	1
		3

2. Spiel

2	6	2	6
Y	Y	1	1
Y	Y	1	1
Y	Y	1	1
Y	Y	1	1
Y	Y	1	1
		5	**5**

1	5	1	5
Y	Y	1	1
Y	Y	1	1
X	X	3	3
Y	Y	1	1
Y	Y	1	1
		7	**7**

3	7	3	7
Y	Y	1	1
Y	Y	1	1
X	X	3	3
Y	X	5	0
Y	Y	1	1
		11	**6**

4	6	4
X	Y	0
X	Y	0
Y	Y	1
Y	Y	1
Y	Y	1
		3

3. Spiel

2	6	2	6
Y	Y	1	1
X	X	3	3
X	X	3	3
Y	X	5	0
		12	**7**

1	5	1	5
Y	X	5	0
Y	X	5	0
Y	X	5	0
Y	Y	1	1
		16	**1**

3	7	3	7
Y	Y	1	1
X	X	3	3
Y	Y	1	1
Y	Y	1	1
		6	**6**

4	6	4
Y	Y	1
Y	X	5
Y	X	5
Y	X	5
		16

Abbildung 19: Auswertung des Spiels

Welche Gedanken hatten, glaubst du, deine Gegenspieler?
Ich hoffe doch, dass meine Gegenspieler die gleichen Gedanken wie ich hatten. Falls dies nicht der fall sein sollte, werden sie gedacht haben, dass Y sicherer ist, weil der Gegner nicht X nehmen wird.

Was hättest du gesagt, wenn ihr mit der anderen Gruppe hättet reden dürfen?
Ich hätte ihnen gesagt, dass beide am meisten davon hätten, wenn beide Gruppen X nehmen. Wenn ich allerdings gemein wäre (was ich aber nicht bin), würde ich sagen, dass beide X nehmen sollen. Dann würde ich aber ein Y machen und 5 Punkte kassieren. Der Gegenspieler geht dann leer aus!

Hat die Geschichte zum Spiel dein Verhalten geändert? Warum bzw. warum nicht?
Eigentlich schon, weil ich danach öfter für ein X gestimmt habe (aber von der Gruppe überstimmt wurde), weil ein X gegenüber dem anderen einfach fairer wäre. Wenn beide ein X setzten sind nämlich beide danach zufrieden!

Protokoll meines Stimmungsbildes:
Anfangs war ich etwas verärgert, weil die meisten Schüler das Projekt nicht sehr ernst genommen haben. Meiner Meinung nach sind solche Projekte immer sehr spannend und aufregend und eine gute Alternative zum Unterrichtsalltag. Das Projekt von diesem Jahr gefällt mir persönlich besser als das vom Vorjahr. Das diskutieren in der Gruppe macht viel mehr Spaß als das ausarbeiten von möglichen Zügen (Tic-Tac-Toe) zu zweit oder gar alleine. Das Spiel X und Y sieht zwar auf den ersten Blick sehr simpel aus, aber wie so oft täuscht einen der erste Eindruck. Die Frage ob man seinem Pendant trauen kann (beide nehmen X), sodass beide 3 Punkte bekommen, kann zu sehr lustigen Diskussionen innerhalb der Gruppe führen. Deswegen haben sich die meisten, außer den extrem risikofreudigen, für ein Y entschieden. Diese Entscheidung kann ich voll und ganz nachvollziehen, weil man mit einem Y einfach sicherer und dadurch auch meistens besser aussteigt. Im Großen und Ganzen hat mir die erste Projektstunde sehr gut gefallen und ich hoffe, dass die restlichen Stunden noch ein wenig spannender werden und dass wir uns nicht die ganzen beiden Wochen nur mit X oder Y beschäftigen. Das einzige was gestört hat war, dass sich einige Schüler nicht an die Regeln gehalten haben, und immer durch die ganze Klasse geschrieen haben, was für ein Zeichen sie gesetzt haben und wie viele Punkte sie dafür bekommen haben.

Interviews

Direkt im Anschluss an die Unterrichtseinheit wurden vom unterrichtenden Lehrer drei Schülerinterviews durchgeführt und digital aufgezeichnet.

Fragestellungen:

- *Wie war die Stunde für dich und die anderen?*
- *Was hat der Lehrer in dieser Stunde – im Gegensatz zu anderen Stunden – getan?*
- *Was war besonders interessant und was war weniger interessant?*

- *Welche Gedanken hattest du, als ihr euch zwischen X und Y entscheiden solltet?*
- *Hat die Geschichte euer Verhalten geändert?*
- *Was hättest du gesagt, wenn ihr mit der anderen Gruppe hättet reden dürfen?*

Wie geplant, haben die Schülerinnen und Schüler den Einstieg in das Projekt als amüsant und motivierend empfunden. Die drei interviewten Schüler zeigen unterschiedliche Reflexionsniveaus. Der erste Schüler sieht im Spiel (nur) eine Abwechslung zum sonstigen Unterricht, die ihm gelegen kam. Schüler 3 macht sich darüber hinaus Gedanken über die Struktur des Spiels und Schüler 2 geht in seinen Antworten über das bloße Spiel hinaus und will das Spielen wohl in etwas Größeres eingebettet sehen.

Besonders die Lernenden, die mit der Matrix-Notation der Auszahlungen Schwierigkeiten hatten, empfanden die Geschichte als hilfreich (diese Schülerinnen und Schüler beschreiben das auch in ihren Hausübungen). Da aber in jeder Gruppe zumindest ein Schüler beziehungsweise eine Schülerin saß, die mit der Abstraktion keine Probleme hatten, änderte sich das Verhalten der Gruppen kaum – „X“ wurde weiterhin sehr selten gewählt.

Resümee

Die folgende Analyse der ersten Unterrichtseinheit soll mit der Einteilung der Lernziele nach der Reflexionsfähigkeit im Hinterkopf gelesen werden. Die Begriffe „niedriges“, „mittleres“ und „hohes“ Reflexionsniveau sollen im Folgenden im Sinne der Reflexionspyramide verstanden werden. Die aufgestellten Thesen und Argumente sind jeweils mit Datenmaterial[1] belegt.

Vorweg möchte ich festhalten, dass bereits diese erste Unterrichtseinheit zeigte, dass ein reflexionsorientierter Unterricht in der geplanten Art und Weise möglich ist. (Besonders in den Hausübungen und Interviews finden sich Reflexionsansätze. Die Reflexionen, die bereits während des Unterrichts von den Schülerinnen und Schülern angestellt wurden, sind aufgrund der Klassengröße schwieriger festzumachen. Wo es passend erschien, sind diesbezügliche Zitate in der Unterrichtsbeschreibung enthalten.) Im Folgenden werden nun 3 Thesen, die das Erreichen wichtiger Ziele dieser Unterrichtseinheit belegen, aufgestellt und begründet.

<u>These 1:</u> Die Schülerinnen und Schüler erkannten in Y (Verweigern) eine individual-logisch richtige Entscheidung, die aber nicht immer die beste ist.

<u>These 2:</u> Die Schülerinnen und Schüler sahen Vorteile im Hintergehen von Absprachen und erfuhren die Bedeutung des Vertrauens in andere.

[1] Zitiertes Datenmaterial dieser Unterrichtseinheit:

<u>Hausübung:</u> Die zitierten Antworten können den (durchnummerierten) Fragen zugeordnet werden: HÜ1, HÜ2, HÜ3, HÜ4. Aussagen aus den Stimmungsberichten sind mit (ST) gekennzeichnet.

<u>Interviews:</u> Textpassagen aus den Interviews sind mit INT1 [Schüler, schwach – aktiv] bzw. INT2 [Schüler, sehr aktiv – 3mal interviewt] gekennzeichnet.

These 3: Die Matrix wurde als Hilfsmittel zur Abstraktion der Wirklichkeit erkannt.

These 1: Die Schülerinnen und Schüler erkannten in Y (Verweigern) eine individual-logisch richtige Entscheidung, die aber nicht immer die beste ist.

Die Gruppen erkannten in der Wahl von Y bei gegebener Auszahlungsmatrix die für sie logische Lösung des Spiels (siehe S. 79, Abbildung 19: Auswertung des Spiels). An den erreichten Punkten wurde dann aber sehr schnell ersichtlich, dass die angestrebte Maximalpunkteanzahl (im ersten Spiel) nie erreicht wurde. Um mehr Punkte zu bekommen, ist Kooperation der Beteiligten notwendig (Oder man schafft es, selbst Y zu wählen, wenn der Gegner X wählt.). Diese Konfrontation mit dem Gefangenendilemma, dem Mittelpunkt des Projekts, löste bei allen Gruppen eine intensive Beschäftigung mit dem Spiel aus. Die Entscheidungssituation „Kooperation oder Verweigerung?“ machte die Lernenden wie erwartet betroffen, wodurch es automatisch zu Reflexion innerhalb der Gruppen kam. (Als Reflexion bezeichne ich hier die Hinterfragung von Ideen und Abschätzung der Wirkung der Handlungen der eigenen Gruppe auf die Reaktionen der anderen.) Die folgenden Aussagen sollen die These 1 belegen und sind nach fallendem Reflexionsniveau geordnet:

- Am Anfang hatte ich das Gefühl, dass es egal sei, welche Variable man nimmt, dann dacht ich, dass „y“ die bessere Wahl sei. Nimmt man „y“ kann man nur gewinnen, denn man hat entweder gleich viele Punkte wie der Gegner, oder mehr. Doch dann erkannte ich, dass mein Gegner gleich dachte wie ich und dass wir nie viele Punkte bekommen würden, würden wir immer „y“ nehmen. Im 2. Durchgang probierten wir die Variable „x“, denn wenn wir und unser Gegner immer x nehmen, verliert keiner von uns und wir haben trotzdem viele Punkte. (HÜ1)
- Da wir nicht wussten, welche Gruppe gegen uns spielt, dann war wohl das Sinnvollste Y zu wählen, weil man damit keine Niederlage erzielen konnte. Außerdem kann man nur mit Y die höchstmögliche Punkteanzahl erreichen, wenn die andere Gruppe X nimmt. (HÜ1)
- Ich dachte mir, dass wir nur Glück bräuchten. Es kommt nämlich darauf an, wie der Gegner entscheidet. (HÜ1)
- Als ich hörte, wie viele Punkte x und y bekamen, war mir sofort klar dass ich y nehmen musste, da y viel mehr Punkte bekommt. (HÜ1)

These 2: Die Schülerinnen und Schüler sahen Vorteile im Hintergehen von Absprachen und erfuhren die Bedeutung des Vertrauens in andere.

Das Spiel beinhaltete die Notwendigkeit, sich auch mit den Gedanken des „Gegners“ auseinanderzusetzen. Den größten Gewinn kann man schließlich nur gemeinsam erreichen. Dieses Hineinversetzen in die Überlegungen der anderen konfrontierte die Schülerinnen und Schüler auch mit Fragen wie: „Was denken die anderen über unseren nächsten Zug?“ Damit gingen sie aus sich heraus, was eine wichtige Voraussetzung für Reflexion ist.

Die langen Wartezeiten, die durch das Notieren der Züge der Gruppen durch den Lehrer während des Spiels entstanden, trugen – wie erwartet – zu Unruhe in der Klasse bei. Wie sich bereits in der Stunde zeigte (und im Interview bestätigt wurde), konnten dadurch die Gruppen ihre „Gegner“ bereits erahnen. Dies machte das Spiel für die Schülerinnen und Schüler wieder interessanter, nachdem sie zuvor an Y festhielten: „*Da hat man sich dann nicht viel gedacht*.“ (INT1). Die Gruppen konnten nämlich versuchen, Abmachungen zu treffen, um gemeinsam mehr Punkte zu erreichen. Dieses Verhalten bereitete schließlich auf einen wichtigen Aspekt der Grundfrage „Kooperation oder Verweigerung“ vor: Die Lernenden erkannten die Möglichkeit, Abmachungen nicht einzuhalten und den Gegner zu hintergehen.

Das zitierte Datenmaterial zeigt die Auseinandersetzung mit den Gedanken der anderen.

- Als ich zwischen X und Y entscheiden musste, hatte ich immer den Gedanken, wie meine Gegner jetzt handeln. Ich schaute nie nur auf das Kästchen, wo wir jetzt setzen mussten, sondern schaute mir immer die vorigen Spiele auch an. Ich dachte immer schon voraus, wie der Gegner jetzt setzt. (HÜ2)
  [Das Wort „Gegner“ wird bei Spielen offenbar unbewusst verwendet. Der Schüler erkennt die Bedeutung der vorigen Züge.]
- Wenn wir mit der anderen Gruppe hätten reden dürfen, hätten wir sicherlich vereinbart, dass wir beide X nehmen und dadurch beide Gruppen 3 Punkte bekommen. Ich denke aber, dass keine der beiden Gruppen die Vereinbarung aufgrund von mangelndem Vertrauen und zu großer Gier auf 5 Punkte auch wirklich eingehalten hätte. (HÜ3)
- Ich glaube, sie dachten wie wir, weil sie genau das machten, was wir vermuteten. (HÜ2)
- Der einzige Gedanke, den wir hatten war, jener, „welchen Buchstaben wählt unser Gegner!“ (HÜ2)
- Ich hatte keine Ahnung, da ich die Gegenspieler unserer Gruppe nicht kannte und es mir daher unmöglich war, einzuschätzen, was sie gedacht haben könnten. (HÜ2)

These 3: Die Matrix wurde als Hilfsmittel zur Abstraktion der Wirklichkeit erkannt.

Die Auszahlungsmatrix wurde als Hilfsmittel, welches das Spiel auf den Punkt bringt, gesehen. In den Hausübungen und Interviews zeigte sich, dass die Fähigkeit zur Abstraktion bei den Schülerinnen und Schülern aber verschieden ausgeprägt ist. Für einige ist die Geschichte zum Spiel von zentraler Bedeutung; sie lässt sie ihre Handlungsweise ändern. Andere wiederum halten an ihrer bereits gefundenen Lösung fest;

sie sehen in der Geschichte eine Veranschaulichung der Matrix, die kaum Neues beinhaltet.

Die Rolle der Mathematik wurde im Laufe dieser Unterrichtsstunde in keinster Weise thematisiert. Für die Lernenden schien zunächst keine Mathematik notwendig zu sein; sie sahen im Projekt eine willkommene Abwechslung.

- Eigentlich hat die Geschichte zum Spiel nicht mein Verhalten geändert. Da jeder an der Tabelle erkennen konnte, welche Punkteanzahl er bekommen konnte, wenn er X oder Y wählte. (HÜ4) [Festhalten an der Abstraktion!]

- Vorher hat das eher so – wie soll ich jetzt sagen – mathematisch ausgeschaut und nachher hat man ein besseres Bild haben können. Aber die Spielweise hat es glaube ich nicht beeinflusst. Wir haben vorher, wie nachher auch, öfters „Y“ genommen.
  Du hast „mathematisch“ gesagt. Hilft es, wenn man Mathematik kann – für dieses Spiel?
  ( ) Das kann ich jetzt noch nicht sagen – ich weiß nicht, was noch kommt. (...) Ich glaub mit normaler Logik würd's auch gehen ... derweil noch. (INT2)

- Die Geschichte hat mein Verhalten schon ein wenig geändert, da ich das Spiel danach ernster genommen habe und mich mehr in die Lage der Personen welche Geld gegen Diamanten getauscht haben hineinversetzen konnte. (HÜ4)

- Ja hat sie, weil ich nach der Geschichte erst erfahren habe, um was es bei dem Spiel geht und erst den Sinn erkannt habe. (HÜ4) [Diese Schülerin hat Schwierigkeiten beim Abstrahieren.]

Den obigen Thesen ist das Hauptziel dieser Unterrichtseinheit, das bewusste Erleben der *Entscheidungssituation „Kooperation oder Verweigerung“* übergeordnet. Es wurde noch mehr erreicht: Die Schülerinnen und Schüler machten sich nicht nur Gedanken über ihre eigene Handlungsweise sondern auch über die der anderen.

Das Ziel, ein *hohes Reflexionsniveau* zu erreichen, stand in dieser Stunde noch im Hintergrund. Auch ist die angesprochene Reflexionspyramide für die Auswertung dieser Unterrichtseinheit noch nicht geeignet. Die Schülerinnen und Schüler haben zwar begonnen, selbst zu bewerten – sie befinden sich also auf der höchsten Reflexionsebene. Die nächsten Projekteinheiten werden dies aber noch relativieren; insbesondere, wenn es darum gehen wird, sich mit vorgegebenen Texten auseinanderzusetzen.

2.2 Zweite Unterrichtseinheit - Diskussion des Spiels, Gefangenendilemma

Intention: Reflexion über die eigenen Handlungen / Entscheidungen

Zu Stundenbeginn haben die Schülerinnen und Schüler ihre Hausübungen vor sich liegen. Die Fragen sollen nun gemeinsam besprochen werden. [Dies soll die Klasse gedanklich in die Situation des Spielens in der letzten Unterrichtseinheit zurückversetzen.] Es folgen die Fragestellungen und einige Antworten[1].

Frage 1: Welche Gedanken hattest du, als ihr euch zwischen X und Y entscheiden solltet?

Schüler: *Mit Y kann man nicht verlieren! Entweder man kriegt jeder einen Punkt, dann hat man immer Gleichstand; oder man hat 5 und der andere 0!“*
[Bem: Ein Spieler, der ständig verweigert, kann natürlich in einer Population gegen alle anderen verlieren.]

Die Klasse schließt sich in weiteren Wortmeldungen dieser Meinung an. Der Lehrer relativiert diese Ansicht.

Lehrer: *Es ist auch vom anderen abhängig! Wenn beide dasselbe denken und Y nehmen, sind sie schlechter dran, als hätten sie X genommen!*

Frage 2: Welche Gedanken hatten, glaubst du, deine Gegenspieler?

Die Gruppen sind durchwegs der Ansicht, dass die anderen dieselben Gedanken hatten.

Frage 3: Was hättest du gesagt, wenn ihr mit der anderen Gruppe hättet reden dürfen?

Schüler A: *Man hätte sich auf X vereinbart, damit beide dann 3 Punkte erhalten.*
Schüler B: *Oder man trickst sie aus! Man sagt, sie sollen X nehmen, und derweil nimmt man Y!*
Schüler C: *Das funktioniert aber nur einmal!*
Lehrer: *Heißt das, die Absprache würde was bringen?*
Schüler D: *Es würde nur zu Streitereien kommen!*
Schüler E: *Es kommt immer darauf an, gegen welchen Gegner man spielt; ob man dem Gegner vertrauen kann – oder nicht!*

Frage 4: Hat die Geschichte zum Spiel dein Verhalten geändert?

Die Lernenden änderten ihre Handlungsweisen großteils nicht, diese erhielten aber durch die Geschichte eine Bedeutung.

Die Hausübung wird eingesammelt.

Die Auswertung des Spiels der letzten Stunde wird vom Lehrer präsentiert. Die Züge der Gruppen werden dazu auf Overhead-Folie (S. 79, Abb. 19) vorgelegt und gemeinsam betrachtet. Der Lehrer weist darauf hin, dass viel mehr Punkte hätten erreicht werden können und schreibt die Punkte-Matrix an die Tafel (S. 86, Abb. 20).

Lehrer: *Beim dritten Spiel von Gruppe 2 und 6 wählten beide Gruppen nicht mehr nur Y. Welche Gedanken gab es da?*
Schüler A: *Man hat ja jetzt eh schon Punkte, und weil’s ja sonst fad wird!*
Schüler B: *Ausgemacht war das!*

[1] Die kursiv gedruckten Aussagen wurden Tonaufnahmen der Unterrichtseinheit entnommen.

Schüler C: *Man denkt sich: ‚So haben wir beide unseren Vorteil!'*

Lehrer: *Das wär' doch was Nettes! Wenn die anderen auch immer X nehmen, hätte ich immer drei Punkte. Ihr seht, da hat man nach drei Runden schon sieben Punkte. So viel hat man vorher nie zusammengebracht!*

Die Klasse weist aber darauf hin, dass im vierten Spiel dieser Runde eine Gruppe „reingelegt" wurde, weshalb X wohl doch keine so gute Wahl sein könne. Der Lehrer zeigt nun, dass selbst die Gruppe, die „reingelegt" wurde, mehr Punkte bekam, als in den längeren Spielphasen zuvor! [Ein Faktor für die Strategie im Spiel ist also auch das Ziel: Soll man „nur" gegen die anderen gewinnen, oder soll man möglichst viele Punkte erreichen?]

Bei der Betrachtung des dritten Spiels der Gruppe 4 zeigt sich, dass diese ihren Gegner ausbeuten konnte, weil dieser ja nicht auf die Spielzüge der Gruppe 4, sondern auf jene der Gruppe 2 reagierte. Die Gruppe 2 zeigte in dieser Spielphase aber kooperatives Verhalten.

Jede Gruppe soll nun (in Stichworten auch schriftlich) vier Fragen zum Spiel beantworten. Diese schreibt der Lehrer an die Tafel:

	X	Y
X	3	0
Y	5	1

1) Wie verhielten sich die Gruppen? (Gab es eine gemeinsame Linie innerhalb der Gruppe bzw. gruppenübergreifend?)
2) Entstand Kooperation, oder achtete jeder auf seinen persönlichen Nutzen?
3) Wer ließ sich ausbeuten?
4) Wie spielt man dieses Spiel am besten?

Abbildung 20: Tafelbild

Das Hauptaugenmerk muss dabei auf die letzte Frage gelegt werden; die Arbeitszeit beträgt 10 Minuten. [Es ergeben sich große Unterschiede in Länge und Qualität der einzelnen Schulübungen. Beobachter: „Nach 8 Minuten sind Schulübungen von 2 bis 3 Zeilen bis zu einer halben Seite vorhanden."]

Eine (typische) Schulübung:

1) Das Misstrauen der Gruppen äußerte sich, indem sich jede nur für „Y" entschied. Da jeder die höchstmögliche Punkteanzahl erreichen wollte, hat jeder auf „X" gewartet, was erst nach dem 1. Spiel, also im 2. und 3. Spiel eintrat.
2) Da Kooperieren nicht erlaubt war, achtete jeder auf seinen persönlichen Nutzen. [Die Lernenden verwechseln hier wohl Kooperation mit Absprache.]
3) Die, die sich öfters für „X" entschieden haben.

4) Unserer Meinung nach, spielen diejenigen deren Wahl öfters auf „Y“ gefallen ist, besser, weil sie nie verlieren können, aber gleichzeitig auch die höchste Punktzahl erzielen.

Die anschließende Diskussion bringt nicht viel Neues. Zwei Antworten auf die letzte Frage lauten:

Schüler: *Das Vertrauen des Gegners ausnützen!*
Schülerin: *Es kommt darauf an, ob man mit dem Schüler reden kann.*

Der Lehrer verspricht eine „beste“ Strategie gegen Ende der Unterrichtssequenz. Es wird nochmals erwähnt, dass ein einmaliges Ausbeuten zwar den Sieg ermöglicht; der Sieg in der Kleingruppe bedeutet aber nicht den globalen Sieg.

Im Laufe der Diskussion wird durch den Lehrer das Dilemma, in dem sich die Spieler befinden, dargestellt. Das Wort „Gefangenendilemma“ wird dabei erwähnt; der Lehrer erläutert den Begriff aber nicht näher sondern verweist auf die Hausübung.

Hausübung - Aufgabenstellung

Hierzu lesen die Schülerinnen und Schüler zwei Texte über das Gefangenendilemma (Text 1, Text 2 – im Anschluss an die Beschreibung dieser Unterrichtseinheit): „Das Gefangenendilemma“ (Originalversion) und „Prisoner’s Dilemma“ (englisch). Jeweils ein Gruppenmitglied muss in der nächsten Stunde die Geschichten präsentieren können. Außerdem sollen weitere Beispiele („Geschichten“) gefunden werden, die die Beteiligten in die gleiche Zwickmühle führen, wie die in den beiden Texten beschriebenen Situationen.

Abgegebene Hausübung

Ein Schüler gibt am Beginn der nächsten Unterrichtseinheit die folgende „Geschichte“ ab. Diese wird – so wie weitere Beispiele – in der dritten Einheit besprochen.

Das Erbschaftsdilemma

Es war einmal ein wohlhabender alter Mann, der krank geworden war und schon im Sterben lag. Er wollte den Reichtum auf seine Nachkommen aufteilen und rief deshalb seine beiden Söhne zu sich. Mit schwacher Stimme sprach er:
„Sollte einer von euch auf das Erbe verzichten [Anm.: und der andere alles wollen], *so bekommt der andere mein ganzes Hab und Gut. Wenn ihr beide auf euren Anteil verzichten wollt, gebe ich euch als Belohnung für eure Großzügigkeit je die Hälfte meines Vermögens. Besteht ihr aber beide auf euer Erbe, so bekommt jeder nur 10% meines Besitzes, den Rest werde ich dann dem BG Neunkirchen spenden."*

		Sohn 2	
		verzichten	**nehmen**
Sohn 1	**verzichten**	50 %	0 %
	nehmen	100 %	10 %

Nachdem er diese Worte von sich gegeben hatte und den Sachverhalt besser veranschaulichte, indem er eine Tabelle aufzeichnete, holte er seine Söhne einzeln zu sich. Da die beiden einander nicht vertrauten, bestanden sie auf ihr Erbe. Hätten beide darauf verzichtet, wäre es für jeden der zwei Brüder besser ausgegangen.

Interviews

Nach der Unterrichtsstunde wurden vom beobachtenden Kollegen drei Interviews durchgeführt und digital aufgezeichnet.

Fragestellungen:

- *Wie hast du die Stunde erlebt?*
- *Was ist besonders aufgefallen? Was hast du gelernt?*
- *Wie sollte man dieses Spiel am besten spielen?*
- *Schildere einer schulfremden Person, wie dein Lehrer beim Vermitteln der Inhalte vorgeht!*

Interessante Antworten aus den Interviews finden sich wieder im Resümee dieser Unterrichtseinheit. Zu bemerken ist, dass die Schülerinnen und Schüler das Gefühl hatten, in dieser Stunde nichts Neues gelernt zu haben. Interessant schien lediglich, jetzt zu wissen, gegen wen in der ersten Stunde gespielt wurde. Die Lernenden nahmen auch immer wieder Bezug auf die erste Stunde; die Spielphase war noch in guter Erinnerung. Auch die Antworten auf die dritte Frage entsprechen denen der ersten Hausübung. Mit der letzten Frage kann die Klasse wenig anfangen; jemand antwortet mit: *„Er hat uns den Weg dazu gezeigt.“*

Resümee

Die Durchführung der Unterrichtseinheit in einer für die Klasse ansprechenden Art und Weise gestaltete sich als schwierig. Ein Grund dafür sind wohl die Spielverläufe, die im Mittelpunkt des Unterrichts stehen, aber nur wenig Stoff für Diskussionen lieferten.

In dieser zweiten Unterrichtseinheit zeigte sich, dass die Schülerinnen und Schüler in *zwei Gruppen* – hinsichtlich Motivation und Interesse an der Sache – eingeteilt werden können.

Die erste Gruppe fand im Spiel zu Beginn eine willkommene Abwechslung zum üblichen Unterrichtsgeschehen, hat aber Schwierigkeiten der anschließenden Diskussion etwas abzugewinnen. Wir werden sehen, dass die Motivation dieser Lernenden im Laufe des Projekts abnimmt.

Die zweite Gruppe erkennt im Spiel eine Beispielsituation und beginnt sehr bald, deren Bedeutung zu hinterfragen. Die Motivation dieser Schülerinnen und Schüler nimmt im Laufe des Unterrichtsprojekts zu. Außerdem erreichen sie höhere Reflexionsebenen, weil sie sich als Betroffene sehen, die mit Situationen des gleichen Typs immer wieder konfrontiert sind.[1]

> These: Es gibt die Aufspaltung der Schülerinnen und Schüler in zwei Gruppen hinsichtlich Motivation, Interesse und folglich auch Reflexionsfähigkeit.
> Die erste Gruppe hat Spaß am Spiel, zeigt aber wenig Interesse an der Analyse der Entscheidungssituation.
> Die zweite Gruppe erkennt eine allgemeinere Situation hinter dem Spiel und beginnt über diese nachzudenken.

Die erste Gruppe hat Spaß am Spiel, zeigt aber wenig Interesse an der Analyse der Entscheidungssituation.

Der Ausgangspunkt der Überlegungen der Schülerinnen und Schüler ist „Jeder will jeden reinlegen!“ Daher ist die erste Gruppe von der Verweigerung der Kooperation als einzige Lösung überzeugt und sieht keinen Grund darin, weiterzudenken. Aussagen wie „Mit Y kann man nur gewinnen!“ stehen bei der (nur ansatzweise vorhandenen) Reflexion im Mittelpunkt. Der Gedanke an einen gemeinsamen Nutzen, also einen Gewinn für die eigene Gruppe und den „Gegner“, ist den Lernenden zwar bekannt, wird aber nicht weiter verfolgt. Der persönliche Nutzen und das Besiegen des anderen stehen im Mittelpunkt. [Ein Grund dafür kann auch die Struktur der meisten Spiele sein: Es geht darum, als alleiniger Sieger hervorzugehen. Miteinander spielen und gewinnen ist dabei in der Regel keine Option.] Das Spiel ist für diese Gruppe Selbstzweck, die Schülerinnen und Schüler gehen kaum auf die Analyse desselben ein – das Spiel ist ja bereits vorbei. Die Bedeutung des Spiels als Beispiel einer Entscheidungssituation wird von dieser Gruppe – in Ansätzen – erst nach der Lektüre der ersten Texte erkannt, obwohl im Unterricht bereits zahlreiche Hinweise auf die Bedeutung solcher Situationen gegeben wurden.

---

[1] Zitiertes Datenmaterial dieser Unterrichtseinheit:

Unterrichtsbeobachtung: Bemerkungen des beobachtenden Kollegen im Gespräch mit dem Lehrer nach dem Unterricht sind mit UB gekennzeichnet.

Schulübung: Die zitierten Antworten können wieder den Fragen zugeordnet werden: SÜ1, SÜ2, SÜ3, SÜ4.

Interviews: Textpassagen aus den Interviews sind mit INT1 [Schüler, mittelmäßig – aktiv], INT2 [Schüler, gut – sehr passiv] bzw. INT3 [Schüler, schwach – passiv] gekennzeichnet.

- Man sollte ab und zu etwas riskieren, denn sonst wird das Spiel schnell langweilig. (SÜ4)
  [Das Spiel wird in erster Linie als Spiel gesehen. Die Lernenden sollten in der zweiten Unterrichtseinheit allerdings schon die Bedeutung des Spiels über das Spielen hinaus sehen.]

- Da wir unsere Gegner nicht kannten, war keine Kooperation möglich. (SÜ2)
  [Die Schülerinnen und Schüler sehen keine Möglichkeit, einem Unbekannten zu vertrauen. Es wird interessant sein, zu untersuchen, wie die Lernenden ihre Strategien beurteilen, nachdem sie mehrere Beispiele kennen lernten und auch die Folgen aus ihrem Verhalten gesehen haben: Was passiert „im Leben", wenn man immer nur jeden reinlegen will, wie sie es taten? Die Beispiele zum iterierten Gefangenendilemma und zum Problem der Gemeindewiese zeigen, dass die Wahl von Y sogar umweltzerstörende Auswirkungen haben kann (Beispiel: Wegwerfen von Flaschen – später).]

- Unserer Meinung nach, spielen diejenigen deren Wahl öfters auf „Y" gefallen ist, besser, weil sie nie verlieren können, aber gleichzeitig auch die höchste Punktzahl erzielen. (SÜ4)
  [Falsch: Die Punktezahl war bei denen, die auch X wählten, höher! (vgl. S. 79, Abb. 19)]

- Lernen würd' man in einer normalen Stunde mehr, aber das [Anm.: „das Projekt"] würd' mir mehr gefallen. (INT1)

Die zweite Gruppe erkennt eine allgemeinere Situation hinter dem Spiel und beginnt über diese nachzudenken.

Die Schülerinnen und Schüler, die ich zur zweiten Gruppe rechne, verweigerten die Zusammenarbeit in der Spielphase ebenso, wie diejenigen aus der ersten Gruppe. Dennoch wissen sie bereits mehr über die Situation, in der sie sich befinden. Aus den folgenden Zitaten kann man sehen, dass sie sich – über das bloße Spiel hinaus – gedanklich mit der Gestaltung desselben beschäftigen: Die Wahl einer Strategie hängt beispielsweise davon ab, ob man den direkten Gegner besiegen will, oder aber im Vergleich zu den anderen Gruppen möglichst viele Punkte erreichen will.

- Wenn der Gegner auch wieder Y nimmt, sodass beide Y haben, nutzt's gar nix. Dann kriegen wir beide einen Punkt. Wenn beide X nehmen, kriegt man drei Punkte. Man muss sich abstimmen – auch auf den Gegner. ( ) Und vertrauen muss man ihm auch können. (INT3)
  [Ein erstes Wegkommen von immer Y ist zu bemerken.]

- *Entscheidend für die Strategie im Spiel ist, ob man gegen den anderen gewinnen will, oder ob man insgesamt gut dastehen will. Im ersten Fall genügt ein einziger Sieg in einer Runde; danach wählt man nur mehr Y.*

Ein Schüler erkannte dies. Außerdem bemerkte er, dass es wichtig sei, ob das Ende der Beziehung bekannt ist. (UB)
[Darauf komme ich im Laufe des Projekts noch zu sprechen.]

- Wir haben gegen den direkten Gegner verloren. Wir haben aber trotzdem viele Punkte bekommen, im Vergleich zu den anderen Gruppen. (...) Unsere Gruppe war eher so, dass wir insgesamt viele Punkte machen wollten. (...) Wollten wir nur gegen die andere Gruppe gewinnen, hätten wir wahrscheinlich solang Y genommen, bis der andere X nimmt. Dann kann man nicht verlieren, kann man nur gleich gut sein wie der andere. (INT1)

- ... mit dem Gegner ausmachen, immer auf X zu setzen und (...) am Ende des Spiels auf Y zu setzen. (...) Wenn man unterm Spiel versucht, ihn auszutricksen, würd' er sich das merken. (INT1)
  [Der Schüler begreift die Bedeutung des Spiel-Endes. In der Spielphase sollte das Ende ja nicht bekannt sein, weshalb Würfel eingesetzt wurden.]

- ... aushandeln, dass beide X nehmen. (INT2)
  Der Schüler erkannte auch, dass man dann aber nicht gegen den Spieler gewinnt sondern eben „nur" viele Punkte bekommen kann, was ein anderes Ziel darstellt. (UB)

- Ein Schüler entdeckte, dass abwechselnd „XY / YX" (5 Punkte) schlechter ist als „XX / XX" (6 Punkte). (Lehrerbeobachtung)
  [Im Projekt wurde nicht genauer darauf eingegangen, wie die Matrix einer dem Gefangenendilemma entsprechenden Entscheidungssituation aussehen muss. In der vierten Einheit wurden die Matrizen der bis dahin besprochenen Beispiele allerdings verglichen.]

Was bedeutet die am Beginn des Resümees beschriebene Aufspaltung der Lernenden in zwei Gruppen im Hinblick auf die Reflexionspyramide?

Diejenigen Schülerinnen und Schüler, die der ersten Gruppe zuzurechnen sind, haben die Pyramide gewissermaßen noch nicht betreten. Ihre Gedanken über das Spiel beschränken sich auf ein Erinnern an die Spielphase. Die Erinnerung beinhaltet die Strategie Y als diejenige, die die meisten Punkte bringen kann, und dass jeder jeden hintergehen will. Die begonnenen Gedankengänge werden allerdings nicht weitergesponnen, und es kommt zu keiner eigenen Reflexion. Auch das Erreichen der niederen Reflexionsebenen – *Verstehen* und *Hinterfragen* von Reflexionen anderer – wird für diese Gruppe erst in den nächsten Einheiten, beim Besprechen der Texte, möglich sein.

Die Schülerinnen und Schüler hingegen, die die Bedeutung des Spiels zu hinterfragen begannen, durchlaufen teilweise bereits die gesamte Pyramide. Sie machen sich allmählich eigene Gedanken und reflektieren daher selbständig. Außerdem verstehen sie die Reflexionsanstöße des Lehrers beziehungsweise des interviewenden Kollegen; sie greifen diese auf und bewerten sie auch.

Das nachstehende Zitat aus einer Schulübung zeigt die Wichtigkeit der Texte, die im Folgenden besprochen werden sollen, und die Bedeutsamkeit der Unterrichtssequenz selbst:

Man spielt dieses Spiel am besten, indem man das Vertrauen des Gegenspielers ausnutzt und Y nimmt, wenn dieser X als Spielzug wählt. Somit bekommt der Gegner 0 und wir 5 Punkte. (SÜ4)

Die Texte, die im Laufe des Projekts von den Schülerinnen und Schülern gelesen werden, sollen diesen rein egoistischen Standpunkt relativieren helfen.

Das Gefangenendilemma[1]
(Text 1)

Das Gefangenendilemma ist der „Beißknochen“ der Spieltheorie – man kann endlos auf ihm herumkauen. Tausende von Mathematikern, Psychologen, Politologen, Philosophen und Volkswirtschaftlern haben sich mit ihm beschäftigt und versucht, das Dilemma zu lösen, und trotzdem ist es noch immer so geheimnisvoll und verblüffend wie 1950, als Merrill Flood und Melvin Drescher es vorstellten. Seinen Namen erhielt es von Albert W. Tucker, der 1951 die erste Arbeit darüber schrieb. Tucker kleidete das Problem in Form eines kurzen Krimis – jeder, der seither darüber geschrieben hat, hat es in anderen Farben ausgemalt. Hier ist eine Fassung:

Die Polizei fängt ein langgesuchtes Duo, dem ein schweres Verbrechen angelastet wird. Die Polizei hat keine direkten Beweise für die Schuld der beiden Männer und kann ihnen lediglich Fahren mit überhöhter Geschwindigkeit nachweisen. Der Untersuchungsrichter möchte den Fall abschließen und unterbreitet dazu jedem der Gefangenen, die er in getrennte Zellen legen ließ, den folgenden Vorschlag:

„Wenn Sie das Verbrechen gestehen und uns dadurch helfen, den Fall zu klären, lasse ich Sie frei, und wir vergessen die Sache mit dem zu schnellen Fahren. Ihren Komplizen lochen wir dann für zehn Jahre ein, und die Sache ist für immer erledigt. Das Angebot gilt jedoch nur, falls Ihr Komplize das Verbrechen nicht gesteht und uns also bei der Aufklärung nicht hilft. Wenn er ebenfalls gesteht, ist Ihr Geständnis nicht viel wert, weil wir dann ohnehin Bescheid wissen. In diesem Fall werden Sie beide zu je fünf Jahren Gefängnis verurteilt. Wenn keiner von Ihnen gesteht, ist das Ihre Sache, aber in dem Fall wird diese fürchterliche Raserei streng geahndet werden, und Sie kommen beide für ein Jahr hinter Schloß und Riegel. Noch etwas: Ihrem Komplizen habe ich das gleiche gesagt wie Ihnen. Ich erwarte Ihre Antwort morgen früh um zehn Uhr - um elf Uhr können Sie frei sein.“

Wir fassen die Situation in einer Matrix zusammen:

Der andere Komplize

		gesteht	gesteht nicht
Der erste Komplize	gesteht	–5, –5	0, –10
	gesteht nicht	–10, 0	–1, –1

Die erste, unterstrichene Zahl in jedem Feld zeigt das „Ergebnis“ für den ersten Komplizen, die zweite das für den anderen. Da es schlimmer ist, zehn Jahre abzusitzen als fünf, müssen die Haftjahre „negativ“ gezählt werden. In der gegebenen Situation ist Null das bestmögliche Ergebnis.

Zwei logische Lösungen

Die beiden Komplizen hegen keinerlei Gefühle füreinander, ihre Zusammenarbeit war rein zufällig. Beide haben lediglich das Ziel, so billig wie möglich davonzukommen. Was ist für sie die logische Lösung: gestehen oder nicht?

Versetzen wir uns in die Rolle eines der Komplizen, und versuchen wir, aus seiner Sicht logisch zu denken: Wenn mein Partner singt, kann ich entweder auch singen und muß fünf Jahre brummen, oder ich gestehe nicht und muß zehn Jahre absitzen. Wenn mein Komplize gesteht, gestehe ich also besser auch.

Wenn mein Komplize nicht gesteht, gibt es wieder zwei Möglichkeiten: Ich gestehe und bin morgen frei, oder ich gestehe nicht und sitze ein Jahr ab. Wenn mein Komplize nicht gesteht, gestehe ich besser.

Ich komme also unabhängig davon, was mein Komplize macht, besser weg, wenn ich gestehe. Ich habe keine andere Wahl, weil mein Komplize nur zwei Möglichkeiten hat. Also befiehlt mir die Logik zu gestehen.

Die Logik diktiert dem anderen Gefangenen das gleiche. Weil nun beide logisch denken, gestehen sie beide – und jeder wird zu einer Haftstrafe von fünf Jahren verdonnert, obwohl sie mit nur einem Jahr davongekommen wären, wenn jeder dichtgehalten hätte. Das ist das *Gefangenendilemma*. Die Frage ist, ob diese Logik irgendwo fehlerhaft ist oder ob sie dieses für beide unangenehme Ergebnis erzwingt. In anderen Worten: Schließt die Logik rationale Zusammenarbeit der beiden Gefangenen aus?

[1] Quelle: Mérö 2000, S. 47 ff.

Prisoner's Dilemma[1]

(Text 2)

Suppose you're a spy on contract for a local candy company, Florence's Fabulous Treats, home of the legendary Fun Florence Taffy. Florence's competition in town is Carine's Confections, whose closely guarded specialty is Carine's Original Peanut Brittle.

One day, Florence approaches you and says that she's arranged to swap recipes with Carine: taffy for peanut brittle. She hands you a manila envelope with the recipe card inside and gives you your instructions.

Starting at noon the next day, you are to go to the southeastern corner of Central Park. You will walk counterclockwise along the perimeter of the park and place the envelope under the fifth trash can. (The park is a rectangle with trash cans spaced out evenly along the perimeter.) At the same time, Carine's spy will start at the northwest corner of the park and walk counterclockwise along the perimeter, placing her manila envelope, containing the precious Peanut Brittle recipe, under the fifth trash can.

You will both continue walking around the perimeter of the park until each of you arrives at the other spy's trash can, whereupon you will retrieve the envelopes and take them back to your bosses. Being a spy, you are not allowed to meet in person with Carine's spy, thus the complicated park-circling behaviour.

Now, you know that if you somehow manage to trick Carine's spy and walk away with the peanut brittle recipe in hand without having divulged the taffy recipe, Florence will give you a huge bonus. But if the opposite happens, you'll get nothing for your incompetence. If you decide to hang on to the taffy recipe but Carine's spy doesn't leave the peanut brittle recipe for you, Florence will probably not be pleased but will have to pay you a little anyway. And last, if everything goes according to plan, you'll please your boss for having done the job well.

Thus, your payoff matrix (i.e. the pay that you will get for the job based on the actions during the exchange) will look like this:

		Carine's spy	
		cooperate (leave recipe)	**defect (keep recipe)**
you	**cooperate**	$ 3000	$ 0
	defect	$ 5000	$ 1000

You have no reason to believe that Carine's spy will have a payoff matrix any different from your own. (Previous work experience in the spy business has shown you that employers are equally stingy when it comes to the spy budget.) So you sit down and start to think things out a little for yourself.

If Carine's spy leaves an empty envelope tomorrow, I had better leave an empty envelope also. If I don't, Florence is sure to fire me, and I'll never get a spy job in this town again. But if Carine's spy leaves an envelope with the recipe in it, I would be better off leaving an empty envelope, because Carine and her spy will get nothing, but Florence will get the Peanut Brittle recipe, and I'll get a huge bonus.

So, thus reasoned, you decide it's in your best interest to leave an empty envelope for the exchange. Sadly enough, Carine's spy will probably come to the same conclusion based on a similar line of reasoning, neither recipe will be exchanged, and the sum of your scores will be lower than it would have been if both of you had cooperated. As Hofstadter points out, selfish rationality on both sides of this situation leads to an irrational outcome!

[1] Quelle: Johnson 2003

2.3 Dritte Unterrichtseinheit - Situationen, die dem Gefangenendilemma entsprechen

Intention: Erkennen, dass Alltagssituationen auf das Gefangenendilemma zurückgeführt werden können.

Die beiden Texte der Hausübung werden von zwei Schülern vor der Klasse präsentiert. Ein Schüler bespricht den ersten Text („Das Gefangenendilemma“). Der Lehrer ergänzt bei der Erklärung der Situation.

Lehrer: *Es hat einen Sinn, auf die Matrix zu schauen!*

Der Lehrer verweist auf die Matrix im Text und schreibt sie an die Tafel (siehe Tafelbild S. 96, Abb. 21). Der Schüler erklärt dann die Situation mithilfe der Matrix erneut. Der Zusammenhang mit den Wahlmöglichkeiten X bzw. Y aus den letzten Stunden wird erläutert: Gestehen entspricht Y und bedeutet nicht zu kooperieren; nicht gestehen entspricht X oder einem kooperativen Verhalten.

Auch zur Präsentation des zweiten Textes („Prisoner’s Dilemma“) meldet sich ein Schüler. Dieser erkennt darin die Geschichte zum Spiel aus der ersten Unterrichtseinheit wieder und knüpft dort an. Das Wort „Vertrauen“ wird vom Schüler mehrmals erwähnt. Ein Mitschüler bemerkt, dass es bei weiteren Tauschgeschäften wichtig sein kann, das Vertrauen des anderen nicht zu missbrauchen.

Schüler: *Wenn beide nichts hergeben, kriegen sie trotzdem 1000 Dollar?*

Der Lehrer erklärt dies mit einer Aufwandsentschädigung für den Spion, der sich ja im Falle beiderseitigen Defektierens nicht hintergehen ließ und seiner Firma keinen Schaden zufügte.

Der zweite Teil der Hausübung bestand im Finden weiterer Beispiele. Zwei Schüler wollen ihre Geschichten präsentieren und werden dazu vor die Klasse gebeten.

Schüler: *Zum Beispiel zwei Münzsammler.* (...) *Wenn jeder einen Münzsatz hat, den er mit dem anderen austauschen will, und sie machen sich halt aus, dass sie sich ihn gegenseitig per Post zuschicken.* (...) *Wenn man wieder überlegt, kommt man drauf: Wenn der andere mir den Münzsatz wirklich schickt, ist es für mich g’scheiter, ich schick’ ihn gar nicht – weil dann hab’ ich beide. Und wenn ihn er nicht schickt, sollt’ ich ihn auch nicht schicken, weil sonst mach’ ich einen Verlust damit.*

Der Lehrer weist darauf hin, dass bei solchen Tauschgeschäften (zum Beispiel im Internet) die Anonymität eine große Rolle spielt. Er verweist außerdem auf die nächste Unterrichtseinheit, in der es darum gehen wird, Lösungen für solche Situationen zu finden.

Ein zweiter Schüler trägt nun die Hausübung eines Gruppenmitglieds („Das Erbschaftsdilemma“, siehe zweite Unterrichtseinheit) vor. Der Schüler zeichnet die Auszahlungsmatrix an die Tafel (Abb. 21).

Lehrer: *Was wird herauskommen?*

Schüler: *Dass beide nehmen, in der Hoffnung, dass der andere verzichtet.* (...) *Beide bekommen nur 10 Prozent, sie hätten aber 100 bekommen können.*

[Jeder würde 50 Prozent erhalten, also beide gemeinsam 100 Prozent.]

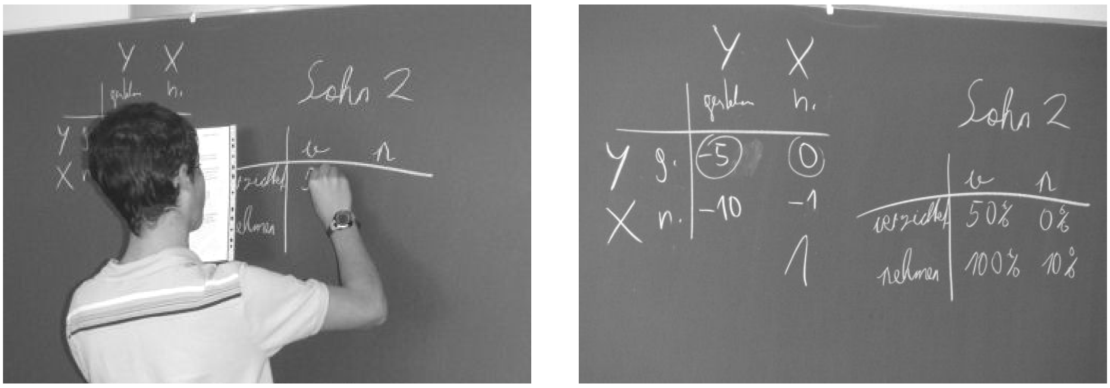


Abbildung 21: Tafelbild

Nach der Besprechung der Beispiele wird die Hausübung abgesammelt, und die Gruppen erhalten je einen neuen Text. Der Lehrer verteilt die Texte 3, 4 und 5 (siehe gleich anschließend) an jeweils zwei (drei) der Gruppen. Die Schülerinnen und Schüler lesen ihren Text und besprechen ihn dann innerhalb der Gruppe. Daraufhin wird jeder Text den anderen präsentiert.

Der erste Schüler präsentiert den Text „Die Rüstungsspirale“; der Lehrer hilft beim Strukturieren der Situation. Ein zweiter Schüler präsentiert den Text „Der Ölpreis“. Der Lehrer muss auch hier in die Erklärung des Schülers eingreifen. Außerdem hilft eine andere Gruppe, die denselben Text gelesen hat, weiter. [Dieser Text war von allen drei Texten für die Schülerinnen und Schüler am schwierigsten zu verstehen.] Drittes Beispiel: „Alltägliche Gefangenendilemmata“. Dieser Text wird von einer Schülerin sehr gut präsentiert. Der Lehrer muss in die Erklärung nicht eingreifen.

Hausübung - Aufgabenstellung

Der Lehrer weist die Schülerinnen und Schüler abschließend darauf hin, dass die gehörten Beispiele nach Lösungen verlangen, die es im Folgenden zu finden gilt. Die Hausübung wird an die Tafel geschrieben:

- Texte lesen [Jeder liest alle drei Texte.]
- Gründe für das Zustandekommen der Dilemmata [pro Gruppe schriftl. abzugeben]
- Lösungsversuche / Wege zur Vermeidung [pro Gruppe schriftlich abzugeben]
- Stimmungsbericht [jeder; schriftlich]

Es folgen die zu lesenden Texte.

Alltägliche Gefangenendilemmata[1]

(Text 3)

Die Besitzer zweier unmittelbar benachbarter Tankstellen müssen an jedem Monatsanfang festlegen, wie teuer ihr Benzin für die nächsten vier Wochen sein soll; das Gesetz läßt während des Monats keine Preisänderung zu und fordert, daß der neue Preis am ersten Tag des Monats genau um Mitternacht angezeigt wird.

Der Besitzer der einen Tankstelle überlegt am Monatsende: Mit dem Preis des letzten Monats habe ich einen kleinen Profit gemacht, keinen großen. Wenn es die andere Tankstelle nicht gäbe, würde ich meinen Umsatz verdoppeln und einen Riesengewinn einheimsen, denn die Betriebskosten würden sich kaum erhöhen. Das wäre vielleicht sogar ein kleines Opfer wert. Wie wäre es, wenn ich meinen Preis etwas senke? Dann verdiene ich zwar an einem Liter Benzin etwas weniger, verkaufe aber fast doppelt soviel, und das lohnt sich bestimmt.

Nach komplizierten Kalkulationen kommt der Tankstellenbesitzer zu dem Ergebnis, daß sein Profit dann, wenn er seinen Preis senkt und auf diese Weise nur die Hälfte der Kunden der anderen Tankstelle für sich gewinnt, von jetzt einer Einheit auf vier Einheiten steigt. Ihm kommen jedoch Zweifel: Was, wenn der Besitzer der anderen Tankstelle genauso denkt und auch seinen Preis senkt? In diesem Fall würde sein Umsatz überhaupt nicht steigen! Besorgt stellt er neue Berechnungen an und findet heraus, daß sein Geschäft im nächsten Monat mit dem niedrigeren Preis überhaupt keinen Profit machen würde. Die Preissenkung lohnt sich also nicht. Da die Zweifel einmal geweckt sind, stellt er noch weitere Berechnungen an. Was würde passieren, wenn er seinen alten, höheren Preis beibehielte, während der Nachbar seinen Preis senkte? Das Ergebnis ist niederschmetternd: Die Betriebskosten sind so hoch, daß sein Defizit bei halbem Umsatz auch dann drei Einheiten betragen würde, wenn er den höheren Preis wählte.

Mitternacht naht, er muß den neuen Preis anschlagen, wenn er den alten ändern will. Für alle Fälle bereitet er die Anzeigetafel mit dem niedrigeren Preis vor - falls der Nachbar seinen Preis senkt, kann er rasch das gleiche tun (um den Verlust von drei Einheiten zu vermeiden, der seinen Bankrott bedeuten würde). Zögernd geht er um Mitternacht nach draußen und sieht seinen Rivalen ebenso besorgt mit einer Tafel herauskommen. Als sie gerade miteinander sprechen wollen, sehen sie den gefürchteten staatlichen Ordnungshüter, der herumschnüffelt und beobachtet, was um Mitternacht mit den Preisen passiert. Es bleibt keine Zeit für Verhandlungen, beide Tankwarte müssen sofort entscheiden, ob sie den alten Preis ändern oder lassen. Im entscheidenden Augenblick, um Mitternacht, sieht keiner, was der andere tut. Sie müssen sich beide für einen Preis entscheiden, ohne die Entscheidung des anderen zu kennen.

Auch diese Situation läßt sich in einer Matrix zusammenfassen:

		Der andere Besitzer	
		senkt den Preis	senkt den Preis nicht
Der erste Besitzer	senkt den Preis	0, 0	4, –3
	senkt den Preis nicht	–3, 4	1, 1

Man kann aus der Matrix ablesen, daß die Logik der Situation genau die gleiche ist wie beim Gefangenendilemma. Der erste Tankwart ist – unabhängig davon, was der andere macht – besser dran, wenn er den Preis senkt. Wenn der andere Tankwart den Preis senkt, kann der erste einen Verlust vermeiden, wenn der andere den Preis nicht senkt, kann der erste seinen Profit vervierfachen. Um Mitternacht sprechen Gier und Verlustangst also dafür, den Preis zu senken, aber wenn sie es beide tun, verlieren sie auch beide den ganzen Profit.

Auch einfaches Kaufen und Verkaufen kann zu einem Gefangenendilemma führen, besonders auf dem Schwarzmarkt, wo man keine Garantie hat, den anderen am nächsten Tag wiederzufinden. Dort gibt es keine Zeit zum Überprüfen. Ich kann mit Falschgeld bezahlen, und der Verkäufer kann mir schlechte Ware andrehen. Sobald wir die Ware in Händen haben, sind wir in jedem Fall besser dran, wenn wir mit Falschgeld zahlen. Sobald der Verkäufer das Geld hat, ist er besser dran, wenn er uns schlechte Ware angedreht hat. Aber wenn wir das beide tun, hat niemand einen Gewinn gemacht, während wir aus einem ehrlichen Handel beide Vorteile hätten ziehen können.

[1] Quelle: Mérö 2000, S. 52 ff.

Die Rüstungsspirale[1]
(Text 4)

Auch die Logik der Rüstungsspirale erinnert an ein Gefangenendilemma. Zwischen den beiden Supermächten kann sich ein Gleichgewicht entwickeln, wenn sich beide von Kopf bis Fuß bewaffnen oder wenn beide nur mäßig aufrüsten. Das billigere Gleichgewicht ist für beide Parteien besser als ein teureres. Jetzt sieht die Matrix so aus:

		Die Strategie der anderen Supermacht	
		viel Aufrüstung	wenig Aufrüstung
Die Strategie der einen Supermacht	viel Aufrüstung	2, 2 (teures Gleichgewicht)	4, 1 (Überlegenheit)
	wenig Aufrüstung	1, 4 (Wehrlosigkeit)	3, 3 (billiges Gleichgewicht)

Die Zahlen geben hier lediglich die Reihenfolge wieder. Der Wert 1 bedeutet das schlechteste mögliche Ergebnis, 4 das beste. Ein teures Gleichgewicht ist besser als Wehrlosigkeit, Überlegenheit ist besser als ein billiges Gleichgewicht. Diese Werteordnung kann und sollte angezweifelt werden, aber zweifellos wird sie häufig befolgt, besonders, wenn die Überlegenheit in direkte wirtschaftliche Vorteile umgesetzt werden kann. Die Spieltheorie nimmt an, daß die Spieler sich ihrer eigenen (subjektiv wahrgenommenen) Interessen und der Rangfolge ihrer Werte deutlich bewußt sind. Es ist nicht die Aufgabe der Spieltheorie, einen Wandel in der Präferenzordnung zu bewirken, aber die Spieltheorie kann - eben wegen ihrer Abstraktheit - deutlich darauf hinweisen, wie notwendig Veränderung ist, beispielsweise, indem sie aufzeigt, daß eine bestimmte Präferenzordnung eindeutig zum Gefangenendilemma mit all seinen Folgen führt.

Beim Gefangenendilemma geht es vor allem um Kooperation, um ihre offensichtliche Notwendigkeit und ihre oft unvermeidlichen Schwierigkeiten. Bei allen unseren Beispielen war eine der Strategien kooperativ, die andere nicht. Der Gefangene, der nicht gesteht, der Tankstellenbesitzer, der den Preis nicht heruntersetzt, die Großmacht, die nicht aufrüstet, sind alle kooperativ. Wenn beide Parteien ähnlich denken, kann mit diesem Verhalten ein besseres Ergebnis erreicht werden. Die nichtkooperative Strategie wird „kompetitiv" genannt, obwohl dieses Wort nicht immer das Wesentliche ausdrückt.

[1] Quelle: Mérö 2000, S. 55 f.

Der Ölpreis[1]
(Text 5)

Während der siebziger Jahre schlossen sich die OPEC-Staaten zusammen und trieben den Preis für Rohöl von unter 3 Dollar pro Barrel im Jahre 1973 auf über 30 Dollar im Jahre 1980 hoch. Die Welt zitterte vor jeder Sitzung, auf der die OPEC über die Preise verhandelte. Am Ende der siebziger Jahre prognostizierten einige Energie-Experten sogar, daß der Ölpreis bis zum Ende des Jahrhunderts auf über 100 Dollar je Barrel steigen werde. Dann schien das Kartell plötzlich zusammenzubrechen: Die Preise fielen, erreichten Anfang 1986 kurzzeitig 10 Dollar je Barrel, ehe sie sich bis 1987 auf 18 Dollar erholten. Die irakische Invasion in Kuwait 1990 trieb den Preis wieder auf 35 Dollar, Ende 1994 lag er bei 16 Dollar. Die Experten sind uneins über die Zukunft der OPEC.

Wovon hängen Erfolg oder Mißerfolg eines solchen Kartells ab? Allgemeiner gefragt, was bestimmt die Balance zwischen Kooperation und Wettbewerb, nicht nur im Geschäftsleben, sondern auch in der Politik oder im gesellschaftlichen Bereich. Diese Frage läßt sich teilweise anhand des Gefangenendilemmas beantworten, das wir im KGB-Hauptquartier im ersten Kapitel schon einmal durchgespielt hatten.

Die Geschichte der OPEC, die wir hier in stilisierter Form beschreiben, ist genau so ein Spiel. Wir konzentrieren uns dabei natürlich auf das strategische Dilemma und lassen viele historische Details weg. Betrachten wir zunächst die Produktionsentscheidungen von nur zwei Mitgliedern, sagen wir, Iran und Irak. Um die Sache weiter zu vereinfachen, lassen wir nur zwei Produktionsniveaus zu, entweder 2 oder 4 Millionen Barrel pro Tag. In Abhängigkeit von den Entscheidungen der Produzenten ist die Gesamtproduktion am Weltmarkt 4, 6 oder 8 Millionen Barrel. Nehmen wir an, die Preise liegen dann jeweils bei 25, 15 oder nur 10 Dollar pro Barrel. Die Förderkosten liegen im Iran bei 2 Dollar je Barrel, im Irak bei 4 Dollar je Barrel. Wir können nun die Gewinne der Konkurrenten (ausgedrückt in Millionen Dollar pro Tag) in der schon bekannten Tabellenform darstellen. In jeder Zelle bedeutet der Eintrag oben rechts den irakischen Tagesgewinn, unten links den iranischen Tagesgewinn.*

Tabelle der Tagesgewinne (Iran, Irak)

		Irak's Produktion 2	Irak's Produktion 4
Iran's Produktion	2	42 46	44 26
	4	22 52	24 32

Jedes Land hat eine dominante Strategie: Wähle die größere der beiden Produktionsmengen. Für den Iran beispielsweise hat die Gewinnzeile, die einer Produktion von 4 entspricht [52 und 32 Dollar], durchgängig höhere Einträge als die Gewinnzeile für das Produktionsniveau 2, nämlich [46 und 26 Dollar]. Wenn beide ihre dominante Strategie wählen, dann erhalten sie 32 bzw. 24 Millionen Dollar Tagesgewinn. Nicht schlecht, aber Kooperation hätte ihnen mehr gebracht: 46 und 42 Millionen.

Diese unglückliche Lage wird als das Gefangenendilemma bezeichnet. Es hat die bemerkenswerte Eigenschaft, daß beide Seiten ihre dominante Strategie spielen und damit ihre individuelle Auszahlung maximieren, gleichzeitig beide jedoch ein Ergebnis produzieren, das sie gemeinsam schlechter stellt, als wenn jeder eine Strategie gewählt hätte, die den eigenen Gewinn minimiert. Warum folgen sie also nicht der minimierenden Strategie? Schauen wir auf das Problem für Iran und Irak zurück. Selbst wenn Iran der minimierenden Strategie folgte und nur 2 Millionen Barrel produzierte, dann hätte Irak immer noch einen Anreiz, 4 Millionen zu produzieren. Das Ergebnis wäre ideal für Irak, aber das schlechteste für Iran. Wenn Iran nicht kooperiert und 4 Millionen produziert, dann wäre Irak dumm, wenn es seine eigenen Profite schmälert, indem es nur 2 Millionen produziert. Das Problem des Kartells ist es, einen Weg zu finden, mit dem sich jene Strategie geringer Produktion und hoher Preise aufrechterhalten läßt, die gemeinsam den höchsten Profit verspricht. Dabei ist jeder Partner ständig in Versuchung, zu schummeln und sich auf Kosten des anderen einen Vorteil zu verschaffen.

* Diese Art der Darstellung der Auszahlungen für beide Spieler in einer einzigen Matrix geht auf Tom Schelling zurück. In übertriebener Bescheidenheit schreibt er: »Wenn man mich je fragen sollte, ob ich einen Beitrag zur Spieltheorie geleistet habe, dann werde ich antworten: Ja. Und wenn man fragt, worin dieser Beitrag bestanden habe, dann werde ich sagen: Die Erfindung der versetzt eingetragenen Payoffs in einer Matrix ... Ich vermutete damals, die Erfindung werde wohl nicht patentierbar sein, und stellte sie deshalb frei zur Verfügung. Aber außer meinen Studenten macht kaum jemand Gebrauch davon. Ich biete sie Ihnen also kostenlos an.«

[1] Quelle: Dixit, Nalebuff 1997, S. 89 ff.

Abgegebene Hausübung

Die Gruppen teilten die Arbeit unterschiedlich auf. Es ergaben sich folgende Varianten:

- Ein Mitglied der Gruppe schrieb die Hausübung (meist am PC).
- Die Gruppe teilte die Texte unter den Mitgliedern auf, und die Lösungsvorschläge wurden anschließend zusammengefügt.
- Mehrere Gruppenmitglieder gaben (auch) unterschiedliche Lösungen für die Beispiele ab.

Die Zusammenarbeit innerhalb der Gruppen funktionierte also (wie erwartet) verschieden gut. Fast alle Gruppen entschieden sich dafür, die Gründe für das Zustandekommen der Dilemmata sowie die Lösungsversuche für alle drei Beispiele separat zu behandeln.

Es folgt eine Hausübung einer Gruppe. Diese teilte die Arbeit auf die Mitglieder auf und gab dem Lehrer drei Seiten (die offensichtlich von je einem Gruppenmitglied verfasst wurden) ab. Die einzelnen Teile der Hausübung sind nachstehend mit Teil 1, Teil 2 bzw. Teil 3 gekennzeichnet.

Teil 1: **2. Hausübung** **Gruppe 1**

Gründe für das Zusammenkommen der Dilemma

Meiner Meinung nach ist der entscheidende Grund für das Zusammenkommen des Dilemmas die Eifersucht untereinander, da jeder natürlich das Beste für sich erreichen will. Beim Rüstungsdilemmata, Gefangenendilemma oder beim Beispiel mit dem Ölpreis ging es nur um das Wohlbefinden bestimmter Personen oder Firmen. Die Leute, welche bei den Dilemma mitspielten, hatten alle das gleiche Ziel, nämlich ihr eigenes Wohlbefinden (Geld, Freiheit...) zu fördern bzw. zu erhalten.

Lösungsversuche / Wege zur Vermeidung der Dilemma

Ich denke, dass man Dilemma nie ganz vermeiden, aber sie vermindern kann. Dazu sollte man am Besten nicht so sehr an sich selbst denken.
Es ist doch besser wenn es zwei Ölfirmen oder Tankstellenbesitzen relativ gut geht anstatt sich zu bekriegen und sich ständig um seine Existenz Gedanken zu machen. Natürlich spielt hier Vertrauen eine sehr wichtige Rolle. Aber ich denke wenn zwei kluge Gegner gegeneinander bzw. miteinander spielen einigen sie sich immer auf eine vernünftige Spielweise bei der beide gut profitieren.

Stimmungsbericht

Ich finde wieder einmal dass die Stimmung gut und angenehm war. In dieser Stunde ist mir besonders aufgefallen, dass die einzelnen Gruppen schon besser zusammenarbeiten und sich untereinander gut verstehen. Außerdem finde ich, dass sich jeder einzelne sich bemüht am Unterricht beizutragen und vom Projekt zu profitieren.

Teil 2: **Rüstungsspirale**

1. Gründe für das Zustandekommen der Dilemmata

Ich denke, dass ein Dilemma dann zustande kommt, wenn beide Seiten nicht kooperieren oder sich nicht einigen können. Hätten zum Beispiel bei der Rüstungsspirale beide Supermächte ein Abkommen unterzeichnet, dass jeder der Beiden gleich viel an Waffen aufrüstet, so hätten sich beide vermutlich viel Geld erspart.

2. Lösungsversuche / Wege zur Vermeidung

Wie vorher eben schon angesprochen: Beide Seiten (in meinem Fall die Supermächte) müssten vereinbaren, wer wieviel aufrüstet. Dadurch könnten sich beide ersparen, dass sie unnötig Geld ausgeben und dann trotzdem genau so stark bzw. so schwach sind, wie zuvor. Um ein Dilemma überhaupt zu vermeiden, sollten in meinem Fall beide Seiten einfach gar nicht aufrüsten (bzw. keinen Krieg anfangen).

3. Stimmungsbericht

Ich finde, dass die letzte Stunde noch unterhaltsamer und interessanter war, als die vorherige. Vor allem die verschiedenen Beispiele haben mich sehr interessiert. Aber am meisten wird mir, denke ich, die nächste Stunde, sollten wir das machen, gefallen, da wir dann die richtigen Lösungen erfahren und wie wir das Spiel (Dilemma spielen) am besten spielen (sollten). Im Allgemeinen fand ich die bisherigen Stunden mehr als interessant, da ich von dem Spiel zuvor nie gehört hatte und es deswegen jetzt umso interessanter ist bzw. wirkt.
Ich hoffe nur, dass wir uns mit diesem Spiel weiterhin so beschäftigen und es dadurch weiter so unterhaltsam bleibt.

Teil 3: Alltägliche Gefangenendilemmata

1. Gründe für das Zustandekommen der Dilemmata

An diesem Beispiel sieht man wieder, dass es schwierig ist, wenn zwei Unternehmer dasselbe Produkt verkaufen wollen und den Preis des anderen nicht wissen.
In diesem Beispiel: wenn der erste Besitzer seinen Benzinpreis senkt, kann er sicher sein, dass er keine Verluste in kauf nehmen muss. Denn wenn der zweite Besitzer genau das gleicht macht machen beide keinen Profit und keinen Verlust. Wenn der zweite seinen Preis jedoch senkt, kann der erste vier Einheiten gewinnen und das ist der höchste Gewinn, den er machen kann.
Wenn beide die Benzinpreise nicht senken, haben sie einen Gewinn von einer Einheit. Aber wenn der Erste senkt und der Zweite nicht, muss der Erste ein Minus von 3 Einheiten hinnehmen.

2. Lösungsversuche / Wege zur Vermeidung

Meiner Meinung nach ist es das Beste für den ersten Besitzer, wenn er den Preis für sein Benzin senkt. Dadurch könnte er den größtmöglichen Gewinn machen oder beide Besitzer haben keine Verluste und keine Gewinne.

Die meisten Schülerinnen und Schüler gaben die Stimmungsberichte getrennt von der Hausübung ab. Es folgen zwei – sehr unterschiedliche – Beispiele:

Stimmungsbericht 1

Die letzten Stunden haben mir sehr gut gefallen. Ich glaube die meisten Schüler würden mir da zustimmen, weil sich das Verhalten der meisten Schüler positiv verändert hat. Hinter dem anfangs sehr einfachen und unkompliziert aussehenden Spiel „X und Y“ verbirgt sich nämlich ein spannendes und sehr kniffliges Spiel. Vor allem die „verkehrte Logik“ die dahinter steckt finde ich sehr faszinierend. Jeder kommt zu dem Entschluss, dass Y in beiden Fällen (Gegner nimmt auch Y und Gegner nimmt X) die bessere Wahl ist. Doch in Wirklichkeit steigen dann beide besser aus, wenn beide X nehmen. Einfach genial! Ich selbst könnte wahrscheinlich noch Stunden darüber grübeln, wie man am Besten spielt. Doch bis jetzt bin ich der Meinung, dass es nicht wirklich eine „beste“ Strategie gibt. Auch die verschiedenen Hintergrundgeschichten sind allesamt sinnvoll und regen zum Grübeln an. Auch das Erfinden von eigenen Hintergrundgeschichten macht mir persönlich sehr viel Spaß. Wenn die restlichen Stunden des Projekts so verlaufen wie die ersten 3, bin ich höchst zufrieden und positiv überrascht.

Stimmungsbericht 2

Ich finde die erste (Anm.: zweite) Stunde war interessanter. In der zweiten (Anm.: dritten) Stunde lasen wir nur Geschichten, die eigentlich alle denselben Inhalt hatten. So war die Stunde nicht so interessant.

Ein Schüler zeichnete eine Motivationskurve:

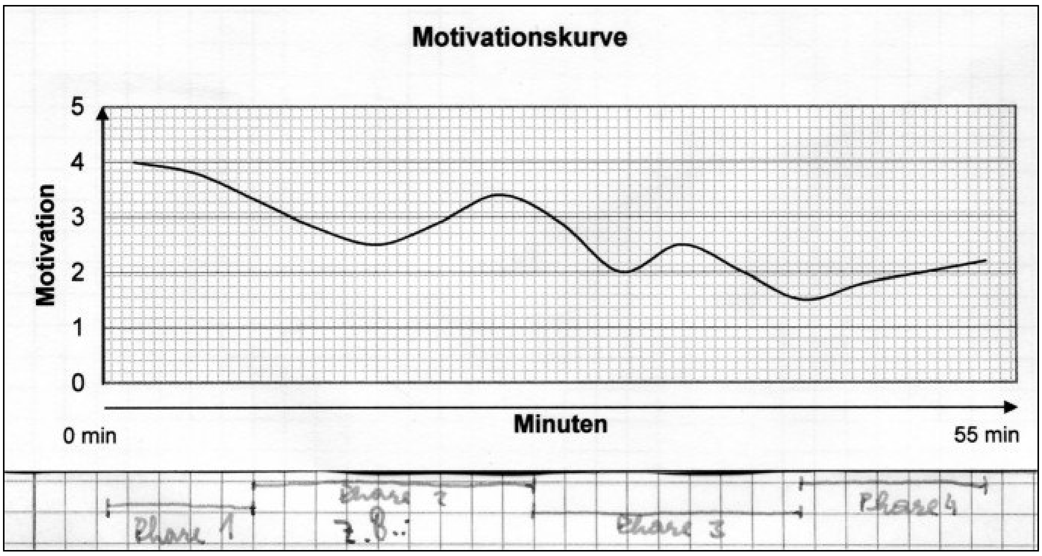


Abbildung 22: Hausübung

Phase 1: Wir hörten die ersten Anwendungen im Alltag; kein Spielen!
Phase 2: Zuerst selber arbeiten dann vortragen
Phase 3: Hören Vorträge und bekamen HÜ
Phase 4: HÜ doch nicht so schlimm → Stundenende → danach Turnen

Interviews

Die Interviews nach dem Unterricht wurden wieder vom beobachtenden Kollegen durchgeführt.

Fragestellungen:

- *Wie hast du die Stunde erlebt?*
- *Waren die Texte der Hausübung schwierig?*
- *Waren die Texte in dieser Stunde verständlich?*
- *Schildere einer schulfremden Person, wie der Lehrer beim Vermitteln der Inhalte vorgeht! (Welchen Weg wählt er? Sind Ziele für dich erkennbar?)*
- *Was war besonders interessant? Was war nicht interessant?*

Wie schon in der Stundenbeobachtung festgestellt werden konnte, waren die Texte für die Schülerinnen und Schüler verständlich, und die meisten fanden auch etwas Interessantes darin. Schwierigkeiten gab es beim Text „Der Ölpreis", wo der Zusammenhang zwischen Fördermenge und Preis und die Tatsache, dass so der Gewinn gesteuert werden kann, zunächst nicht verstanden wurden. In dieser Unterrichtseinheit wurden auch Ziele des Unterrichts erkannt:

- *... wir sollen draufkommen, dass wir das im Alltag brauchen könnten ...* (INT1)
- *Er* [Anm.: Der Lehrer] *will uns rüberbringen, dass man dass logische Denken (...) nicht nur in der Mathematik selber anwenden kann (...) sondern auch im Alltag.* (INT2)

Resümee

Die – in der zweiten Unterrichtseinheit beschriebene – Einteilung der Schülerinnen und Schüler in zwei Gruppen bleibt auch in dieser Stunde gültig.

In den Arbeiten der Lernenden finden sich einerseits Beschreibungen und konkrete Lösungsvorschläge für die Beispiele in den Texten. Die Problematik wurde also grundsätzlich verstanden, und die Schülerinnen und Schüler denken darüber nach. Diese erste Gruppe befindet sich auf der untersten Ebene der Reflexionspyramide.

Andererseits zeigen einige Hausübungen auch eine Loslösung vom Konkreten. Diese Gruppe erkennt hinter den Geschichten einen den Beispielen gemeinsamen Interessenskonflikt und liefert allgemeinere Beschreibungen und Lösungsvorschläge. (Die Wahl des Wortes „Hintergrundgeschichten" im obigen Stimmungsbericht weist darauf hin. Die Geschichten sind für diesen Schüler nur Hintergrund eines allgemeineren Problems.)

Neben den unterschiedlichen Inhalten der Hausübungen zeigen die (obigen) Stimmungsberichte auch gegensätzliche Interessenslagen. Für einen Teil der Klasse steht weiterhin das Spiel im Mittelpunkt des Projekts; die Texte sind eine nette – wenn auch nicht notwendige – Umrandung. Der andere Teil sieht im Spiel den Ausgangspunkt für die nachfolgenden Beispiele und wartet gespannt auf weitere Denkanstöße. Gerade die schwächeren Schülerinnen und Schüler nahmen aus den Spielen am meisten mit. Sie lesen aus den Texten wenig heraus und erreichen auch die Ziele der inhaltlichen Ebene zu großen Teilen mithilfe der Spiele – sie erinnern sich dazu an die Geschichten zu den Spielen.

Dass sich die Schülerinnen und Schüler auf verschiedenen Stufen der Reflexionspyramide befinden, zeigt die Tatsache, dass nur zwei eigene Beispiele für die besprochenen Dilemmata gefunden wurden. Nur eine Minderheit ist bereit dazu, die in den Texten begonnenen Gedankengänge weiterzuspinnen und findet Gefallen daran, sich selbst kreativ einzubringen. Ein Grund dafür, dass nur zwei eigene Geschichten vorgetragen wurden, ist vielleicht auch in der Art der Aufgabenstellung zu suchen. Der erste Teil der Hausübung (Texte lesen) konnte in der Gruppe auf die Mitglieder aufgeteilt werden. Der offenere zweite Auftrag (eigene Beispiele finden) erforderte von den Lernenden eine intensivere Beschäftigung mit dem Dilemma, die aber nicht verordnet werden konnte.

Das Erreichen verschiedener Ebenen der Reflexionspyramide kann auch an den eigenen Geschichten abgelesen werden: Der Schüler, der das Beispiel fand, steht auf der Stufe eigener Reflexionen; der Schüler, der die Geschichte vortrug, verstand die Reflexionen des anderen (und hinterfragte sie vielleicht sogar) und befindet sich daher eine oder zwei Ebenen darunter.

In engem Zusammenhang mit der erreichten Reflexionsebene steht die Einteilung der Klasse in die erwähnten Gruppen. Die Motivation derjenigen, die zu den eigenen Reflexionen vordringen, steigt im Laufe des Hauptprojekts an (oder sinkt zumindest nicht wesentlich ab), während die Motivation der Schülerinnen und Schüler, die die oberste Stufe der Reflexionspyramide nicht erreichen, während des Projekts abnimmt.

Die eben angestellten Überlegungen werden im Folgenden in einer These enger gefasst und mit Datenmaterial[1] belegt.

These: Die Aufspaltung der Schülerinnen und Schüler in zwei Gruppen hinsichtlich Motivation, Interesse und Reflexionsfähigkeit findet sich auch in dieser Unterrichtseinheit wieder.

---

[1] Zitiertes Datenmaterial dieser Unterrichtseinheit:

Stimmungsberichte: Aussagen aus den Stimmungsberichten sind mit ST gekennzeichnet.

Hausübung: Zitierte Hausübungs-Passagen sind mit HÜ gekennzeichnet

Interviews: Aussagen aus den Interviews sind mit INT1 [Schüler, schwach – aktiv] bzw. INT2 [Schülerin, schwach – passiv] gekennzeichnet.

Aussagen, die keine (wenig) Reflexion zeigen / konkrete Lösungsvorschläge:

- Ich fand die erste Stunde am interessantesten, da wir ein Spiel spielten. (ST)
- Doch als wir die Geschichten lesen mussten langweilten sich viele und in unserer Gruppe wurde es unruhig und laut. (ST)
- Die Beispiele sind schon ähnlich. (INT1)
- Ich glaube dass es sinnvoll wär in einer bestimmten Region die Preise zu vereinheitlichen. So würden nicht die Preise über die Kunden entscheiden sondern der Service. (HÜ – Lösung zum Text „Alltägliche Gefangenendilemmata“)
- Zusätzlich könnte jede Tankstelle Sonderangebote anbieten (z.B.: besserer Service oder Geschenk bei 1000 Liter) um mehr Kunden anzulocken. (HÜ – Lösung zum Text „Alltägliche Gefangenendilemmata“)
- Man könnte auch einen neutralen Nationenbund so zu sagen als Schiedsrichter einsetzen, welcher die Nation die aufrüstet angreift. (HÜ – Lösung zum Text „Die Rüstungsspirale“)
- Dieses Ergebnis könnte erreicht werden, wenn sich beide Länder zu einem Kartell zusammenschließen würden und nur noch wenig Öl liefern. (HÜ – Lösung zum Text „Der Ölpreis“)

Aussagen, die Reflexion zeigen / Loslösung vom Konkreten:

- Ich fand es sehr interessant, die vielen Beispiele zu lesen bzw. hören, bei denen das Problem des Gefangenendilemmas Anwendung findet. (ST)
- Als ich dann die verschiedenen Präsentationen sah, war ich verwundert, wie viele verschiedene Versionen des Gefangenen Dilemmas es gibt. (ST)
- Ich glaube dieses Dilemma kommt durch 2 konkrete Wünsche des einzelnen zu Stande. Erstens will er/sie Profit machen, Zweitens mehr als der andere. Hinzu kommt noch die Angst von dem Gegenüber betrogen zu werden und schon hat man das perfekte Gefangenen Dilemma.
  Ich denke nicht, dass es Lösungen in dem Sinn gibt. Eher individuell gestaltete Kompromisse, die wie schon gesagt durch verschiedene Situationen unterschiedlich sein müssen.
  Ich fand das die Stunde ganz nett und die Geschichten ganz interessant waren, obwohl ich denke dass es sich im Grunde genommen immer um das gleiche Problem handelte. Ich glaube dass uns durch die unterschiedlichen Darstellungsweisen eine Ahnung von der weltweiten Problematik dieses Dilemmas übermittelt werden sollte. (...) (HÜ)
- Gründe für das Zustandekommen der Dilemma:
  - keine vorherige Besprechung zwischen Person X und Person Y
  - keine persönliche Übergabe (Hand zu Hand, Bsp.: Austausch von Gegenständen)

- Person X und Person Y sind ebenbürtige Feinde, liefern sich Konkurrenzkampf (einer will besser sein als der andere, anstatt Teamwork)
(...) (HÜ)

- Die Gründe für diese Dilemmata sind wahrscheinlich die Selbstsucht der Menschen. (HÜ)

- Gier und gegenseitiges Misstrauen schaffen derartige Probleme. (...) Das Wichtigste bei allen Verhandlungen ist gegenseitiges Vertrauen. (...) Durch die unterschiedlichen Beispiele konnte ich mir bildhaft vorstellen, wie es zu solchen Gefangenendilemmata kommt. (HÜ)

- Weniger interessant war das ganz erste Beispiel. (...) Das war nur X und Y, und für die X und Y hat man verschiedene Punkte bekommen. (...)Auf diesem Beispiel haben wir alles andere aufgebaut. (INT1)

- Es ist schon ein Schema dahinter (...) dass die Beispiele alle miteinander verbunden werden können; eben wegen diesem unlösbaren – unter Anführungszeichen – System, das da dahinter ist; dass immer jemand leer ausgeht. (INT2)

Im Laufe des Projekts zeigt sich – nicht zuletzt am Beispiel der selbst gefundenen Geschichten zum Gefangenendilemma – die Bildung einer „Reflexionselite“. Das Thema des beschriebenen Hauptprojekts führte zu einer inneren Differenzierung in der Klasse. Auf der einen Seite findet man die „Reflektiererinnen und Reflektierer“, die etwa die Geschichten erfinden. Auf der anderen Seite gibt es viele, die lieber Reflexionen aufnehmen und beispielsweise die von anderen erfundenen Geschichten weitererzählen.

Diese Feststellung wirft die Frage nach der Gestaltung eines reflexionsorientierten Unterrichts auf. Will man eine „Reflexionselite“, oder sollen <u>alle</u> ein vorgegebenes Ziel erreichen? In der vorliegenden Arbeit wird ein Weg beschritten, der in gewisser Weise eine Kombination aus beidem ist. So werden Reflektiererinnen und Reflektierer immer wieder gefordert, ohne ein gewisses Mindestniveau, das von allen erreicht werden muss, aus den Augen zu verlieren. Es ist dies die unterste Stufe der Reflexionspyramide – das Verstehen der Reflexionen anderer und ein Informationsgewinn bezüglich sozialer Verhältnisse.

Den „Reflektiererinnen und Reflektierern“ kommt die wichtige Rolle der Vermittlung der angestellten Überlegungen an die anderen zu[1]. In dieser Unterrichtseinheit findet man dies im Vortragen der selbst gefundenen Beispiele wieder.

[1] vgl. Allgemeinbildungskonzept von Roland Fischer (siehe Peschek 2006, S. 87)

2.4 Vierte Unterrichtseinheit - Lösungen des Gefangenendilemmas

Intention: Erkennen von Gründen für die Dilemmata und Formulieren von Lösungsvorschlägen.

Zunächst wird eine der drei Geschichten, das Beispiel „Alltägliche Gefangenendilemmata“, aus der vorigen Stunde wiederholt. Eine Schülerin wird dazu vor die Klasse gebeten und trägt vor.

Lehrer: *Wenn beide (Anm.: die Tankstellenbesitzer) individuell das Beste herausholen wollen, haben wir gerade gehört, senken beide den Preis. Macht uns das was?*
Schüler: *Nein!*
Lehrer: *Das wäre für uns eigentlich gut; schlecht ist es nur für die beiden.* (...) *Das Problem hätte man nicht, wenn die beiden sich absprechen würden.*
Schüler: *Dann machen s' hohe Preise!*
(...)

Der Lehrer weist auf ein Problem hinter den Absprachen hin.

Lehrer: *Wenn es ein Monopol auf irgendein Produkt gibt und diejenigen, die das Produkt verkaufen – sagen wir Tankstellen –* (...) *sprechen sich ab* (...) *dass die dann sagen: „Am besten steigen wir aus, wenn wir beide den Preis hochhalten. Denn, wenn wir den gleichen Preis haben, schaden wir uns gegenseitig nicht.“* (...) *Jeder Tankstellenbesitzer kann aber trotzdem schummeln...*

[Es werden also drei Ebenen des Problems angesprochen: Ausgangspunkt ist ein individueller Optimierungsgedanke – jeder will den höchstmöglichen Gewinn erzielen. Dies führt zu niedrigen Benzinpreisen – einem für die Tankstellenbesitzer schlechten, für die Kunden aber guten Ergebnis. Wenn sich nun – auf der nächsten Ebene – die Besitzer absprechen, könnten sie die Preise hochhalten und ein für sie besseres Ergebnis erzielen, was aber den Kunden nicht freuen würde. Schließlich führt uns ein Abspracheverbot für die Tankstellenbesitzer wiederum zum Beginn des Problems.]

Bevor die Lösungsvorschläge der Schülerinnen und Schüler (aus der letzten Hausübung) besprochen werden, schreibt der Lehrer die Matrizen der einzelnen Beispiele an die Tafel (S. 108, Abb. 23). Es sollen nun Gemeinsamkeiten gefunden werden. Implizit lenkt der Lehrer auf eine Gemeinsamkeit hin, indem er die beiden Möglichkeiten, die die Spieler jedes Beispiels haben, immer mit X und Y bezeichnet:

Lehrer: *Was bedeutet X und was Y – bei der Tankstelle?*
Schüler A: ( ) *Das Schlechtere!* ( ) *Dass beide verlieren!*
Lehrer: *Stimmt schon! Und was war das bei der Tankstelle konkret?*
Schüler B: *Den Preis zu senken!*

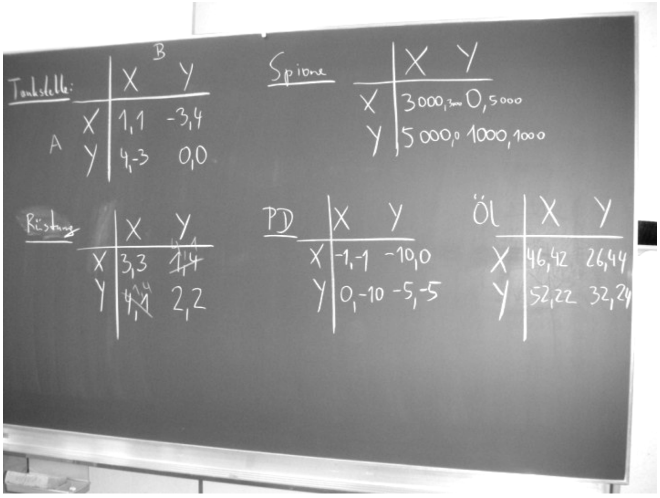


Abbildung 23: Tafelbild

Das Spiel „X oder Y?“ aus der ersten Unterrichtseinheit wird mit dem Beispiel „Spione“ („Prisoner’s Dilemma“) assoziiert – die Auszahlungen unterscheiden sich lediglich um den Faktor 1 000. Es werden nun allerdings – wie auch bei den anderen Beispielen – die Punkte für <u>beide</u> Spieler angeschrieben. (Abb. 23)

Lehrer: *Wie müssen die Zahlen ausschauen, damit es funktioniert?* (...) *Was ist das Gemeinsame an den Beispielen?*

Schüler: *Wenn man nicht gemein ist, macht man meistens einen Verlust.*

Lehrer: *Wann macht man nur einen Verlust?*

Schüler: *Wenn der andere gemein ist!*

Mit etwas Hilfe wird auch die Tatsache erkannt, dass abwechselnde Kooperation und Verweigerung (XYXY..., wenn der Gegner YXYX... wählt) weniger Punkte bringt, als andauernde beiderseitige Kooperation:

Schüler A: *Weil 6* (Anm.: Punkte) *ist besser als 5!* [Beispiel „Rüstung“ in Abb. 23]

Lehrer: *Ist das bei den anderen Beispielen auch so?*

Schüler B: *Zum Beispiel beim Tausch* (...) *würde man eigentlich denken,* (...) *einmal hat der den leeren Sack und das nächste Mal hat der andere den leeren Sack. Das ist eigentlich das Gleiche, wenn beide* (...) *gleich das austauschen.* ( ) *Nur es ist dann eine Zeitverzögerung, und das wär’ dann vielleicht der eine Punkt – oder der kleine Nachteil bei der Sache!*

Lehrer: *Stimmt! Es kommt ja weniger oft zum Tausch.*

Die Gruppen sollen nun aus ihren Hausübungen (siehe dritte Unterrichtseinheit) berichten. [Zu bemerken ist hierzu, dass nicht alle Schülerinnen und Schüler in gleichem Maße selbst Gründe und Lösungsvorschläge für die Beispiele angeben können; sie befinden sich ja – wie bereits angesprochen – auf verschiedenen Reflexionsebenen. Eine Aufgabe innerhalb der einzelnen Gruppen ist allerdings die Kommunikation: Durch die inhomogene Zusammensetzung der Gruppen können die Schülerinnen und Schüler einander weiterhelfen.]

Gründe für das Zustandekommen der Dilemmata / Lösungsvorschläge

Hier zeigt sich wiederum eine Aufspaltung in der Reflexion: Eine Gruppe liefert einen konkreten Grund für das Zustandekommen der Dilemmata, eine andere Gruppe gibt eine allgemeine Begründung (höhere Reflexionsebene).

Ein Schüler liest aus der Hausübung seiner Gruppe vor:

> *Ein Lösungsversuch für die Rüstungsspirale wäre, dass eine der beiden Supermächte der anderen ein billigeres Gleichgewicht vorschlägt und Angriffswaffen leicht abrüstet bzw. nur sehr wenig aufrüstet, um das Vertrauen des Gegners zu gewinnen. Diese Entwaffnung sollte aber nur so weit erfolgen, damit man sich gegen einen feindlichen Angriff noch wehren kann, falls dieser* [Anm.: der Gegner] *die Lage zu seinen Gunsten ausnutzen will.*

[Der Schüler hat zunächst Schwierigkeiten, das Geschriebene zu lesen; es stellt sich heraus, dass er die Reflexionen eines Gruppenmitglieds vorträgt.] Ein anderer Schüler schlägt vor, dass eine übernationale Macht stark aufrüstet, um im Kriegsfall eingreifen zu können. Der Lehrer erwähnt Waffenkontrolleure; die UNO wird von Schülern angeführt:

> *Ich denke, es gibt keinen perfekten Lösungsvorschlag. In diesem Fall wäre Weltfrieden natürlich der ideale Weg. Man könnte auch einen neutralen Nationenbund als Schiedsrichter einsetzen, welcher die Nation, die aufrüstet, angreift.*

Ein Lösungsversuch für das Beispiel „Der Ölpreis" vorgetragen:

> *Wenn beide Länder nur 2 Millionen Barrel Öl pro Tag produzieren würden, würde der Preis für Öl ansteigen, weil das Angebot auf dem Weltmarkt kleiner wäre. Dieses Ergebnis könnte erreicht werden, wenn sich beide Länder zu einem Kartell zusammenschließen würden und nur wenig Öl liefern. Das Problem bestünde darin, dass die Versuchung besteht, seinem Partner in den Rücken zu fallen.*

Der vorgetragene Lösungsvorschlag für „Alltägliche Gefangendilemmata" lautet:

> *Ich glaube, dass es sinnvoll wäre, in einer bestimmten Region die Preise zu vereinheitlichen; denn so würden nicht die Preise über die Kunden entscheiden sondern der Service.* (...) *Es wär' auch eine Möglichkeit, wenn sich die zwei Tankwarte vorher absprechen würden.*

Der Lehrer ergänzt mit einer Textstelle:

Als der amerikanische Markt noch reguliert war, waren die Flugpreise festgelegt und der Zutritt für neue Wettbewerber praktisch blockiert. Die Situation ähnelte damit einem Kartell der Airlines, das durch eine staatliche Aufsichtsbehörde, das Civil Aeronautics Board, diszipliniert wurde. Die Fluggesellschaften begannen gleichwohl, in Wettbewerb zueinander zu treten und das Kartell zu unterlaufen. Zwar war es nicht möglich, die Preise zu senken; aber stattdessen konnten sie besseren Service anbieten, *etwa durch üppige Mahlzeiten und attraktive Stewardessen. Als die Airlines gesetzlich gezwungen wurden, Stewardessen über 30 nicht mehr zu feuern und auch männliche Stewards einzustellen, da verlagerte sich der Wettbewerb auf Nonstop-Flüge, die Breite der Sitze und den Platz für die Beine.* (Dixit, Nalebuff 1997, S. 95 f.)

[Bemerkenswert scheint hier, dass die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit, Absprachen durch verbesserten Service zu unterlaufen, selbst fanden. Auch die Rolle einer Autorität – in Form eines Schiedsrichters im Rüstungs-Beispiel – wurde von einigen Gruppen erkannt.]

Lehrer: *Dass sich beide einigen und sich die Kunden aufteilen, scheint nie so wirklich zu funktionieren.*

Nach dieser Geschichte schreibt der Lehrer Schlagworte an die Tafel, die von den Gruppen bearbeitet werden sollen:

- Die Rolle der Moral
- Die Goldene Regel: „Was ihr wollt, das euch die Leute tun sollten, das tut ihr ihnen auch."
- Die Rolle einer Autorität
- Verhalten wir uns irrational?

Die Bedeutung der einzelnen Punkte wird dabei zunächst gruppenintern besprochen (Abbildung 24). [Beobachter: Die schriftlichen Statements zu den vorgegebenen Schlagworten sind sehr spärlich.] Der Lehrer stellt während der Gruppenarbeit eine zusätzliche Frage (als Hilfestellung):

Was haben diese Statements mit den bisher genannten Beispielen zu tun?

Abbildung 24: Gruppenarbeit

Dann werden die Ergebnisse der einzelnen Gruppen besprochen.

Lehrer: *Was wäre, wenn man nach der Goldenen Regel handeln würde?*

Schüler: *Man will ja nicht, dass einem der andere einen Verlust zufügt. Also soll man ihm auch keinen Verlust zufügen und kooperieren.*

Der Lehrer ergänzt, dass man also immer darauf schauen müsse, was für den anderen das Beste sei. Er vertauscht die Auszahlungen in der Matrix des Beispiels „Rüstung" (S. 108, Abb. 23) und zeigt, dass damit das Dilemma nicht mehr existiert. Der Lehrer bespricht diese „Lösung":

Wenn ich auf das Wohl des anderen schauen würde – wenn das die Leute so machen würden – dann gäb's die Probleme nicht. Dann würde jeder das tun, das für den anderen gut ist. Ich würd' mir also ja keine Waffen kaufen, weil das für den anderen schlecht ist.

Die Schülerinnen und Schüler kennen die Herkunft der Goldenen Regel – sie stammt aus der Bibel. Der Lehrer ergänzt, dass der Gedanke schon älter ist:

Glücklicherweise lassen sich Gefangenendilemmata mit all ihren peinlichen Konsequenzen auch aufgrund weniger einschneidender, noch mit der Logik verträglicher Grundsätze ausschließen. Das älteste derartige Prinzip war die Goldene Regel des chinesischen Philosophen Konfuzius, der etwa 500 vor Christus lebte; diese Regel findet sich auch in den Werken von Platon, Aristoteles und Seneca. Jesus Christus sagte es so: „Was ihr wollt, das euch die Leute tun sollten, das tut ihr ihnen auch." (Mt. 7,12)

Wenn diese Regel das Denken aller Menschen so tief durchdringen würde, daß keine andere Überlegung möglich wäre, würde jeder, der auf ein Gefangenendilemma stößt, denken: „Ich möchte so behandelt werden, daß ich möglichst sofort frei komme, weil das gut für mich wäre. Deshalb wähle ich die Lösung, die anderen eben das ermöglicht. Deshalb werde ich kooperieren und nicht gestehen." Wenn wir aber gleichzeitig auch unser herkömmliches logisches System bewahren wollen, bleibt der frühere Widerspruch bestehen, denn der zu Rivalität führende Gedankengang bleibt gültig. (Mérö 2000, S. 74)

[Der Lehrer fügt dem Text noch einige Erläuterungen hinzu.]

Lehrer: *Die Frage ist, was „Logik" heißt. Ist logisches Denken zu sagen, ich will das Beste für mich – und dann verlieren beide; oder wäre es vielleicht nicht auch logisch, diese Regel zu befolgen. Denn wenn das alle tun würden, wäre einiges auf der Welt einfacher.*

Die Wichtigkeit von Gesetzen wird besprochen; diese sorgen für „bessere Ausgänge" der Spiele. Der Nationenbund wird wieder von einem Schüler erwähnt. Die Beantwortung der Frage „Verhalten wir uns irrational?" (Lehrer: *„Machen wir das Falsche? Es wäre ja gut, wenn jeder die Regel befolgen würde!")* soll in der Hausübung erfolgen.

Hausübung - Aufgabenstellung

<u>Hausübung :</u>

Besprich die Bedeutung folgender Punkte für das Gefangenendilemma in Aufsatzform:

- Die Bedeutung von Situationen wie dem Gefangenendilemma
- Die Rolle der Moral (Ethik)
- Die Goldene Regel („Was ihr wollt, das euch die Leute tun sollten, das tut ihr ihnen auch.“)
- Die Rolle einer Autorität (Bestrafung)
- Verhalten wir uns irrational?

Außerdem bis zur nächsten Stunde: Eine halbe Seite als Protokoll des eigenen Stimmungsbildes bezüglich dieser Unterrichtsstunde.

In den Hausübungen sind die meisten Reflexionen zu finden. Im Vergleich zu den Tonaufnahmen während der Stunden, den Schulübungen und den Interviews scheinen die Hausübungen die beste Möglichkeit zu bieten, sich „den Kopf zu zerbrechen“ – wie es ein Schüler nannte. Lassen wir also die Schülerinnen und Schüler ausführlich zu Wort kommen; drei Hausübungen folgen.

Abgegebene Hausübungen

<u>HÜ 1:</u> **<u>Hausübung</u>**

Situationen wie das Gefangenendilemma haben eine große Bedeutung, denn sie kommen im Alltag oft vor, zum Beispiel in der Wirtschaft. Die Moral spielt dabei keine große Rolle, denn keiner der Beteiligten beabsichtigt, dem Gegner zu helfen. Jeder möchte dem anderen überlegen sein und achtet deshalb nur auf seinen eigenen Vorteil. Auch die Goldene Regel findet hier keine Anwendung, weil keiner dem anderen vertraut. Wenn einer dem anderen etwas Gutes tut, dann heißt das aber noch lange nicht, dass dieser dafür auch eine Gegenleistung erbringt. Eine Autorität könnte das nicht vorhandene Vertrauen jedoch wecken, indem sie unfaire Handlungen bestraft, und dadurch verhindern dass einer dem anderen in den Rücken fällt. Sie kann auch ein besseres Ergebnis für beide Seiten bewirken. Das bedeutet aber nicht, dass wir uns ohne diese Autorität irrational verhalten, denn für jeden Spieler einzeln gesehen ist die Entscheidung für die Möglichkeit vernünftiger, bei der er kein Risiko eingeht, unabhängig davon, was der Gegner macht. Erst als Ganzes betrachtet wirken die Entscheidungen der beiden Spieler unlogisch, weil sie durch Kooperation ein viel besseres Ergebnis erreichen hätten können.

Stimmungsbericht eines Schülers:

Der interessanteste Teil dieser Stunde war, als die einige Schüler ihre Lösungsvorschläge für die Dilemmata präsentierten. Auch den Vergleich der verschiedenen Situationen darf man nicht vergessen. Ich fand es gut, dass wir Fragen dieser Hausübung in der Gruppe diskutieren konnten, um Vorschläge von anderen zu erhalten und eigene Ideen zu erzählen. Nur der Schluss der Stunde, als wir erführen, dass wir wieder eine halbe Seite als Protokoll des eigenen Stimmungsbildes bezüglich dieser Unterrichtsstunde schreiben sollten, bekommt von mir eine negative Bewertung, denn schön langsam weiß ich nicht mehr, was ich in diesen Stimmungsberichten schreiben soll.

HÜ 2: **Mathematik - Hausübung inkl. Protokoll**

„Was ihr wollt, das euch die Leute tun sollten, das tut ihr ihnen auch!" Wie würde das Leben, wenn wir nach dem Motto vorgehen würden, aussehen? In meinem Aufsatz werde ich mich näher mit dieser Thematik beschäftigen und außerdem noch zu folgenden Punkten Stellung nehmen:

- Bedeutung von Situationen wie dem Gefangenendilemma
- Rolle der Moral
- Rolle einer Autorität
- Verhalten wir uns irrational?

Unser Leben ist voll von Entscheidungen, wichtigen Situationen und Vereinbarungen. Dilemmas findet man überall, sei es in der Politik, Wirtschaft, Sport, in anderen Ländern, auf der Straße oder in der Schule. Immer wieder tauchen Situationen auf, in denen man sich entscheiden muss. Dabei kann man viel gewinnen aber auch viel verlieren. In der Mathematikstunde wurden viele Dilemmas vorgestellt, unter anderem auch das Gefangenendilemma, in dem es um 2 Häftlinge geht, welche die Chance bekommen, freigelassen zu werden, aber nur dann, falls der eine das Verbrechen gesteht und der andere nicht. Falls beide gestehen, müssen beide 5 Jahre absitzen, wenn sie nicht gestehen, dann nur l Jahr. Da der eine Verbrecher hofft, dass der andere nicht gesteht, gesteht er und wäre somit frei. Das Problem ist, dass der andere genauso denkt wie er und natürlich auch gesteht, somit 5 Jahre Haft. Sie hätten jedoch nur l Jahr absitzen müssen, hätten sie nicht egoistisch gedacht. Es gibt sozusagen große Dilemmas, bei denen es um beispielsweise große Geldangelegenheiten geht, oder kleine Dilemmas, bei denen es sich nur um einen kleinen Tausch handelt wie z.B. zwischen Freunden. Person X borgt Person Y einen Euro. Person Y, hätte dadurch einen Gewinn, falls er den 1 Euro später nicht wieder zurückgibt. Man sieht, dass Dilemmas bei verschiedenen Situationen in unserem Leben auftreten. Nun die Frage im Allgemeinen: Wie verhalten wir uns? Sind wir fair gegenüber? Vertrauen wie unserem Gegner? Kooperieren wir gemeinsam? Oder denken wir nur an uns selbst und zu Gunsten unseres Vorteils? Würde man eine Umfrage auf der ganzen Welt starten, würde das Ergebnis lauten: Überwiegende Mehrheit verhält sich irrational. Mehr als jeder Zweite würde versuche seinem Gegner auszutricksen, anstatt mit ihm zu kooperieren. Er würde gerne

alleine vom ganzen Gewinn profitieren, so ist nun mal die Menschheit! Wenn sich jeder an die goldene Regel halten würde, gäbe es keine Kriege, keine Rassenkonflikte, keine Betrüge, keinen Elend, keinen Terror, keine Hungernden in der 3.ten Welt. Der Menschheit würde es besser gehen, die Wirtschaft würde anwachsen, die Lebensverhältnisse würden sich verbessern. Wenn man die goldene Regel befolgen würde, gäbe es nie wieder einen Konkurrenzkampf zwischen Ländern. Die Moral besagt nämlich: „Wenn ich auf das Wohl der anderen schauen würde, würde keiner Verluste bekommen. Die Welt wäre einfach perfekt, aber es bleibt nur beim „wäre“........
Jetzt möchte ich wieder zum Dilemma zurückkommen. Neben dem Motto: „Was du willst, das dir ein anderer tun soll, das tust du ihm auch.“ (goldene Regel) ist die Rolle einer Autorität sehr bedeutend. Denn diese 3.Person würde dann schauen, dass jeder „x“ wählen würde, was auch die golden Regel rät zu tun. Das heißt, man könnte diese Regel nicht brechen und somit wäre das bestmögliche Ergebnis erreicht. Solche Autoritäten wurden schon auf der Welt eingeführt, wie z.B. die „UNO“. Eine dritte Person, die sich zwischen 2 andere Stellen und darauf schauen, das Bestmögliche zu erreichen.
Ich hoffe, in paar Jahren wird jeder kapieren, wie man ein Dilemma am besten lösen kann oder einen Weg finden um Dilemmas zu vermeiden.

Protokoll: Nun haben wir schon eine Woche dieses, zum Teil auch anstrengendem (→ HÜ) hinter uns. Die letze Mathematikstunde war wieder einmal sehr interessant (interessanter als normale Mathestunden) und sehr hilfreich. In dieser Stunde sind wir endlich zu guten Lösungvorschlägen gekommen, wobei der beste natürlich die Goldene Regel war. Natürlich waren die Vorschläge von den Schülern auch sehr hilfreich, diese haben sich eher auf die einzelnen Beispiele bezogen. Nach der heutigen Stunde weiß ich, wie ich mich bei solchen Situationen verhalten muss, um das bestmögliche zu erreichen. Die letze Hausübung hatten nicht alle, weil sie eigentlich sehr viel zum Nachdenken anregte. Die heutige eher zum Kopfzerbrechen... Die Begriffe nicht leicht zu verstehen und zu erklären. Doch irgendwie hab ichs doch geschafft. Das Interview nach der Stunde war sehr amüsant, endlich hab ich diesen Professor kennengelernt und gleich mehr als 20Minuten mit ihm geredet. Natürlich von dem Projekt. Unter anderem waren auch einige Punkte der Hü im Interview enthalten, daher wusste ich schon, was ich hier schreiben soll. Die anderen Interview Kandidaten (...) berichteten mir, dass die Fragen doch ziemlich schwer verständlich waren. Ich fand sie eigentlich gar nicht so kompliziert, weil der Professor sie noch mehr erläuterte als sie auf seinem Zettel standen.

766 Wörter

HÜ 3: **Gefangenendilemmata**

Probleme bzw. Situationen wie das Gefangenendilemma bedeuten, dass jeder Mensch instinktiv als erst an sich selbst denkt. Was soviel heißen soll wie, dass jeder Mensch hauptsächlich, um nicht zu sagen „nur“ an seinen eigenen Nutzen denkt.
Die Rolle der Moral steht hier eher im Hintergrund. Die ethischen Tugenden wie Nächstenliebe oder Gerechtigkeit sind in gewisser Weise vollkommen oh-

> ne Belang. Wie viele Menschen würden an ihren Nächsten denken wenn es darum ginge Reichtum bzw. noch mehr Reichtum zu erlangen? Wohl kaum ein einziger!
> Hier würde einem vielleicht das Sprüchlein das Kindertagen einfallen, welches lautet: „Was du nicht willst, das man dir tut, das füg' auch keinem anderen zu!“ Ach wie oft haben wir es aufgesagt oder von unseren Eltern und Lehrern gehört die uns auf diese weisen Worte aufmerksam machen wollten? Was waren wir doch naiv... Jetzt aber genug davon! Es geht schließlich um ein schwerwiegendes, tag- täglich auftretendes Problem. Nicht darum in Gedanken an unsere Kindheit zu schwelgen!
> Als Kinder haben wir uns unter Umständen noch an diese Worte gehalten. Aber als Erwachsene selbst denkende Leute? Gar nicht daran zu denken! Die Fähigkeit zur Nächstenliebe und Gerechtigkeit geht uns im Laufe der Jahre anscheinend verloren. (Vorrausgesetzt man hat diese Tugenden überhaupt besessen!)
> Na ja in meiner Sicht gilt diese „Goldene Regel" zwar, aber eher im Schlechten als im Guten Sinn. Ein Beispiel: Herr H wird bei einem Tauschgeschäft von Herr S übel reingelegt! Herr H schwört Rache und beim nächsten Tauschgeschäft legt er Herr S hinein. (Die beiden kennen sich nicht weil das alles anonym abläuft!) So spielt auch die Autorität oder Bestrafung eine große Rolle. Wir bestrafen die Menschen für ihre Taten indem wir ihnen das Gleiche antun. Anstatt vernünftig zu sein und seinen Nächsten immer so zu behandeln, wie man auch behandelt werden will.
> Meiner Meinung nach verhalten wir uns irrational! Eben deswegen weil wir immer das Beste für uns, aber das Schlechteste für den anderen herausschlagen wollen. Man kann das auch als Konkurrenzkampf sehen. Statt unseren Nächsten etwas Gutes zu tun und dieser die Geste höchstwahrscheinlich erwidern wird, vorrausgesetzt er ist nicht vollkommen abgestumpft.

[Für mögliche Lösungen des Gefangenendilemmas spielen die *Moral* auf der einen Seite und die *Kommunikation* unter den Beteiligten auf der anderen Seite die wesentlichen Rollen. Dies kam in der Beschreibung des Hauptprojekts zwar implizit bereits vor, soll aber an dieser Stelle noch genauer betrachtet werden.

Moral und Kommunikation stellen voneinander unabhängige Lösungsvorschläge dar; beide können für sich alleine zur Vermeidung des Dilemmas beitragen. Am Beispiel des Gefangenendilemmas zeigte sich die Rolle der Moral in Form der Goldenen Regel. Moral alleine genügte hier, um das Dilemma zu lösen. Auf die Rolle der Kommunikation weist implizit auch Axelrod hin (Axelrod 1984, S. 108 ff.). Dieser zeigte, dass es wichtig ist, erkennbar zu sein. Wenn das eigene Verhalten willkürlich erscheint, wird sich der andere kaum zu Kooperation bewegen lassen. Die Schülerinnen und Schüler bemerkten bereits in der ersten Unterrichtseinheit während der Spielphase, wie wichtig Kommunikation unter den Beteiligten sein kann.

Moral genügt also, um das Gefangenendilemma zu vermeiden. Man kann allerdings leicht Beispiele konstruieren, in denen beide Ansätze, Moral und Kommunikation, für ein bestes Gesamtergebnis vonnöten sind. Es muss beispielsweise nicht eindeutig erkennbar sein, was gut für den anderen ist: Ein Ehepaar, das sich täglich beim Frühstück eine Semmel teilt und jeweils auf sein Lieblingsstück zu Gunsten des anderen verzichtet, handelt zwar moralisch, könnte aber durch Kommunikation die Situation verbessern. Auch kann man sich arbeitsteilig zu erledigende Aufgaben vorstellen, wo beide Beteiligten in guter Absicht glauben, den schwierigeren Teil übernehmen zu müssen, wodurch ohne Kommunikation ebenfalls kein bestes Gesamtergebnis erreicht werden kann.[1]]

Interviews[2]

Fragestellungen:

- *Was hast du bisher gelernt? (Kannst du das Wissen, glaubst du, auch anwenden?)*
- *Was war interessant / weniger interessant?*
- *Wie löst man die Dilemmata? (Wie sollen wir uns verhalten?)*
- *Beschreibe die Rolle des Lehrers in der Unterrichtsstunde! (Was lehrt euer Lehrer zurzeit?)*

Resümee

Die Hausübungen und die Interviews führen den Lehrer zur These, dass ein wichtiges Ziel des Projekts bereits an dieser Stelle erreicht wurde. Die Fragestellung *„Ist es möglich im Rahmen des Mathematikunterrichts mit Schülerinnen und Schülern über soziales Verhalten sinnvoll zu reflektieren?“* kann – mit den schon angesprochenen Einschränkungen – bejaht werden. Ein tieferes Verständnis von (menschlichen) Entscheidungen und Handlungen wurde von allen Schülerinnen und Schülern gezeigt. Man muss nur festhalten, dass nicht alle dieselbe Reflexionsebene erreichen.

Es wäre daher möglich, das Hauptprojekt nach dieser vierten Einheit abzuschließen. [Damit wäre das Projekt dann auch leichter durchführ- und auswertbar.] Es wird sich zeigen, dass die folgenden Stunden (ausgenommen das „Tragedy of the Commons-Spiel“) die Aufspaltung der Lernenden in zwei Gruppen – hinsichtlich Motivation, Interesse und Reflexionsfähigkeit – weiter verstärken. Daher profitieren vom folgenden Teil des Projekts hauptsächlich diejenigen Schülerinnen und Schüler, die bereits die oberste Ebene der Reflexionspyramide, die eigenständige Bewertung, erreicht haben.

Der Abschluss des Hauptprojekts an dieser Stelle steht als Möglichkeit im Raum. Keinesfalls aber soll dies die Bedeutung des Folgenden schmälern. Dazu sei noch einmal die Bildung einer Reflexionselite in der Klasse angesprochen: Jeder Ansatz weiterführender Reflexionen dieser Gruppe ist kostbar, weil ich glaube, dass der „herkömmliche“ Unterricht zu wenig Möglichkeiten zur Reflexion bietet (und zwar sowohl

[1] Diesen Gedanken zur Bedeutung von Moral und Kommunikation verdanke ich Roland Fischer.

[2] Ein vollständiges Interview zu dieser Unterrichtseinheit befindet sich im ab S. 219 im Anhang D.

im Allgemeinen wie auch in Bezug auf die konkrete Fragestellung „soziales Verhalten“). Außerdem stellt die Vermittlerrolle der Reflektiererinnen und Reflektierer eine Möglichkeit dar, den nicht (bzw. wenig) reflektierenden Schülerinnen und Schülern Anreize zu eigener Reflexion zu bieten. So könnte ein weiteres Ziel, nämlich möglichst viele zum Erreichen einer hohen Reflexionsebene zu befähigen, erreicht werden.

Die Schülerinnen und Schüler kamen nach dieser Unterrichtseinheit in größerem Umfang zu Wort als bisher. Der Grund dafür ist das Erreichen eines Zwischenziels auf dem Weg durch das Projekt; die Lernenden haben die Bedeutung von Situationen, die dem Gefangenendilemma entsprechen, kennen gelernt und auf verschiedenen Reflexionsebenen darüber nachgedacht. Die Hausübungen stellen eine Zusammenfassung der bisherigen Inhalte aus der Sicht der Lernenden dar.

<u>These 1:</u> Die Schülerinnen und Schüler denken auf höherem Niveau (im Vergleich zum Projektbeginn) über Entscheidungssituationen, die dem Gefangenendilemma entsprechen, nach.

<u>These 2:</u> Die Schülerinnen und Schüler kennen verschiedene Lösungsmöglichkeiten für die angesprochenen Probleme: Die Rolle einer Autorität, der Moral sowie der Gerechtigkeit werden verstanden.

<u>These 3:</u> Die Thesen 1 und 2 sind nicht für alle Schülerinnen und Schüler in gleichem Maße gültig. (Es bilden sich die schon angesprochenen zwei Gruppen.)

Es folgen Aussagen aus dem Unterricht, den Hausübungen, den Stimmungsberichten und den Interviews, die als Belege der Thesen dienen[1].

- Ich glaube, dass es sinnvoll wäre, in einer bestimmten Region die Preise zu vereinheitlichen; denn so würden nicht die Preise über die Kunden entscheiden sondern der Service. (U)
- Das Problem kommt aufgrund asymmetrischer Information zustande. Das bedeutet, dass der eine nicht weiß was der andere macht (...) da dieses Spiel simultan gespielt wird – beide müssen zur gleichen Zeit sich entscheiden: zugeben oder nicht zugeben! (U – eine Schülerin liest aus ihrer HÜ vor)
- Es ist wirklich interessant was andere denken. (HÜ)
- Fast täglich hat man irgendwo ein Problem oder ist in Schwierigkeiten und deswegen muss man auch versuchen sie zu lösen, wie in unserem Spiel. Es hilft nichts

[1] Zitiertes Datenmaterial dieser Unterrichtseinheit:

<u>Schulübung:</u> Zitierte Schüleraussagen der Tonaufnahme des Unterrichts sind mit U gekennzeichnet.

<u>Hausübung:</u> Zitierte Hausübungs-Passagen sind mit HÜ gekennzeichnet

<u>Stimmungsberichte:</u> Aussagen aus den Stimmungsberichten sind mit ST gekennzeichnet.

<u>Interviews:</u> Aussagen aus den Interviews sind mit INT1 [Schülerin, schwach – passiv] bzw. INT2 [Schüler, gut – passiv] gekennzeichnet.

wenn beide hoffen, dass der andere x setzt um dann daraus Kapital zu schlagen, sondern beide Seiten müssten sich untereinander aussprechen. (HÜ)

- Außerdem denke ich, dass die Menschen immer mehr an Vertrauen zueinander verlieren würden wenn jeder nur an seinen eigenen Vorteil denken würde. (HÜ)
- Ich denke ob wir uns irrational verhalten oder nicht ist Ansichtssache und kann nicht eindeutig gesagt werden. Denn was ist schon logisch? Ist es logischer X zu nehmen und somit zu riskieren null Punkte zu gewinnen, oder aber Y zu wählen und somit sicher mindestens einen Punkt zu bekommen. (HÜ)
- Autoritäten sind wichtig und zum Funktionieren einer Gruppe unverzichtbar. Bestrafungen allerdings sollten von mehreren voneinander unabhängigen Personen bestimmt werden und niemals von einer einzigen Mann oder Frau. (HÜ)
- Ich denke nicht das wir uns irrational verhalten. Jeder versucht einen Vorteil für sich herauszuschlagen. Schließlich hat genau dieses Verhalten dem einzelnen Gruppen und Individuen vor Urzeiten das Überleben gesichert. Jedoch glaube ich, es wäre an der Zeit dieses Verhaltensmuster abzulegen und sich in sozialer Hinsicht weiterzuentwickeln. (HÜ)
- Die Beispiele, die uns zur Erläuterung gegeben wurden waren einleuchtend, könnte sich meiner Meinung nach ein Bild davon machen, welch verheerende Folgen das Problem, das spielerisch kennen gelernt haben, auf die Weltpolitik hat. (HÜ)
- Es ist interessant, wenn man weiß, was die wahrscheinlich denken werden. (INT 2)
- Man hat gesehen was die anderen (...) für Ideen gehabt haben. (...) Das hat man dann mit der eigenen Meinung vergleichen können. (INT 2)

Zum Erreichen eines Mindestreflexionsniveaus:

- Mit der Zeit wurde es doch langweilig, und ich glaube schön langsam haben das Prinzip sogar die weniger intelligenten Schüler verstanden. (ST)
- In jeder Gruppe arbeiten immer nur ein oder zwei Schüler; der Rest hilft denen nur. (ST)
- In der letzten Stunde war es interessant zu hören, welche Lösungen meine Mitschüler für die verschiedenen Geschichten (...) herausgefunden haben. Denn mir persönlich sind dazu keine wirklichen Lösungsmöglichkeiten eingefallen. (ST)
- Es bringt sich schon viel, wenn der Lehrer da ist und das durchbespricht und hilft. (INT 1)
- Ganz alleine, glaub ich, würden nur wenige draufkommen, weil sich nicht wirklich viele Zeit dafür nehmen zuhause und das (...) überlegen und so. (INT 2)

2.5 Fünfte Unterrichtseinheit - Tragedy of the Commons - Spiel

Intention: Verallgemeinerung des Gefangenendilemmas auf mehrere Personen.

Nach dem Einsammeln der Hausübungen erklärt der Lehrer das Spiel zur „Tragedy of the Commons“. Grundlage dafür ist die Beschreibung eines Experiments bei Dixit, Nalebuff (1997)[1]:

Jeder Student besaß eine hypothetische Firma und musste für sich entscheiden, ob er 1 Einheit produzieren sollte – was den Preis hoch gehalten hätte – oder ob er 2 Einheiten produzieren sollte, um auf diese Weise auf Kosten der anderen einen Vorteil zu erlangen. Je nach der Gesamtzahl der Studenten, die 1 Einheit produzierten, wurden Geldbeträge wie folgt ausgezahlt:

Zahl der Studenten mit „1“	Payoff für jeden Studenten mit „1“	Payoff für jeden Studenten mit „2“
0		\$0.50
1	\$0.04	\$0.54
2	\$0.08	\$0.58
3	\$0.12	\$0.62
...	...	...
25	\$1.00	\$1.50
26	\$1.04	\$1.54
27	\$1.08	

Dies lässt sich einfacher und drastischer in einem Schaubild zeigen (Abb. 25):

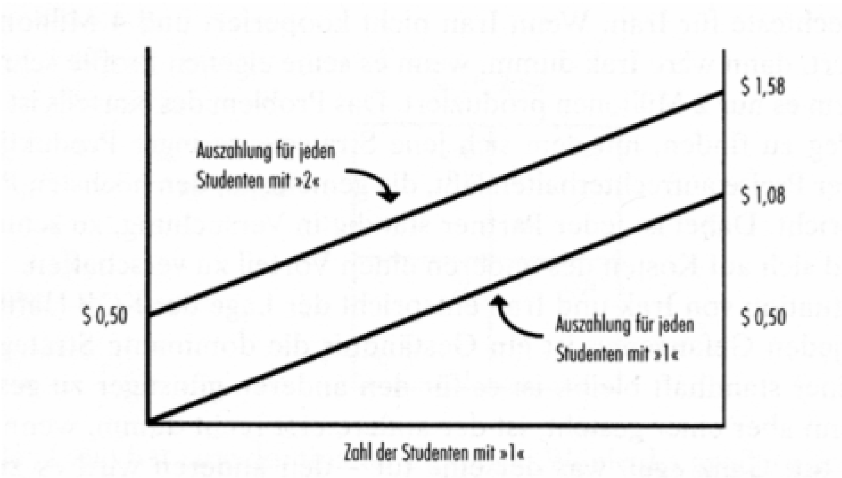


Abbildung 25: Tragedy of the Commons (aus Dixit, Nalebuff 1997)

[1] Dixit, Nalebuff 1997, S. 91: Ein Professor an der Texas A&M University ließ einen Kurs von 27 Betriebswirtschafts-Studenten mit diesem Spiel in die Falle der Tragedy of the Commons laufen.

Das Spiel ist „gezinkt“ in dem Sinne, dass Studenten, die 2 Einheiten aufschreiben, immer 50 Cents mehr erhalten als die, die 1 Einheit wählen. Aber je mehr sich für 2 entscheiden, um so geringer ist ihr kollektiver Gewinn. Nehmen wir an, alle 27 wollen zunächst 1 aufschreiben, jeder bekäme dann 1,08 Dollar. Jetzt überlegt einer, heimlich auf 2 zu wechseln. Es gäbe 26 mal 1, und jeder bekäme 1,04 Dollar (4 Cents weniger als zu Beginn), aber der Abweichler bekäme 1,54 Dollar (46 Cents mehr als zu Beginn). Das Gleiche gilt ganz unabhängig von der Zahl der Studenten, die sich für 1 entscheiden: 2 ist eine dominante Strategie. Jeder Student, der von 1 auf 2 wechselt erhöht seine eigene Auszahlung um 46 Cents, aber er reduziert die seiner 26 Kollegen um 4 Cents. Die Gruppe insgesamt verliert also 58 Cents. Wenn sich erst einmal jeder egoistisch verhält, so dass er die eigene Auszahlung maximiert, dann erhält jeder 50 Cents. Wenn sie sich stattdessen zusammentäten und ihre individuelle Auszahlung minimierten, dann bekäme jeder 1,08 Dollar. Was würden Sie tun?

Bei mehreren praktischen Experimenten, bei denen es zunächst keine Erklärung gab, später dann eine Diskussion zugelassen wurde, die eine „Verschwörung“ der Teilnehmer erreichen sollte, reichte die Zahl der kooperativen Studenten (mit 1 Einheit Output) von 3 bis maximal 14. Im abschließenden, entscheidenden Spiel lag die Zahl bei 4. Die gesamte Auszahlung betrug 15,82 Dollar, 13,34 Dollar weniger als bei einer perfekten Absprache erreichbar gewesen wären. „So lange ich lebe, ich traue niemandem mehr“, stöhnte der Organisator der Absprache. Wie er selber entschieden habe? Antwort: „Oh, ich war für 2“.

Diese Geschichte soll dem Leser bzw. der Leserin das Dilemma, mit dem die Lernenden im Folgenden konfrontiert werden, schon vorab aufzeigen. Die Geschichte wurde im Unterricht nicht erzählt; ich begann wieder mit einer Tabelle, mittels welcher ich den Schülerinnen und Schülern die Auszahlungen für dieses Spiel vorlegte. Die Auszahlungen entsprechen dabei im Prinzip denen im obigen Beispiel. In Anlehnung an das Spiel „X oder Y?“ aus der ersten Unterrichtseinheit wurden von mir allerdings wiederum ganzzahlige Punkte vergeben. Die Tabelle wurde an die Gruppen ausgeteilt und auf Overhead-Folie gezeigt (Abb. 26). Der Lehrer erläutert das Spiel **„1 oder 2?“**:

Im Unterschied zum Spiel „X oder Y?“ spielt dieses Mal jeder gegen jeden. Es wird allerdings die Möglichkeit geboten, das Spiel vorher in den Gruppen zu diskutieren. Letztlich muss aber jeder Spieler für sich entscheiden. Es gibt wiederum zwei Wahlmöglichkeiten („1“ oder „2“). Je nachdem, wie viele Spieler „1“ wählen, werden die Punkte vergeben. Anhand der Tabelle werden die konkreten Fälle „Niemand wählt ‚1’“, „10 Spieler wählen ‚1’“ und „25 Spieler wählen ‚1’“ besprochen.[1] Das Spiel soll anonym ablaufen; jeder Spieler erhält einen Zettel, auf den er seine Wahl

[1] Es fehlten insgesamt 3 Schülerinnen und Schüler. Die Tabelle aus Abbildung 11 konnte dennoch verwendet werden. Der Lehrer wies darauf hin, dass die letzten Zeilen keine Bedeutung für das Spiel hätten.

schreibt. Ein Schüler sammelt in einem Stoffbeutel die Zettel ein, worauf jeder Spieler die Auszahlung erhält, die seinem Zug entspricht. Als kleiner Anreiz erfolgt die Auszahlung in „M&Ms“ (Schokolade)[1]. Die erreichte Punktezahl wird dazu durch 10 geteilt und anschließend auf die nächste ganze Zahl gerundet.

Zahl der Spieler mit „1“	Punkte für jeden Spieler mit „1“	Punkte für jeden Spieler mit „2“
0		13
1	1	14
2	2	15
3	3	16
4	4	17
5	5	18
6	6	19
7	7	20
8	8	21
9	9	22
10	10	23
11	11	24
12	12	25
13	13	26
14	14	27
15	15	28
16	16	29
17	17	30
18	18	31
19	19	32
20	20	33
21	21	34
22	22	35
23	23	36
24	24	37
25	25	38
26	26	39
27	27	40
28	28	

Abbildung 26: „1 oder 2 ?“

Im Anschluss an die Erläuterungen erhalten die Lernenden 3 Minuten Zeit, um sich gruppenintern abzusprechen. Das Gespräch einer Gruppe wurde aufgezeichnet:

Schüler A: *Es werden alle „1“ nehmen!*
Schülerin: *Warum denn „1“?*

[1] Die Idee stammt von Orrison 1997: „Das Gefangenendilemma in der Klasse“.

Abbildung 27: Beratung innerhalb der Gruppe

Schüler A:	*Na schau! Wenn alle den „1er“ nehmen, kriegen wir alle 3!* *Wenn wir alle den „2er“ nehmen, kriegen wir alle nur 1 M&M!*
Schüler B:	*Ich kenn mich zwar nicht aus* (...) (...)
Schülerin:	*Schau! Wenn aber alle „2“ nehmen, dann haben wir 38!*
Schüler A:	*Wenn alle den „2er“ nehmen, haben wir 13!*
Schülerin:	*Warum kriegen wir 13?* [Anm.: Jeder aus der Gruppe.]
Schüler A:	*Weil's null Spieler mit „1“ gibt!*
Schülerin:	*Ah ja, genau! Blöd!* (...)
Schüler B:	*Also nehmen wir „1“!*

Die Beratungen werden abgeschlossen, und ein Schüler sammelt die Zettel ein. Er nimmt sogleich auch die Auszählung vor: 5 Spieler wählten „1“, und 20 Spieler wählten „2“.

Lehrer:	*Wir sind in der Tabelle jetzt hier oben* [Anm.: Zeile 6 in der Tabelle – Abb. 26]. *Wenn ich aufrunde, bekommt jeder, der „1“ gewählt hat, 1 M&M und jeder der „2“ gewählt hat 2.*

Es folgt eine durch Lehrerfragen geleitete Diskussion des Spiels in der Klasse.

Lehrer:	*Worin besteht der Unterschied zum X/Y-Spiel aus der ersten Stunde?*
Schüler:	*Hätte jeder kooperiert und sich für „1“ entschieden, hätten alle mehr bekommen!*
Schüler:	*Jeder hätte 3 bekommen!* (...)
Lehrer:	*Und wenn jeder „2“ gewählt hätte?*
Schüler:	*Dann hätten wir nur 13, also 1 bekommen.* (...)

Lehrer: *Das ist also eine Gemeinsamkeit. Wenn ihr kooperiert hättet, wäret ihr besser dran gewesen. Was ist denn ein Unterschied zwischen den Spielen?*

Schüler: *Man spielt gegen alle!*

(...)

Von den Schülerinnen und Schülern kommen nur wenige Wortmeldungen. Der Lehrer erwähnt den Konflikt zwischen individuellem Interesse und Gruppeninteresse. Die Anonymität in der Masse wird ebenfalls vom Lehrer hervorgehoben.

Lehrer: *Man geht in der Masse unter. Man glaubt: „Ich als einzelner, ich kann ja ruhig ‚2' nehmen. Die anderen werden hoffentlich alle ‚1' nehmen, und dann steh' ich gut da."*

Der Lehrer erklärt, dass aber jeder Einzelne die Masse bestimmt und vergleicht mit einer Wahl zwischen zwei Parteien.

Lehrer: *Was wurde in den Gruppen besprochen?*

Schüler: *„1" soll man nehmen!*

Lehrer: *Habt ihr besprochen, dass alle „1" nehmen sollen? Das hat dann aber nicht sehr gut funktioniert!* (...)

Schüler: *Wir haben besprochen, dass „2" dem Y entspricht.*

Schüler: *Wir haben gesagt, dass wir „2" nehmen, weil man so mehr Punkte bekommen kann.*

[Offensichtlich haben nicht alle Schüler den Zusammenhang des neuen Spiels mit dem aus der ersten Unterrichtseinheit verstanden.]

Im Anschluss an die Diskussion veranschaulicht der Lehrer die Spielsituation mithilfe einer Overheadfolie (S. 124, Abb. 28). Er weist dabei noch einmal auf das Dilemma hin, mit dem die Spieler konfrontiert sind: Für jeden Einzelnen ist es – unabhängig von der Wahl der anderen – immer besser, „2" zu wählen. Folgen jedoch alle dieser individuellen Präferenz, erhalten alle weniger Punkte, als wenn alle „1" gewählt hätten.

Dass die bereits angestellten Überlegungen durchaus einen Wert – auch über dieses Spiel hinaus – haben, zeigt der Lehrer anhand eines zweiten Beispiels (McCain 1997), das er mit einem zu Abbildung 28 analogen Diagramm (S. 124, Abb. 29) beginnt.

Die Schülerinnen und Schüler erhalten den Auftrag, das Diagramm zu deuten und eine „Geschichte" dazu zu finden. Ein Schüler meldet sich zur Erklärung der Abbildung und wird vor die Klasse gebeten.

Schüler: *Also da ist eine Gruppe von Leuten, die fahren auf Urlaub. Wenn man mit dem Auto fährt, dann ist man früher dort und kann sich das bessere Zimmer nehmen.* (...) *Aber wenn jetzt mehr Leute mit dem Bus fahren, wird's für alle günstiger – die Reise.*

Der Schüler kann die Bedeutung der Größen auf den Koordinatenachsen nicht erklären.

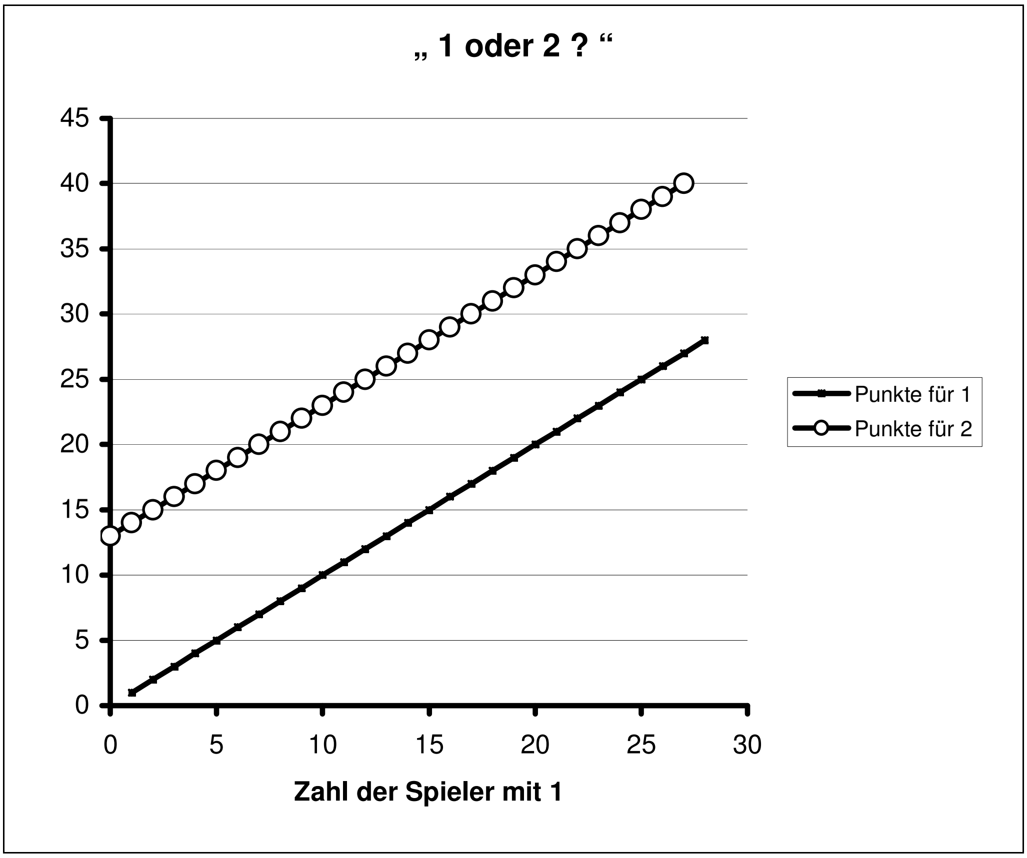


Abbildung 28: Folie zum Spiel

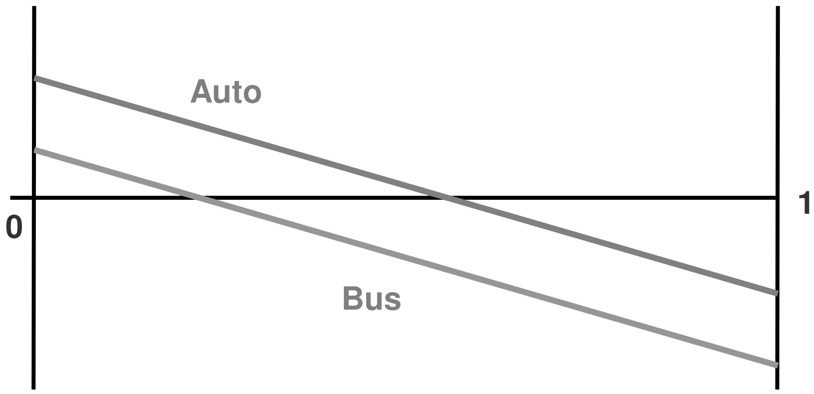


Abbildung 29: Auto oder Bus? (McCain 1997)

Der Lehrer erklärt daraufhin das Diagramm: Die Zahlen „0“ und „1“ auf der x-Achse sind als relativer Anteil der Autofahrer zu sehen. Auf der y-Achse ist als „Auszahlung“ die Geschwindigkeit der Verkehrsmittel aufgetragen. Das Fahren mit dem Bus wird nun immer schlechter bewertet, als das Fahren mit dem Auto – unabhängig vom Anteil der Autofahrer. Der Bus ist einerseits langsamer, und andererseits macht das Auto unabhängig von Fahrplänen. Wenn nun viele Leute ihrer persönlichen Präferenz folgen und mit dem Auto fahren, wird der Verkehr immer langsamer – beide Geraden im Diagramm fallen zur rechten Seite hin ab. Selbst wenn die Fortbewegungsgeschwindigkeit durch zu viele Autos bereits sehr niedrig ist, ist man mit dem Auto immer noch schneller. Wenn also jeder den eigenen Vorteil sucht, führt dies dazu, dass letztendlich alle mit dem Auto fahren und später als Ziel kommen, als wenn sie alle mit dem Bus fahren würden.

Der Lehrer zeigt ein weiteres Diagramm (Abb. 30).

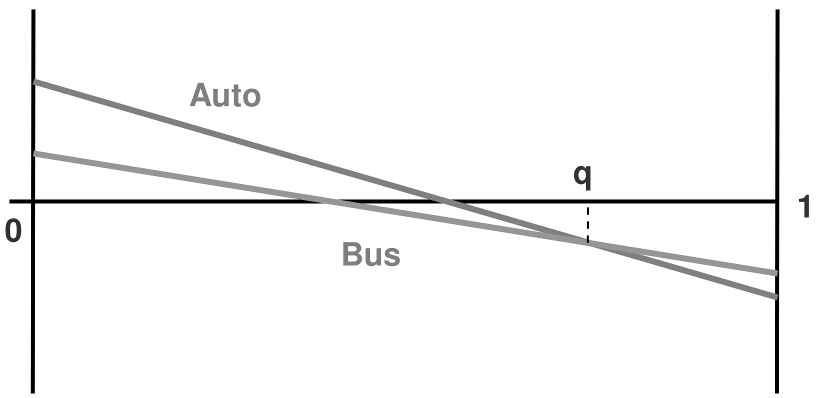


Abbildung 30: Auto oder Bus? (McCain 1997)

Lehrer: *Welche Bedeutung hat der Schnittpunkt?*
Schülerin: *Dass es gleich schnell ist!*
(...)
Schüler: (...) *müssten die Leute dann wieder auf den Bus zurückwechseln, und dann wär's wieder langsamer!*

Der Lehrer schließt an die letzte Wortmeldung an und erklärt die Bedeutung des Schnittpunktes. An dieser Stelle besteht ein Gleichgewicht in folgendem Sinne: Niemand kann seine „Auszahlung" erhöhen, indem er das Verkehrsmittel wechselt. Dass die Auszahlungen für die Autofahrer im rechten Bereich des Diagramms unter denen des Busses liegen, erklärt sich beispielsweise durch Staus, die von zu vielen Autofahrern verursacht werden, aber durch eigene Busspuren umgangen werden können.

Dieses zweite Modell zur Wahl des Verkehrsmittels wurde im Vergleich zum ersten verbessert. Es zeigt jetzt nicht nur, wieso das Auto trotz Staus von vielen bevorzugt wird; sondern darüber hinaus kann man in Abbildung 30 auch erkennen, dass ein gewisser Anteil $1 - q$ der „Spieler" den Bus wählt.

Dieses Verstehen einer Situation auf einer höheren Ebene wird vom Lehrer hervorgehoben. (*„Man soll verstehen, warum es so ist, wie es ist."*) Im Unterschied zum großen Teil der sonstigen Aufgaben im Mathematikunterricht geht es hier in erster Linie nicht darum, eine Lösung zu finden.

Hausübung - Aufgabenstellung

Jede Gruppe erhält zwei Texte zur *Tragedy of the Commons*. Der Text „Schleichwege“ wird dabei an alle Gruppen verteilt – die Aufgabe am Ende des Textes soll schriftlich gelöst werden. Die anderen Texte werden aufgeteilt und an je zwei (bzw. drei) Gruppen ausgegeben (Die Texte befinden sich wieder im Anschluss an die Unterrichtsbeschreibung).

- Pollution
- Das Problem der Gemeindewiese
- Stichlinge

Jede Gruppe soll ihren Text in der nächsten Stunde kurz präsentieren können. Der Zeitrahmen für die Präsentation beträgt 5 Minuten. Ein Protokoll des eigenen Stimmungsbildes während dieser Unterrichtseinheit wurde wieder eingefordert. (Im Anschluss an die Texte befinden sich die Lösungsvorschläge der Schülerinnen und Schüler zum Text „Schleichwege“.)

Interviews

Fragestellungen:

- *Wie hast du die Stunde erlebt?*
- *Was hast du bisher gelernt? Was konnte man heute lernen?*
- *Was war interessant / weniger interessant?*
- *Welche Unterschiede gibt es zwischen dem „Gefangenendilemma-Spiel“ und dem „Problem der Gemeindewiese - Spiel“?*
- *Warum verhalten wir uns so wie wir uns verhalten?*

Wie erwartet, fand das neuerliche Spielen großen Anklang; die interviewten Schülerinnen und Schüler warteten schon auf etwas Neues.

Die Lernenden erkannten erneut die Wichtigkeit einer Absprache und die Möglichkeit, diese dann aber zu hintergehen.

Uninteressant, weil schwer verständlich, waren die gezeigten Diagramme. Ein Schüler meinte, dass die zu knapp bemessene Zeit ein Grund für die Verständnisschwierigkeiten gewesen sei. Dazu ist zu bemerken, dass sich der Stundenbeginn durch organisatorische Tätigkeiten, die nicht in Zusammenhang mit dem Projekt standen, verzögerte. Die Besprechung der Beispiele und die Diskussion in der Klasse mussten daher eher kurz gehalten werden. Die ursprüngliche Planung der Unterrichtseinheit sah außerdem vor, dass die Lernenden auch eigene Beispiele zum Problem der Gemeindewiese finden sollten.

Ein wichtiger Unterschied zum „Gefangenendilemma“, der bereits während des Unterrichts erwähnt wurde, nämlich die scheinbare Abhängigkeit von der Willkür einer „Masse“, wurde in den Interviews wiedergefunden.

Resümee

Am Ende der vierten Unterrichtseinheit konnten die Schülerinnen und Schüler – wie bereits angesprochen – in zwei Gruppen (hinsichtlich Motivation, Interesse und Reflexionsfähigkeit) eingeteilt werden. Diese beiden Gruppen hatten sich bereits zu Beginn des Projekts gebildet; die Trennung wurde im Laufe der Unterrichtseinheiten aber immer klarer erkennbar.

Diese fünfte Einheit stellt nun einen Bruch in dieser bis hierher kontinuierlich zunehmenden Abgrenzung dar. Durch das erneute Erleben einer Entscheidungssituation mittels des zweiten Spiels, steigen die Motivation und das Interesse aller an. Diejenigen, die sich auf der höchsten Reflexionsebene befinden und selbst bewerten, haben zwar kaum an Interesse verloren, dennoch zeigte das Spiel auch auf deren Motivation eine positive Wirkung. Die Schülerinnen und Schüler hingegen, die sich auf den unteren beiden Ebenen der Reflexionspyramide befinden und in den Beispielen der letzten Unterrichtseinheiten nichts Neues mehr sahen („Immer das Gleiche...“), fanden im Spiel einen wichtigen Anhaltspunkt. Für sie stellt die fünfte Unterrichtseinheit gewissermaßen einen Neuanfang dar – nicht alle erkennen gleich den Zusammenhang zum Bisherigen: „Endlich wieder was Neues!“

Den folgenden Thesen zu dieser Unterrichtseinheit sind Statements aus den Interviews und Stimmungsberichten zugeordnet[1]:

> <u>These 1:</u> Für diejenigen Lernenden, die sich nicht auf der obersten Reflexionsebene befinden, stellt das Spiel einen wichtigen Anhaltspunkt im Projekt dar.
>
> <u>These 2:</u> Das Dilemma des Spiels wurde von den Schülerinnen und Schülern erkannt; viele haben aber den Eindruck, nichts Neues gelernt zu haben.
>
> <u>These 3:</u> Das Interpretieren der Diagramme ist für das Verständnis der Tragedy of the Commons hilfreich, bereitet aber vielen Schülerinnen und Schülern Schwierigkeiten.

These 1: Für diejenigen Lernenden, die sich nicht auf der obersten Reflexionsebene befinden, stellt das Spiel einen wichtigen Anhaltspunkt im Projekt dar.

Die beiden Spiele, die im Laufe des Projekts verwendet wurden (Einheit 1 und Einheit 5) stellen eine Grundlage des Projekts dar. Die Spielphasen konfrontieren die Schülerinnen und Schüler ja gerade mit Situationen, deren Analyse ein tieferes Verständnis von menschlichen Entscheidungen und Handlungen mit sich bringen kann.

Im vorliegen Projekt bieten die Spiele in erster Linie Anlass dazu, sich mit den vorgestellten Situationen anhand von Texten intensiver zu befassen. Diese bieten Mög-

---

[1] Zitiertes Datenmaterial dieser Unterrichtseinheit:

<u>Stimmungsberichte:</u> Aussagen aus den Stimmungsberichten sind mit ST gekennzeichnet.

<u>Interviews:</u> Aussagen aus den Interviews sind mit INT1 [Schüler, sehr aktiv – 3mal interviewt], INT2 [Schüler, gut – passiv] bzw. INT3 [Schülerin, gut – sehr passiv] gekennzeichnet.

lichkeiten zur Hinterfragung und Bewertung und sind außerdem Fallbeispiele, die zu eigenen Überlegungen anregen und helfen, das Gelernte einzuordnen.

Ein Grund dafür, dass die Spiele in meiner Planung nur Ausgangspunkte darstellen, ist in der Reflexionspyramide zu finden: Das Hinterfragen der Reflexionen anderer stellt einen wichtigen Schritt am Weg zu eigenen Reflexionen dar; und gerade die Texte bieten den Schülerinnen und Schülern diese Möglichkeit.

- Die Stunde war diesmal interessanter als die letzten paar Stunden, weil wieder was Neues gekommen ist. (INT1)
- Die Stunde war sehr interessant. Wir haben endlich mal mit einem neuen Spiel begonnen. War sehr witzig. Vor allem die M&Ms – da hat man ein bisschen mehr überlegt. (INT2)
- (...) interessante Stunde, weil wir etwas Neues begonnen haben. (ST)
- Hätten wir das erste Spiel weitergespielt, wäre es wahrscheinlich langweilig geworden. (ST)
- Die letzte Stunde war super! Es war ein totaler Ansporn M&Ms als Belohnung zu bekommen. (ST)

These 2: Das Dilemma des Spiels wurde von den Schülerinnen und Schülern erkannt; viele haben aber den Eindruck, nichts Neues gelernt zu haben.

Die Schülerinnen und Schüler erkannten die erneut notwendige Entscheidung zwischen Kooperation und Verweigerung und verglichen mit dem bereits Gelernten. Die obige Aufzeichnung der Beratung innerhalb einer Gruppe zeigt die Wichtigkeit einer Diskussion für das Verstehen des Spiels. Da in jeder Gruppe ein guter Mathematiker bzw. eine gute Mathematikerin vertreten war (und diese auch im Projekt gute Leistungen zeigten), konnten die Lernenden, die Schwierigkeiten beim Verständnis der Tabelle (die ja Grundlage des Spiels ist) hatten, zusätzliche Erklärungen erhalten.

Der ersten Euphorie während der Spielphase folgte bald die Erkenntnis, eigentlich doch nichts Neues gelernt zu haben. Dies trifft in erster Linie auf die Schülerinnen und Schüler zu, die der Gruppe zuzuordnen sind, deren Motivation im Laufe der ersten vier Unterrichtseinheiten abnahm. Das erneute Interesse dieser Schülerinnen und Schüler ist nur von kurzer Dauer und beschränkt sich in dieser Stunde fast ausschließlich auf das Spiel und den in Aussicht gestellten Gewinn.

Es gäbe Gründe zu erwarten, dass die Klasse in diesem Spiel eher zu Kooperation neigen würde, als im ersten Spiel. Viele fanden ja Parallelen zum „Gefangenendilemma-Spiel“ und wussten um die Vorteile des Befolgens der Goldenen Regel in Situationen wie dieser. Die Schülerinnen und Schüler verhielten sich jedoch im Wesentlichen genauso wie zuvor im „Gefangenendilemma-Spiel“; bezüglich der Gültigkeit des Grundsatzes „Jeder will jeden reinlegen!“ herrschte immer noch Einigkeit. Einige meinten, man hätte dieses Problem ja bereits erkannt und noch immer keine Lösung erfahren.

- (...) Wenn man als einziger „1“ genommen hätte, dann hätte ja gar nichts für einen rausgeschaut – oder wenn zwei oder drei oder vier „1“ genommen hätten. (...) Bei „2“ hätte man immer was bekommen! Da hätte immer doch eins rausgeschaut. (...) Wenn alle „1“ genommen hätten, hätten wir mehr bekommen; aber ich glaube, das ist wieder dasselbe wie mit den X und Y. (INT1) [Die Tabelle (S. 121, Abb. 26) wurde verstanden.]
- Man glaubt eigentlich, dass bei dem Spiel das Ergebnis nicht so zählt – also was man selber setzt. Man denkt sich, ist eh egal (...); die sind doch immer 26 mehr als ich. Aber eigentlich find’ ich, wenn jeder so denkt, dann werden das immer mehr, immer mehr, bis es wirklich entscheidend ist. (INT2)
- Ich muss einfach schauen, dass ich so setze, dass es für den anderen auch gut ist. Wenn alle so denken, dann fahren z.B. alle mit dem Bus. (...) Aber dann gibt’s wieder einen, der fährt mit dem Auto. ( ) Und dann fahren wieder alle mit dem Auto. Aber wenn alle so denken (...), dass es für den anderen gut sein soll; dann würd’ ich ja wieder besser betrügen, dass es für mich am allerbesten ist. (INT2)
- Dass sich jeder nur zufrieden fühlt, wenn er besser ist als die anderen, ist meines Erachtens ein wichtiger Grund warum es überhaupt zu Dilemma kommt. Ansonsten hätten bei den Spielen in der Schule mehr Schüler miteinander kooperiert. (ST)
- Ich fühle nicht, (...) dass das irgendetwas persönlich jetzt für mich gebracht hätte. Ich würd’ trotzdem immer Y nehmen, wenn wir jetzt vom echten Leben ausgehen. (...) Und das hab ich vorher auch schon gemacht; also hat’s für mich persönlich nichts gebracht. *Lehrer: Könntest du nicht trotzdem etwas dazugelernt haben?* Dass die breite Masse so denkt wie ich? (INT3)
- Wir haben so viele Beispiele durchgemacht. (...) Eine richtige Lösung hat’s eigentlich nie gegeben. Also – g’scheiter werden kann man dann eigentlich nicht. (INT2)

These 3: Das Interpretieren der Diagramme ist für das Verständnis der Tragedy of the Commons hilfreich, bereitet aber vielen Schülerinnen und Schülern Schwierigkeiten.

Obwohl viele Schülerinnen und Schüler Probleme beim Interpretieren der Diagramme hatten, stellen diese eine wichtige Hilfe zum Verständnis des Dilemmas dar. Abbildung 28 (S. 124) zeigt „auf einen Blick“, dass „2“ – unabhängig davon, wie viele Spieler „1“ wählen – immer die „bessere“ Wahl darstellt. Auch können die beiden Randwerte „Alle wählen ‚1’.“ bzw. „Alle wählen ‚2’.“ in Bezug auf die jeweilige Auszahlung rasch verglichen werden.

Das richtige Lesen von Abbildung 28 ist darüber hinaus Grundlage für die Besprechung des zweiten Beispiels, „Auto oder Bus?“. In den Interviews und Stimmungsberichten zeigte sich, dass viele die Diagramme nicht ausreichend verstanden hatten und somit den weiteren Ausführungen des Lehrers nicht folgen konnten. Die Schwierigkeiten beim Interpretieren der Diagramme zeigen die Bedeutung einer mathematischen „Grundbildung“ für das Verständnis der Inhalte des Projekts (Unterrichtseinheit 8).

- Wenig interessant waren die Graphen. Ich find’ es war unklar, und ich war glaub’ ich auch nicht der einzige. (INT1)
- [Das Diagramm „Auto oder Bus?“ wurde nicht verstanden: Im Gespräch erkannte der Schüler die „Aussage“ des Diagramms. Die Beschriftung des relativen Anteils der Autofahrer sorgte für Verständnisschwierigkeiten.] Schüler: *Vielleicht war auch zu wenig Zeit.* (...) *Aber jetzt versteh’ ich’s!* (INT1)
- [Der Schüler kann nur mit Hilfe erklären, wo man im Diagramm erkennen kann, dass es besser ist, wenn alle mit dem Bus fahren, als wenn alle mit dem Auto fahren.] (INT2)
- [Die Schülerin kann den Punkt, wo alle mit dem Bus fahren, im Diagramm nicht zeigen.] (INT3)
- Das Spiel war eigentlich nicht schwer zu verstehen, aber wir Schüler haben anfangs nicht oder nicht gut genug zugehört. Jedoch hätte man die Diagramme besser erklären können. (ST)

Pollution[1]
(Text 6)

In a reverse way, the tragedy of the commons reappears in problems of pollution. Here it is not a question of taking something out of the commons, but of putting something in – sewage, or chemical, radioactive, and heat wastes into water; noxious and dangerous fumes into the air; and distracting and unpleasant advertising signs into the line of sight. The calculations of utility are much the same as before. The rational man finds that his share of the cost of the wastes he discharges into the commons is less than the cost of purifying his wastes before releasing them. Since this is true for everyone, we are locked into a system of "fouling our own nest," so long as we behave only as independent, rational, free enterprisers.

The tragedy of the commons as a food basket is averted by private property, or something formally like it. But the air and waters surrounding us cannot readily be fenced, and so the tragedy of the commons as a cesspool must be prevented by different means, by coercive laws or taxing devices that make it cheaper for the polluter to treat his pollutants than to discharge them untreated. We have not progressed as far with the solution of this problem as we have with the first. Indeed, our particular concept of private property, which deters us from exhausting the positive resources of the earth, favors pollution. The owner of a factory on the bank of a stream – whose property extends to the middle of the stream – often has difficulty seeing why it is not his natural right to muddy the waters flowing past his door. The law, always behind the times, requires elaborate stitching and fitting to adapt it to this newly perceived aspect of the commons.

The pollution problem is a consequence of population. It did not much matter how a lonely American frontiersman disposed of his waste. "Flowing water purifies itself every ten miles," my grandfather used to say, and the myth was near enough to the truth when he was a boy, for there were not too many people. But as population became denser, the natural chemical and biological recycling processes became overloaded, calling for a redefinition of property rights.

[1] Quelle: Harding 1968

Das Problem der Gemeindewiese[1]
(Text 7)

Gefangenendilemmata mit mehreren Personen werden auch als *Problem der Gemeindewiese* bezeichnet und durch das folgende Beispiel illustriert:

Zehn Bauern eines Dorfs, die je eine Kuh haben, lassen alle zehn Kühe auf der Gemeindewiese grasen. Die Kühe werden schön fett, wobei die Weide mehr oder weniger kahlgefressen wird. Die Bauern werden reicher, und manche von ihnen können sich bald zwei Kühe leisten. Als der erste Bauer seine zweite Kuh auf die Weide schickt, ist praktisch keine Veränderung zu beobachten. Vielleicht finden die Kühe etwas weniger Nahrung, vielleicht werden sie etwas weniger fett. Auch wenn der zweite und der dritte Bauer jeweils eine zweite Kuh auf die Weide schicken, gibt es noch keine großen Probleme. Obwohl die Kühe sichtbar schlanker werden, ist jede von ihnen noch wohlgenährt und gesund. Als jedoch auch der siebte Bauer seine zweite Kuh kauft, leiden offensichtlich alle Kühe unter Hunger, und der Wert aller siebzehn Kühe zusammen erreicht nicht den der ursprünglichen zehn Kühe. Als schließlich alle zehn Bauern zwei Kühe haben, verhungern alle Kühe. Zunächst sind also zwei Kühe immer mehr wert als eine, deshalb ist es für jeden Bauern vorteilhaft, eine zweite Kuh zu kaufen – bis alle verhungern.

Schon die Situationsbeschreibung legt nahe, daß der Verlauf dieses Spiels Ähnlichkeit mit dem Gefangenendilemma hat, aber Vorsicht: Nicht alle Zwickmühlen sind Gefangenendilemmata. Wir überzeugen uns durch einen Blick auf die Spielmatrix davon, daß diese Zwickmühle wirklich einem Gefangenendilemma entspricht.

		Die Mehrheit	
		kauft eine zweite Kuh	kauft keine zweite Kuh
Ich	kaufe eine zweite Kuh	2, 2 Ich habe zwei sehr dünne Kühe	4, 1 Ich habe zwei zieml. fette Kühe
	kaufe keine zweite Kuh	1, 4 Ich habe eine sehr dünne Kuh	3, 3 Ich habe eine sehr fette Kuh

Diese Matrix ist wieder nur nach dem Nutzen geordnet, den das Ergebnis bringt. Der beste Fall erhält vier Punkte, der schlechteste einen. Die zweiten Zahlen der Zahlenpaare geben jeweils an, wie es den anderen Bauern in der gegebenen Situation im Mittel ergeht. Wenn man das Spiel exakt analysieren wollte, müßte man eine vollständigere Matrix erstellen, die das Verhalten jedes Bauern einzeln berücksichtigt. Aber diese kleine Matrix, die das Verhalten von nur einem Bauern hervorhebt, faßt den Inhalt der großen, komplexen Matrix gut zusammen. Die Zahlen in der Matrix dieses Spiels sind die gleichen wie in der Matrix, die zum Wettrüsten gehört, also stimmt die Grundsituation wirklich mit der des Gefangenendilemmas überein. Diese Matrix ist gültig, bis alle Kühe verhungert sind. Wenn das passiert ist, ändern sich die Zahlen in der Matrix, dann aber ist es zu spät für die Erkenntnis, daß wieder einmal das Gefangenendilemma am Werk war.

Ein weiteres typisches Beispiel für ein Gefangenendilemma mit vielen Personen ist eine Paniksituation, wie sie beispielsweise dann eintritt, wenn in einem Raum mit vielen Menschen ein Feuer ausbricht. In dem gut vorstellbaren Sonderfall, in dem die Tür des Zimmers nach innen aufgeht, würde kooperatives Verhalten erfordern, daß jeder zwei oder drei Schritte zurücktritt, denn dann ließe sich die Tür leicht öffnen, und alle könnten gerettet werden. Im allgemeinen aber drängt jeder zur Tür, und die Menschen quetschen einander zu Tode.

[1] Quelle: Mérö 2000, S. 57 f.

Stichlinge[1]
(Text 8)

Nicht nur bei menschlichen Interaktionen ergeben sich Situationen wie beim Gefangenendilemma. Besonders interessant ist das Verhalten von Stichlingen, denen sich ein großer Fisch nähert. Die Stichlinge wissen nicht im voraus, ob der große Fisch sie fressen will oder nicht. Wenn sie vor jedem großen Fisch die Flucht ergreifen würden, wäre ihr Leben eine einzige Flucht, und es bliebe ihnen kaum Zeit für andere lebenswichtige Tätigkeiten. Aber die fatalistische Lösung: „Wir warten ab, was der große Fisch tut" ist ebenfalls gefährlich, weil ein unerwarteter Angriff einen ganzen Schwarm von Stichlingen vernichten kann. Die Stichlinge verhalten sich deshalb so: Ein Spähtrupp schwimmt langsam auf den großen Fisch zu, schwimmt ihm entgegen, hält eine Weile inne, schwimmt wieder einige Zentimeter näher, hält an und so weiter. Wenn die Kundschafter dem großen Fisch so nahe kommen, daß er sie leicht fangen könnte, und dennoch nichts passiert, kehren sie zum Schwärm zurück und setzen ihre gewohnte Tätigkeit fort. Wenn der große Fisch jedoch einen Kundschafter fängt, rasen die anderen zurück und alarmieren den Schwarm.

Die Situation des Gefangenendilemmas ergibt sich im Spähtrupp. Solange nur ein oder zwei Stichlinge aufgeben und umkehren, sind sie als Einzeltiere sicher, wenn aber alle Kundschafter umkehren, könnten alle Stichlinge dem großen Fisch zum Opfer fallen, auch die Deserteure und ihre Nachkommen. Wenn die anderen Kundschafter nicht umkehren, sind sie als einzelne gefährdeter als zuvor, denn die Chance, erwischt zu werden, ist um so größer, je kleiner der Spähtrupp ist, falls sich herausstellt, daß der große Fisch Stichlinge frißt. Die Logik der Situation ist die gleiche wie bei der Gemeinschaftswiese. Wir werden bald zu der Strategie zurückkehren, die die Stichlinge in diesem Fall anwenden.

[1] Quelle: Mérö 2000, S. 60

Schleichwege[1]
(Text 9)

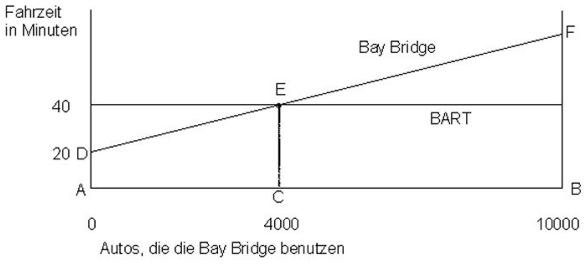
Es gibt zwei Hauptwege, auf denen man von Berkeley nach San Francisco pendeln kann. Die eine Möglichkeit besteht darin, mit dem Auto über die Bay Bridge zu fahren, die andere ist die Benutzung des öffentlichen Nahverkehrs, des Bay Area Rapid Transit Train, genannt BART. Mit dem Auto über die Brücke zu fahren ist der kürzeste Weg, und wenn gerade kein Verkehr ist, schafft man es in zwanzig Minuten. Aber das kommt selten vor: Die Brücke hat nur vier Spuren, und der Verkehr staut sich leicht. Wir nehmen an, daß 2.000 zusätzliche Autos (pro Stunde) für jeden Autofahrer eine zusätzliche Verzögerung von 10 Minuten bedeuten. Bei 2.000 Autos erhöht sich die Fahrtdauer also auf 30 Minuten, bei 4.000 Autos auf 40 Minuten und so weiter.

Der BART hält an einer Reihe von Haltestellen, und man muß erst zum Bahnhof gehen und auf den Zug warten. Nach fairer Schätzung beträgt die Fahrtdauer auf diesem Weg ungefähr 40 Minuten, aber dafür gibt es kein Problem mit Staus. Wenn die Zahl der Fahrgäste steigt, dann werden zusätzliche Wagen angehängt, und die Fahrtzeit bleibt ungefähr konstant.

Wenn nun während der Hauptverkehrszeit 10.000 Pendler von Berkeley nach San Francisco wollen, wie werden sich diese Pendler dann auf die beiden Alternativen verteilen? Jeder Pendler wird eigennützig handeln und die Alternative wählen, die seine eigene Fahrtzeit minimiert. Wenn man die Pendler sich selbst überläßt, dann werden 40 Prozent mit dem Auto fahren und 60 Prozent den Zug nehmen. Die Fahrtzeit wird für alle 40 Minuten betragen. Dieses Ergebnis ist das Gleichgewicht eines Spiels.

Wir können zu diesem Resultat gelangen, indem wir uns fragen, was geschehen würde, wenn die Aufteilung anders wäre. Nehmen Sie an, nur 2.000 Pendler fahren über die Brücke. Bei dem geringeren Verkehr würde die Fahrtzeit 30 Minuten betragen. Einige der 8.000 Zugpendler würden herausfinden, daß sie mit dem Auto Zeit sparen können, und würden wechseln. Gäbe es umgekehrt 8.000 Autofahrer auf der Bay Bridge, dann brauchte jeder 60 Minuten, und einige würden auf den Zug umsteigen, um schneller am Ziel zu sein. Aber wenn 4.000 Autofahrer die Brücke benutzen und 6.000 mit dem Zug fahren, dann kann niemand sich besser stellen, indem er wechselt: Die Pendler haben ein Gleichgewicht erreicht.

Wir können dieses Gleichgewicht aufzeichnen, indem wir ein einfaches Schaubild verwenden, das einem ähnlichen Grundprinzip folgt wie das Schaubild in Kapitel 4, als wir das Experiment des texanischen Professors zum Gefangenendilemma beschrieben. Die Linie AB stellt die 10.000 Pendler dar; die Zahl der Autofahrer ist von A her aufgetragen, die Zahl der Zugpendler von B her. Die vertikalen Abstände messen die Fahrtzeit. Die steigende Linie DEF zeigt, wie die Fahrtzeit über die Brücke ansteigt, wenn mehr und mehr Pendler das Auto benutzen. Die flache Linie zeigt die konstante Fahrtzeit des Zuges von 40 Minuten. Die beiden Linien schneiden sich im Punkt E. Hier sind die Fahrtzeiten für beide Verkehrsmittel gleich, die Zahl der Autofahrer auf der Brücke entspricht der Strecke AC, beträgt also 4.000. Diese graphische Gleichgewichts-Darstellung ist ein sehr nützliches Instrument, um das Gleichgewicht zu beschreiben. Wir werden sie in diesem Kapitel noch oft verwenden.



Aufgabe:
Ist dieses Gleichgewicht für die Pendler insgesamt günstig?

Hilfe:
Nimm an, nur 2.000 Autofahrer benutzen die Brücke.

[1] Quelle: Dixit, Nalebuff 1997, S. 222 f.

Lösungen

Nur eine Minderheit der Klasse gab Lösungen zum Text „Schleichwege“ schriftlich ab. Es folgen einige Beispiele, die zeigen, dass sich diese Schülerinnen und Schüler Gedanken machten. Nicht erkannt wurde jedoch, dass der Vorschlag, 2 000 Autofahrer die Brücke benutzen zu lassen, die Gesamtfahrzeit minimiert und aus diesem Grund eine beste Lösung darstellt.

Die Schülerinnen und Schüler erhalten am Ende der sechsten Unterrichtseinheit den Text „Lösungsvorschläge zu Schleichwege“ (Text 10), der darauf Bezug nimmt.

HÜ 1: Vermutlich wäre es ein Vorteil, wenn 2 000 Autofahrer und 8 000 BART benützen würden. Die 2 000 hätten einen Vorteil von 10 Minuten gegenüber BARTs. Wenn allerdings 2 000 von den 8 000 auf die Idee kommen jetzt auch mit dem Auto zu fahren würde wieder das Gleichgewicht zwischen den beiden Gruppen herrschen. (...)

HÜ 2: Das Gleichgewicht, dass 4.000 Autofahrer die Brücke benutzen und 6.000 mit dem Zug fahren, ist zwar für jeden Einzelnen gesehen günstig, denn alle 10.000 Pendler brauchen 40 Minuten und keiner hat somit Vor- oder Nachteile. Aber es könnte ein besseres Ergebnis erreicht werden, indem alle kooperieren. Wenn nur 2.000 Autofahrer die Brücke benutzen würden, würden diese nur 30 Minuten benötigen. Die Pendler könnten sich täglich abwechseln, wer mit dem Auto oder mit dem Zug fährt, und hätten auf Dauer gesehen einige Zeit gespart.

[Es wurde nicht erkannt, dass sich gerade bei 2 000 Autofahrern eine minimale Gesamtzeit ergibt.]

HÜ 3: Ja, solange man keine Lösungsvorschläge hat. Das heißt ... (Es ist eigentlich fair, gerecht gegenüber den anderen.) Wenn alle mit dem Auto fahren würden, dann gäbe es doch einen der sagen würde: „Mit dem Zug ist es doch schneller!“ An ihn würden sich wieder alle anschließen und einer steigt wieder auf Auto um und denkt sich: „Mit dem Auto ist es doch viel schneller!“ Demnach würden immer alle wechseln und man hat dann dadurch eigentlich verloren, weil man mit dem anderen Transportmittel doch schneller am Arbeitsort wäre. Nun wenn sich das jeder denkt, dann wird niemand einen Vorteil haben. Deswegen wär ein Gleichgewicht eigentlich insgesamt für Pendler besser. Man kommt zwar nicht so früh an, aber auch nicht so spät, als jeder mit dem Auto fahren würde.

2.6 Sechste Unterrichtseinheit - Tragedy of the Commons - Beispiele, Diskussion

Intention: Erkennen, dass Alltagssituationen auf die Tragedy of the Commons zurückgeführt werden können.

Der Lehrer beginnt die Stunde mit einigen Informationen für die Klasse. Er skizziert dabei überblicksweise den weiteren Projektverlauf; einige Schülerinnen und Schüler warten ja schon auf ein Ende. Außerdem bemerkt der Lehrer, dass die Stimmungsberichte nicht unbedingt eine halbe Seite lang sein müssten – wichtig sei, zu notieren, was in der Stunde auffiel und erwähnenswert scheint (*„Was war gut – was war nicht gut?“*). Es sind noch einige Hausübungen ausständig (Die Klasse lernt für eine Schularbeit.) – der Lehrer unterstreicht die Bedeutung der zeitgerechten Erbringung dieser für den Erfolg des Projekts. Einerseits sei es wichtig, „sich den Kopf zu zerbrechen“ und somit selbst vom Unterricht zu profitieren; andererseits hätten die Hausübungen eine wichtige Rückmeldefunktion für den Lehrer (Was wurde verstanden? Wo gab es Schwierigkeiten?).

Der eigentliche Unterricht beginnt mit Vorträgen der Texte, die als Hausübung zu lesen waren. Die Schülerinnen und Schüler werden dazu wiederum vor die Klasse gebeten:

- Der Text „Das Problem der Gemeindewiese“ (Text 7) wird gut erklärt; der Lehrer erwähnt den Zusammenhang mit dem Spiel aus der vorigen Unterrichtseinheit.
- Beim Text „Stichlinge“ (Text 8) werden zum ersten Mal in diesem Projekt Verhaltensmuster im Tierreich angesprochen. Beim Vortrag dieses Beispiels ist es in der Klasse besonders still – eine Schülerin erklärt das Beispiel sehr gut; der Lehrer verweist auf die Fortsetzung dieses Textes in der Hausübung. Die Lernenden werden zum Nachdenken angeregt, weil sie das Auftreten des Projektthemas im Tierreich nicht erwartet haben.
- Das Beispiel „Pollution“ (Text 6) zeigt, dass es beim Umgang mit der Umwelt ebenfalls darauf ankommt, ob eine Handlung von einer Person oder von einer ganzen Gruppe durchgeführt wird. Schülerin: „*Früher hat sich die Natur von selbst gereinigt; heute geht das nicht mehr, weil sie überlastet ist.*“

Der Lehrer fragt die Klasse nach den Gemeinsamkeiten der Beispiele, muss schließlich aber selbst erklären.

Lehrer: *Eine Gemeinsamkeit ist, dass es ein öffentliches Gut gibt, das von mehreren verwendet wird. Beim ersten Beispiel „Auto oder Bus“ fahren alle auf der Straße. Und diejenigen, die sich denken, sie fahren mit dem Auto, verwenden mehr Platz von dieser Straße, als die, die mit dem Bus fahren; und damit schaden sie allen, weil es Staus gibt. Zweites Beispiel* (...) *als* *gemeinsames Gut* (...) *die Luft. Jemand, der eine Fabrik besitzt, denkt sich, er ist billiger dran, wenn er seine Abgase einfach so raus lässt. Wenn das nur einer macht, ist das dem gemeinsamen Gut – also der Luft – ziemlich egal, oder auch dem Fluss – der reinigt sich wirklich wieder. Nur – wenn das zu viele machen, geht es nicht mehr. Drittes Beispiel* (...) *Gemeindewiese. Alles funktioniert gut, so lange jeder einen Teil* [Anm.: der Wiese] *verwendet. Es geht aber nicht mehr gut, sobald die Wiese ausgebeutet wird.*

Die Schülerinnen und Schüler werden nach weiteren Beispielen gefragt. Die Zusammenfassung des Lehrers scheint der Klasse geholfen zu haben – es kommt nun zu zahlreichen Wortmeldungen.

Schüler A: *Zum Beispiel bei einer Goldmine, wo zwei Firmen abbauen. Jeder schickt nur einen Arbeiter hinein, der baut das Ganze ab. Wenn die eine Firma aber zwei oder drei hineinschickt,* (...) (unverständlich).

[Das Beispiel ist nicht vom Typ der Tragedy of the Commons, weil ja nicht alle Beteiligten durch die einseitige Ausbeutung der Mine geschädigt werden. Das Beispiel greift allerdings das Hintergehen von Absprachen und das Suchen des eigenen Vorteils auf.]

Schüler B: *Die Mafia schmeißt die Leichen* (...) *in einem Fluss.* (Schüler C: *Mit Gewichten an den Beinen!*) *Ja!* (...) *Aber wenn sie zu viele* (unv.)*, dann kommt man viel leichter drauf!*

Schüler C: *Wenn eine Familie ein gewisses Download-Volumen im Internet hat – und jeder darf so und so viel im Monat herunterladen – und einer verbraucht dann alles* (...)

[Auch dieses Beispiel ist nur zum Teil passend, weil wiederum nicht alle zu Schaden kommen. Das Familienmitglied, welches alles sofort verbraucht, zieht ja einen tatsächlichen Vorteil aus seiner Handlung. Wie beim ersten Beispiel könnte hier die Forderung nach Gerechtigkeit diskutiert werden.]

Schüler D: *Bei einer Tür* (...). *Wenn alle raus wollen bei einem Feueralarm, und sie geht nach innen auf, dann müssen alle zurücktreten, damit die Tür aufgeht. Aber alle schauen, dass sie raus kommen und dann können sie nicht raus.*

[Der Schüler erinnert sich an das Beispiel aus Text 7.]

Lehrer: *Flaschenrecycling* (...) *Wenn alle anderen die Flaschen zurückbringen, fällt die eine Flasche, die ich wegwerfe, gar nicht ins Gewicht.* (...) *Aber da ist man mittlerweile so weit, dass – was wir voriges Mal besprochen haben – eine gewisse Moral um sich greift.* (...) *Rolle einer Autorität;*

man bekommt einen Einsatz – ein Pfand – zurück (...). *Damit versucht man eben, den Leuten einen gewissen Anreiz zu geben, nicht gemein zu sein und die Umwelt zu verschmutzen und gegen das Allgemeinwohl zu sein.*

Lehrer: *Überfischung der Weltmeere* (...) *Es gibt eine Fangquote, die ein Land herausholen kann. Natürlich hört man immer wieder, dass gewisse Länder die Abkommen brechen und mehr fischen, um einen Vorteil zu erhalten. Nur dieser Vorteil kann wieder auf Kosten der anderen* [Bem: aller!] *gehen, wenn eine Fischpopulation vielleicht sogar ausstirbt.*

Der Lehrer leitet über zur Lösung der Aufgabe aus Text 9 („Schleichwege"). Er betont, dass auch hier – wie schon in der letzten Unterrichtseinheit – eine Graphik hilft, eine Situation besser zu verstehen. Zunächst präsentiert eine Schülerin den Inhalt des Textes. Sie erklärt die Bildung eines Gleichgewichts, kann aber nichts zur Lösung der Aufgabe sagen.

Lehrer: *Wie findet man das Gleichgewicht in der Zeichnung?*
Schüler: *Die beiden Linien schneiden sich!*

Zur genaueren Besprechung des Beispiels zeichnet der Lehrer die Graphik aus dem Text an die Tafel (Abb. 31). Er erläutert nochmals den Übergang in den Gleichgewichtszustand für den Fall, dass zunächst wenige bzw. viele mit dem Auto fahren. Der Lehrer weist auf die Ähnlichkeit zu den Abbildungen der vorigen Stunde hin.
(S. 124 f., Abb. 28, 29, 30)

Lehrer: *Das Problem ist nun, dass dieser Schnittpunkt* (...) *vielleicht nicht unbedingt das günstigste Gleichgewicht ist. Was wäre, wenn nicht 4 000 sondern nur 2 000 mit dem Auto fahren würden?* [Der Lehrer zeichnet die Anzahl im Diagramm ein.]
Schüler A: *Da sind auf jeden Fall die Autofahrer schneller als der Zug.*
Schüler B: *Sie könnten sich abwechseln, welche 2000 mit dem Auto fahren!*
Lehrer: *Warum wäre es ein Vorteil, wenn nur 2000 mit dem Auto fahren würden?*
Schüler B: *Die brauchen immer nur 30 Minuten!*
Lehrer: *Aber warum gerade 2000 Leute? Ist da wer draufgekommen?*
( )
Schüler C: *Die Leute im Zug brauchen ja immer gleich lang – egal wie viele es sind.*

Der Lehrer bespricht anhand der Skizze an der Tafel, dass es insgesamt am günstigsten wäre, wenn nur 2000 Personen mit dem Auto fahren würden. Somit würden 20000 Personenminuten gespart. Wenn beispielsweise 1000 oder auch 3000 Leute mit dem Auto fahren würden, würde die Zeitersparnis nur 15000 Minuten betragen. [Eine ausführlichere Beschreibung erhalten die Schülerinnen und Schüler durch den Text „Lösungsvorschläge zu Schleichwege" (Text 10).]

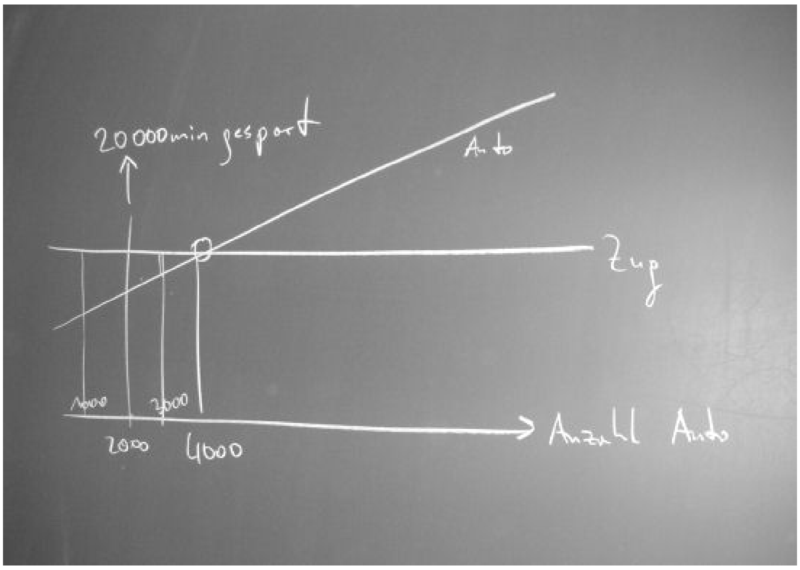


Abbildung 31: Schleichwege

Lehrer: *Wie löst man so ein Problem – wenn man gerne hätte, dass weniger Leute mit dem Auto fahren?*

Schüler: *Treibstoffpreis!*

Schülerin A: *Die Zugkarten billiger machen!*

Schülerin B: *Man kann im Zug Frühstück anbieten – dann fahren mehr Leute mit dem Zug!*

Schülerin C: *Man kann Maut für die Brücke verlangen!*

Lehrer: *Ja!* (...)

Oder die Brücke vielleicht sogar privatisieren! (...) *Der Besitzer wird dann so viel verlangen, dass natürlich gerade die richtige Anzahl darüber fährt. Es bringt nichts, wenn er so wenig verlangt, dass alle im Stau stehen. Es bringt ihm aber auch nichts, wenn er so viel verlangt, dass niemand die Brücke benutzt.*

Schüler: *Das ist dann wieder ein eigenes Dilemma! Weil – der muss sich jetzt aussuchen, wie viel er verlangt!*

(...)

Abschließend fasst der Lehrer zusammen und unterstreicht die Bedeutung der Visualisierung der Situation durch die Graphik. Ebenso wie die Matrizen, die ja auch immer wieder im Projekt vorkommen, ermöglicht erst die Graphik, auf „höherem Niveau“ über das Dilemma zu diskutieren.

Hausübung - Aufgabenstellung

Die Schülerinnen und Schüler erhalten drei neue Texte: „Lösungsvorschläge zu Schleichwege“, „Iterierte Gefangenendilemmata“ und „Tit For Tat“. Der erste Text stellt eine Nachbereitung und Vertiefung dieser Unterrichtseinheit dar (Der Inhalt dieses Textes wird nicht mehr besprochen.), während die beiden anderen Texte als Vorbereitung auf die nächste zu sehen sind. Außerdem werden die Texte der letzten Hausübung nun an alle Schülerinnen und Schüler verteilt. Ein Stimmungsbericht ist wiederum zu verfassen.

Interviews

Fragestellungen:

- *Wie hast du die Stunde erlebt?*
- *Was hast du bisher gelernt? Was konnte man heute lernen?*
  (Was war interessant / weniger interessant?)
- *Waren die Texte schwierig für dich?*
  (Sollte man im Mathematikunterricht mehr Texte lesen und besprechen?)
- *Wie schätzt du die Wichtigkeit des im Projekt Gelernten für dich bzw. die Menschen im Allgemeinen ein?*
- *Warum verhalten wir uns so, wie wir uns verhalten?*

Bemerkenswert erscheinende Aussagen aus den Interviews befinden sich wieder im anschließenden Resümee.

Zwei der interviewten Schülerinnen und Schüler sind sehr interessiert an den Texten und würden gerne mehr lesen, wenn dies zum Verständnis des Lehrstoffes beiträgt. Ein Schüler kann mit den zu lesenden Texten nichts mehr anfangen: „*Schön langsam wird das Thema auch schon fad. Die heutige Stunde war schon eher langweilig.*“ (Der Schüler ist mit dieser Meinung – wie im nachfolgenden Resümee noch belegt wird – in der Klasse nicht alleine.)

Die Wichtigkeit des Gelernten schätzen die Schülerinnen und Schüler durchwegs als „eher hoch“ ein. Man habe jetzt einen Namen für solche Dilemmata und wisse besser, wie man damit umgehen könne bzw. sollte. Dennoch würde man weiterhin bei seinen Handlungen auf seinen eigenen Vorteil achten.

Resümee

In dieser Unterrichtseinheit standen zahlreiche Beispiele für Tragedys of the Commons im Mittelpunkt. Die folgenden Thesen nehmen daher Bezug auf die Texte, die als Quelle für die Beispiele dienten. Die Thesen halten fest, wie es den Lernenden beim Bearbeiten der Texte ergangen ist und zeigen, was sie – ihrer persönlichen Meinung nach – gelernt haben.

> <u>These 1:</u> Die Texte wurden von vielen Schülerinnen und Schülern als interessant und hilfreich empfunden.

> <u>These 2:</u> Einige Schülerinnen und Schüler – insbesondere diejenigen, die nicht zu eigenen, kreativen Reflexionen vorgedrungen sind – warten bereits auf das Ende des Projekts und auf „normale“ Mathematikstunden.

These 3: Nach dem Lesen der Texte erkennen die Lernenden Gefangenendilemmata in Alltagssituationen wieder und können Gründe für (menschliche) Verhaltensweisen angeben; sie haben das Gefühl, etwas dazugelernt zu haben.

These 1: Die Texte wurden von vielen Schülerinnen und Schülern als interessant und hilfreich empfunden.

Die zu lesenden Texte wurden durchwegs verstanden; einige Schülerinnen und Schüler waren jedoch froh, zusätzliche Erklärungen von den Vortragenden zu erhalten. Speziell diejenigen, deren Hauptaugenmerk im Projekt den Spielen galt, sind auf Sinndeutungen der „Reflektiererinnen und Reflektierer“ angewiesen – sie profitieren von ihnen. Für gute Schülerinnen und Schüler, die dennoch wenig eigene Ideen haben und somit nicht bis zur obersten Reflexionsebene vordringen, sind die Texte besonders wichtig – sie lernen am meisten aus deren Lektüre. Diejenigen, die auf der untersten Reflexionsebene stehen bleiben, sehen sehr bald keinen Sinn mehr im Lesen verschiedenster Beispiele zum selben Thema; die Allgemeingültigkeit des Gefangenendilemmas bleibt ihnen verborgen.

- Es ist interessant gewesen – die ganzen Geschichten, die wir erzählt bekommen haben. (INT2)[1]
- Man sollte mehr Texte lesen und besprechen, weil damit die Stunde interessanter wird, als wenn man die ganze Zeit nur rechnet. (INT1)
- Es war jedoch interessant, die Lösungsvorschläge für die Schleichweg-Geschichten zu hören und zu diskutieren. (ST)
- Die Erklärungen der anderen Gruppen waren erstklassig. (ST)
- Die Texte waren sehr interessant aber auch anspruchsvoll. Bei den Schülern merkte man schon, dass der Schwierigkeitsgrad zugenommen hat, weil es deutlich weniger Mitarbeit gab. (Was ich nicht glaube, dass es mit der Langweiligkeit zu tun hatte.) Das Beispiel mit den Pendlern war das anspruchvollste. Vor allem bei der Aufgabe zum Text war es still. (Ist das Gleichgewicht günstig?) Ich habe eigentlich gegen das viele Lesen der Texte nichts einzuwenden. Es macht doch viel mehr Spaß, als sich selber Beispiele auszudenken. (ST)
- Mehr interessant war das Spielen, und weniger interessant waren die ganzen Geschichten – das Durchlesen (...). (INT3)
- Das Besprechen der verschiedenen Beispiele ist leider nicht sehr interessant, weil sie sich sehr ähneln. (ST)

[1] Im Resümee zitiertes Datenmaterial:

Stimmungsberichte: Aussagen aus den Stimmungsberichten sind mit ST gekennzeichnet.

Interviews: Aussagen aus den Interviews sind mit INT1 [Schülerin, gut – zurückhaltend], INT2 [Schüler, sehr schwach – passiv] bzw. INT3 [Schüler, gut – aktiv] gekennzeichnet.

These 2: Einige Schülerinnen und Schüler – insbesondere diejenigen, die nicht zu eigenen, kreativen Reflexionen vorgedrungen sind – warten bereits auf das Ende des Projekts und auf „normale“ Mathematikstunden.

Für diese Klasse war die Anzahl der Texte an der oberen Grenze angesiedelt. Viele Schülerinnen und Schüler haben sich im Zeitraum des Projekts nicht an die – für sie neue – Art zu lernen gewöhnen können. Sie wollen gerne wieder zum „normalen“ Unterrichtsstil zurückkehren, wo üblicherweise weniger gelesen und mehr gerechnet wird. Diesen Wunsch verstärkt die Tatsache, dass die Klasse im Mathematikunterricht kaum an das Arbeiten in Gruppen und die Analyse von Texten gewöhnt ist, und gerade diese Arbeitsweise die Lernenden fordert und wenige Gelegenheiten bietet, sich „zurückzulehnen“.

Dies gilt wohl ebenso für die Hausübungen. Rechnerisch zu lösende Aufgaben bieten für gewöhnlich einen Kontrast zu den in den Sprachen zu verfassenden Aufsätzen (und den Referaten und Berichten anderer Unterrichtsgegenstände), der nun fehlt.

Die sinkende Motivation der Gruppe, die wenig Interesse an der Analyse von Entscheidungssituationen hat, überträgt sich allmählich auch auf die selbst reflektierenden Schülerinnen und Schüler, die nicht die ganze Arbeit in den jeweiligen Gruppen übernehmen wollen.

- So wie der Mathematikunterricht ist, passt er eigentlich. Das Projekt kann man einbauen, aber normaler Mathe-Unterricht ist gescheiter. (INT3)
- Schön langsam wird das Thema auch schon fad. Die heutige Stunde war schon eher langweilig. (INT2)
- Es wird nicht in der Stunde seitenweise gerechnet sondern dann zuhause seitenweise geschrieben. (INT2)
- (...) haben wir mit dem Lesen und Präsentieren der Texte eigentlich dasselbe gemacht wie in den vorigen Stunden, was schon ziemlich langweilig ist. (ST)
- Das Projekt war spannender, weil mehr Abwechslung ist. (INT3)

These 3: Nach dem Lesen der Texte erkennen die Lernenden Gefangenendilemmata in Alltagssituationen wieder und können Gründe für (menschliche) Verhaltensweisen angeben; sie haben das Gefühl, etwas dazugelernt zu haben.

Diese Aussage gilt wiederum nicht für alle Lernenden in gleichem Ausmaß. Allen gemeinsam ist jedoch ein umfassender Blick auf Situationen vom Typ des Gefangenendilemmas und der Tragedy of the Commons. Einander entsprechende Situationen haben einen Namen – quasi als Übertitelung – bekommen und werden wieder erkannt. Dazu war die Lektüre der Vielzahl an Beispielen nötig; diese zeigten die weitreichenden Einflüsse des Gefangenendilemmas.

Die Schülerinnen und Schüler erkennen jetzt Gründe für (unsere) Verhaltensweisen, und viele können über Entscheidungssituationen – auf jetzt höherem Niveau – reflektieren.

Die letzten der nachfolgenden Wortmeldungen zeigen, dass die Lernenden Situationen, die dem Gefangenendilemma entsprechen, zwar bewusster wahrnehmen, aber dann großteils dennoch so handeln, wie bisher. Die Schülerinnen und Schüler stellen daher den Nutzen des Gelernten in Frage.

- Ich habe gelernt, mit einem Gefangenendilemma besser umzugehen. (INT3)
- Die [Anm.: Dilemmata] hat man wahrscheinlich schon früher mal erlebt, nur hat man sie gar nicht so wahrgenommen, weil man gar nicht gewusst hat, dass es die gibt. (INT2)
- Jetzt hat man einen Namen dafür – für solche Dilemmas. (INT2)
- Ich nehm an, dass es schon wichtig ist. Wenn man mal in so einem Dilemma drinnen steckt, dann weiß man halt, wie man damit umgehen soll, weil man das jetzt schon geübt hat. (INT3)
- Wenn das Projekt jeder Mensch machen würde, dann würden sich vielleicht mehr gegenseitig vertrauen. Trotzdem gibt's wieder welche, die sich gegenseitig hineinlegen würden. (INT1)
- Bevor wir hineingelegt werden, legen wir lieber den anderen hinein, damit wir ja nicht verlieren. (INT1)
- Wir haben zwar, wie wir am Anfang das Spiel gespielt haben, (...) noch nicht gewusst, dass das mit dem Gefangenendilemma zusammenhängt, das X und Y. Und nachher, wie wir's gewusst haben, haben trotzdem nicht so viele immer X genommen. Sie haben trotzdem noch versucht, sich gegenseitig hineinzulegen. (INT1)
- Wenn der andere Y nimmt, dann nimmt man sowieso die ganze Zeit nur mehr Y – also – da kann man lernen, was man will. (INT1)
- Man weiß Bescheid (...) Bei der Schularbeit weiß man ja auch, dass man nicht schummeln darf und macht's trotzdem. Das ist genau dasselbe. (INT1)

Lösungsvorschläge zu Schleichwege[1] (Text 10)

Ist dieses Gleichgewicht für die Pendler insgesamt günstig? Eigentlich nicht. Es ist einfach, ein besseres Verhaltensmuster zu finden. Nehmen Sie an, nur 2.000 Autofahrer benutzen die Brücke. Jeder von ihnen spart 10 Minuten. Die 2.000, die auf den Zug umgestiegen sind, brauchen immer noch 40 Minuten. Das gleiche gilt für die 6.000 bisherigen Zugpendler. Soeben haben wir damit 20.000 Personenminuten (oder fast zwei Wochen) der gesamten Fahrtzeit eingespart.

Warum ist eine solche Einsparung möglich? Oder anders gesagt, warum wurden die Pendler, die sich selbst überlassen waren, nicht von einer unsichtbaren Hand zur besten Mischung der Transportmittel geführt? Die Antwort liegt wieder in den Kosten, die jeder einzelne Autofahrer den anderen auferlegt. Wenn ein zusätzlicher Pendler die Brücke benutzt, dann verlängert sich die Fahrtzeit für alle anderen um ein kleines Quentchen. Aber der Neue muß keinen Preis bezahlen, der diese Kosten spiegeln würde. Er berücksichtigt nur seine eigene Fahrtzeit.

Welche Struktur des Verkehrs ist für die Gruppe der Autofahrer insgesamt am besten? Unser eben entworfener Vorschlag mit 2.000 Autofahrern auf der Brücke und einer Zeitersparnis von insgesamt 20.000 Minuten ist in der Tat am besten. Um das zu erkennen, probieren Sie ein paar andere Kombinationen: Bei 3.000 Autos auf der Brücke beträgt die Fahrtzeit 35 Minuten, und es werden jeweils 5 Minuten gespart, zusammen also 15.000 Minuten. Bei nur 1.000 Autos beträgt die Fahrtzeit 25 Minuten, jeder spart 15 Minuten, und die gesamte Zeitersparnis liegt erneut nur bei 15.000 Minuten. Der Punkt in der Mitte, bei 2.000 Fahrern, von denen jeder 10 Minuten spart, ist der beste.

Wie kann man diese optimale Struktur erreichen? Anhänger der zentralen Planung werden daran denken, 2.000 Lizenzen für die Benutzung der Bay Bridge auszugeben. Wenn sie sich Sorgen darum machen, daß es ungerecht ist, der Gruppe mit den Lizenzen eine Fahrtzeit von 30 Minuten zu verschaffen, während die anderen 8.000 mit dem Zug fahren müssen und 40 Minuten brauchen, dann werden sie ein geniales System erfinden, bei dem die Lizenzen Monat für Monat unter den Pendlern rotieren.

Eine Marktlösung stellt den Pendlern den Schaden in Rechnung, den sie anderen zufügen. Nehmen Sie an, jeder bewertet seine Zeit mit 12 Dollar pro Stunde, das heißt jeder wäre bereit, 12 Dollar zu zahlen, um eine Stunde Fahrtzeit zu sparen. Dann sollte eine Maut auf der Bay Bridge erhoben werden; diese sollte 2 Dollar oberhalb des Preises für eine Zugfahrkarte festgesetzt werden. Nach unseren Annahmen entsprechen diese 2 Dollar in der Bewertung der Pendler genau einer Zeitersparnis von 10 Minuten. Die gleichgewichtige Verkehrsstruktur besteht jetzt aus 2.000 Autofahrern auf der Bay Bridge und 8.000 Fahrgästen im BART. Jeder Benutzer der Brücke wendet für seine Fahrt 30 Minuten plus 2 Dollar Maut auf; jeder BART-Fahrgast wendet 40 Minuten auf. Die effektiven Gesamtkosten sind identisch, und keiner will auf das andere Verkehrsmittel umsteigen. Gleichzeitig haben wir auf diesem Weg 4.000 Dollar Einnahmen aus der Maut (und 2.000 zusätzlich verkaufte BART-Tickets) erzielt, die in den kommunalen Haushalt fließen können. Das nützt allen, denn die Steuern können niedriger sein, als sie es sonst sein müßten.

Eine Lösung, die dem Geist des freien Unternehmertums noch verwandter wäre, bestünde darin, die Brücke zu privatisieren. Der Besitzer würde feststellen, daß die Leute bereit sind zu zahlen, um auf einer weniger verstopften Straße schneller voranzukommen. Er berechnet ihnen deshalb für dieses Privileg einen Preis. Wie kann er seine Einnahmen maximieren? Natürlich indem er den Gesamtwert der eingesparten Zeit maximiert.

Die unsichtbare Hand führt die Pendler nur dann zu einer optimalen Verkehrsstruktur, wenn das Gut »Fahrtzeit« einen Preis erhält. Wenn eine gewinnmaximierende Maut für die Brücke festgelegt wird, dann ist Zeit wirklich Geld. Die Pendler, die mit dem Zug fahren, verkaufen ihre Zeit an diejenigen, die die Brücke benutzen.

Wir erkennen schließlich auch, daß die Kosten der Erhebung einer Maut manchmal den Vorteil übersteigen, der daraus entsteht, daß die Leute Zeit sparen. Ein Markt läßt sich nicht kostenlos aufbauen. Die Kassenhäuschen an der Mautstation können die Hauptursache des Staus sein. Wenn das so ist, dann mag es am besten sein, die Ineffizienz der anfänglichen Verkehrsstruktur zu ertragen.

[1] Quelle: Dixit, Nalebuff 1997, S. 223 ff.

Iterierte Gefangenendilemmata[1]
(Text 11)

Das ursprüngliche Gefangenendilemma beschreibt eine besonders kritische Situation, in der alles von einer einzigen Entscheidung abhängt. Wenn ich, als einer der Komplizen, einmal nicht kooperiere und mein Partner den Fehler begeht, den Versuch zur Kooperation zu unternehmen, kann er mir mindestens zehn Jahre lang keine Vorwürfe machen. Falls auch er nicht kooperiert, kann er mir nichts vorwerfen, wenn wir fünf Jahre später aus dem Gefängnis entlassen werden.

Die Lage ist etwas anders, wenn abzusehen ist, daß wir mit demselben Partner mehrere Male in eine ähnliche Situation kommen. In diesem Fall müssen wir in Kauf nehmen, daß wir uns dann, wenn wir einmal nicht kooperieren, selbst zu ewigem Wettbewerb verdammen, weil ein Partner, den wir einmal übers Ohr gehauen haben, uns wohl kaum wieder vertrauen wird und vermutlich gar nicht daran denkt, sich jemals wieder kooperativ zu verhalten.

Der Fall der beiden Tankstellenbesitzer ist ein iteriertes Gefangenendilemma, weil die beiden am letzten Tag des nächsten Monats wieder vor dem gleichen Dilemma stehen, falls nicht der einseitig kooperierende Partner in der Zwischenzeit Pleite gemacht hat. Ein anderer Fall des iterierten Gefangenendilemmas liegt vor, wenn es während einer Dürreperiode verboten ist, den Rasen zu sprengen. In diesem Fall besteht das kooperative Verhalten in der Befolgung der Anordnung, das kompetitive Verhalten dagegen darin, den Garten heimlich zu wässern und sich dadurch einen persönlichen Vorteil zu verschaffen, zugleich aber möglicherweise den Trinkwasservorrat der Gemeinschaft aufs Spiel zu setzen. Im Zusammenhang mit der Umweltverschmutzung lassen sich ähnliche Beispiele finden.

Die Überlegung, die zur Konkurrenz führt, gilt nur für die erste Runde, ist also in einer Situation mit vielen Runden nicht vollständig. Wenn das Spiel über mehrere Runden geht, stehen nicht nur die alternativen Strategien Kooperation und Konkurrenz zur Wahl, sondern auch komplexe Langzeitstrategien. Man könnte beispielsweise kooperieren, solange der Partner kooperiert, aber nie wieder, wenn er einmal nicht kooperiert. Es wäre auch möglich, immer zu kooperieren und zu hoffen, daß der Gegner früher oder später zur Vernunft kommt. Oder ich kann, unabhängig davon, was mein Partner tut, jedes zweite Mal kooperieren. Es gibt unzählig viele solche Strategien.

[1] Mérö 2000, S. 59 f.

TIT FOR TAT[1] (Text 12)

Der amerikanische Politikwissenschaftler Robert Axelrod untersuchte theoretisch das Problem, ob sich in einer Welt, in der jeder sich selbst der nächste ist, Kooperation herausbilden kann. Dazu bat er 1979 mehrere bekannte Wissenschaftler, von denen viele schon Arbeiten über das Gefangenendilemma veröffentlicht hatten, an einem Wettbewerb teilzunehmen und die Strategie einzusenden, die ihrer Meinung nach die beste Lösung des iterierten Gefangenendilemmas darstellt. Da die eingesandte Strategie die Form eines Computerprogramms haben sollte, ließ Axelrod bei einem Turnier jedes Programm gegen jedes andere 200 Züge spielen. In jeder der 200 Runden des Turniers wurden die Programme entsprechend der folgenden Matrix ausgewertet:

		Programm 2	
		kooperiert	konkurriert
Programm 1	kooperiert	3, 3	0, 5
	konkurriert	5, 0	1, 1

Das Programm mit der insgesamt höchsten Punktzahl war der Gewinner des Turniers. Axelrod hatte nicht im voraus gesagt, wie viele Runden gespielt werden würden, deshalb blieb die Spielsituation eines unendlich iterierten Gefangenendilemmas bis zur letzten Runde gewährleistet.

Die vierzehn eingesandten Programme, die von sehr einfachen bis zu sehr komplizierten reichten, wurden durch ein fünfzehntes ergänzt, das nach einem Zufallssystem kooperierte und konkurrierte. Gewonnen hat das Programm des renommierten Sozialpsychologen Anatol Rapoport. Es war das einfachste von allen:

1. Kooperiere in der ersten Runde.
2. Tu das, was der Gegner in der vorigen Runde tat.

Rapoport nannte dieses Programm „Tit for Tat" – „Wie du mir, so ich dir". Es wird in der Literatur der Spieltheorie mit TFT abgekürzt.

[1] Mérö 2000, S. 61 ff.

Was ist an dieser überraschend einfachen Strategie so genial, daß sie selbst die superkomplexen Programme der besten Experten haushoch schlagen konnte? Einige dieser Programme versuchten sogar, die Gegner zu durchschauen mit Hilfe eines komplizierten Begriffssystems, das ein Juwel der künstlichen Intelligenz sein könnte.

Die „Charakterzüge" der Programme

Die Analyse der Programme gab Axelrod Gelegenheit, psychologische Begriffe auf eine völlig neuartige Weise zu untersuchen. Weil die Programme, anders als Menschen, leicht durchschaubar waren, ließ sich bestimmen, in welchem Ausmaß jedes Programm gewissen psychologischen Begriffen entsprach, falls diese psychologischen Begriffe hinreichend gut definiert waren, um dann zu prüfen, wie Programme mit bestimmten „Charakterzügen" beim Wettbewerb abschnitten. Welche Persönlichkeitsmerkmale helfen, in Situationen von der Art eines Gefangenendilemmas zu überleben?

Zwei Charakterzüge erwiesen sich zweifelsfrei als Teil der besten Programme. Das erste Merkmal war *Freundlichkeit*. Axelrod nannte ein Programm freundlich, wenn es niemals als erstes rivalisierte. Das bedeutet nicht, daß ein freundliches Programm nie konkurriert, sondern nur, daß es nie mit der Konkurrenz beginnt. Der andere Begriff war *Nachsichtigkeit*. Axelrod nannte ein Programm nachsichtig, wenn es nach einem „Vergehen" des Gegners bereit war, zur Kooperation zurückzukehren, sobald der Gegner kooperativ war. Fast alle Programme in der vorderen Hälfte des Feldes wiesen diese Merkmale auf, aber keines in der zweiten. Die siegreiche TFT-Strategie hatte beide Merkmale.

Axelrod versuchte dann, eine neue Strategie zu erfinden, die den Wettbewerb gewonnen haben könnte. Er konnte drei solche Strategien konstruieren, von denen eine weder freundlich war noch nachsichtig. Aber auch diese Strategie hätte gewonnen. Sie unterscheidet sich von TFT nur dadurch, daß sie Rivalität nicht sofort, sondern erst nach zwei rivalisierenden Zügen mit Rivalität vergalt. Die Ergebnisse des Turniers mußten also in zweierlei Hinsicht überprüft werden: Einerseits war es fraglich, ob es wirklich die Merkmale *Freundlichkeit* und *Nachsichtigkeit* sind, die bei einem iterierten Gefangenendilemma das Überleben begünstigen, und andererseits wäre es möglich, daß es sich lohnt, noch „nachsichtiger“ zu sein als selbst TFT.

Axelrod kündigte 1982 einen zweiten Wettbewerb an, der aufregend zu werden versprach, weil alle Teilnehmer die Ergebnisse des ersten Wettbewerbs und Axelrods Analyse kannten: Jeder wußte, daß es sich lohnt, freundlich und nachsichtig zu sein, aber eben das könnte aufgrund der Logik des Gefangenendilemmas möglicherweise von einem unfreundlichen und unnachsichtigen Programm leicht ausgenutzt werden. Aber auch das wußte jeder ...

Beim zweiten Wettbewerb wurden 62 Programme aus sechs Ländern und aus mindestens acht wissenschaftlichen Disziplinen eingereicht. Außerdem nahmen alle Programme daran teil, die in der ersten Runde hätten gewinnen können - wenn sie teilgenommen hätten.

Anatol Rapoport sandte wieder sein TFT-Programm ein, und wieder war es der Gewinner! Ein Programm, das doppelt so freundlich war wie TFT, kam auf Platz 21; das unfreundliche Programm, das beim ersten Wettbewerb gewonnen hätte, lag jetzt in der zweiten Hälfte des Feldes.

Rapoports sozialpsychologische Intuition bewährte sich also ausgezeichnet. Nichts hatte garantiert, daß TFT beim zweiten Wettbewerb gewinnen würde, und die Vertreter der anderen wissenschaftlichen Disziplinen hatten das nicht vermutet. Der Erfolg einer Strategie hängt stark von den Strategien der anderen ab: TFT kann beispielsweise niemals eine einzige Auseinandersetzung gewinnen, weil es sich zunächst einmal ausbeuten läßt und dem Gegner erst vergibt, wenn der kooperativ ist.

Auch jetzt überprüfte Axelrod die Persönlichkeitsmerkmale aller 62 Programme. Wieder stachen *Freundlichkeit* und *Nachsichtigkeit* heraus. 14 der vorne plazierten 15 Programme trugen diese Merkmale, aber weniger als die Hälfte der Programme insgesamt. Axelrod fand drei weitere Merkmale, deren Träger zumeist auf den vorderen Plätzen lagen. Das dritte Merkmal war *Provozierbarkeit*, was bedeutet, daß das Programm auf einen konkurrierenden Gegner mit großer Wahrscheinlichkeit mit Konkurrenz reagiert. Das vierte nützliche Merkmal, das zu einem guten Ergebnis führte, war *Reziprozität*; es bezieht sich darauf, daß die Reaktion des Programms weitgehend von der Strategie des Gegners abhängt. Das fünfte Merkmal, das mit einiger Aussicht zum Erfolg führte, war *Verständlichkeit*. Axelrod maß dieses Merkmal einfach an der Länge des Programms. Obwohl die Computerwissenschaft umfassendere und aussagekräftigere Komplexitätsmaße kennt, erfüllte dieses einfache Maß seinen Zweck vollkommen.

Die TFT-Strategie weist alle fünf Merkmale im größtmöglichen Ausmaß auf. Dennoch ist die fast lupenreine Demonstration dieser fünf Merkmale ein wichtiges Ergebnis, denn TFT weist trotz seiner Einfachheit viele andere Merkmale auf, die bei einer Situation, wie sie im iterierten Gefangenendilemma vorliegt, nicht wesentlich zum Erfolg beitragen (obwohl sie auch nicht schaden). Die Tatsache, daß dieses die fünf wichtigsten Merkmale sind, wurde nicht von TFT bewiesen, sondern von allen anderen Programmen. Das Geheimnis des Erfolgs von TFT besteht wahrscheinlich gerade in der Tatsache, daß es diese fünf Merkmale in einem so bemerkenswerten Ausmaß vereinen konnte. Man könnte das für selbstverständlich halten, aber Axelrod überprüfte auch viele andere Merkmale, die man intuitiv als charakteristisch für kooperative Persönlichkeiten betrachten würde und die vielen der führenden Programme fehlten, wohl jedoch Programmen eigen waren, die auf den hinteren Plätzen lagen, sich also nicht als die wirklichen Träger der Zusammenarbeit erwiesen.

Anatol Rapoport - dem wir unseren Respekt zollen, nicht nur, weil er zweimal mit seinem Programm siegte, sondern auch, weil er den Mut hatte, ein zweites Mal seinem sozialpsychologischen Gespür nachzugeben und die gleiche unverschämt einfache Strategie noch einmal einzusenden – warnt davor, TFT überzubewerten.

Er sagt, TFT reagiere gelegentlich auf ihm zugefügte Kränkungen zu schroff, indem es sich immer sofort rächt. Nach einem „unverschuldeten Fehlverhalten“ beispielsweise können sich die Gegner in einen hoffnungslosen Wettbewerb verstricken, und dem läßt sich nur abhelfen, wenn die Spieler sich gelegentlich „außer der Reihe“ vergeben.

Theoretisch läßt sich TFT leicht verbessern. Es genügt, ein Programm zu schreiben, das im allgemeinen TFT spielt, während es fortwährend beobachtet, ob der Gegner auf seine Züge überhaupt reagiert. Wenn der Gegner nicht reagiert (sondern beispielsweise rein zufällig kooperiert oder konkurriert), wird TFT zu einem konsequent kompetitiven Verhalten übergehen, weil das gegen einen solchen Gegner die effizienteste Strategie ist.

An dem Wettbewerb beteiligten sich viele solche Programme, aber sie kamen nicht auf vordere Plätze. Diese Programme sind natürlich weder freundlich (sie neigen dazu, auch dann zu rivalisieren, wenn der Gegner nicht rivalisiert) noch transparent (sie sehen lange Zeit wie TFT aus). Obwohl ihre Erfolglosigkeit uns aufgrund unseres jetzigen Wissens nicht wundert, ist es doch seltsam, daß diese Art höchst raffinierter Intelligenz so wenig effizient ist. Die von Axelrod gefundenen fünf einfachen, nicht sehr intellektuellen Merkmale scheinen in einer Welt voller Gefangenendilemmata wirksamer zu sein als der berechnende Verstand.

Die wichtigste Lehre, die wir aus Axelrods Ergebnissen ziehen können, lautet: Es ist theoretisch nicht ausgeschlossen, daß sich in einer total egoistischen Umwelt stabile Zusammenarbeit herausbildet. Die Programme waren gewinnorientiert und wurden deshalb offensichtlich lediglich von egoistischen Absichten geleitet und nicht etwa von Altruismus oder komplexen moralischen Prinzipien. Wenn sich in einem Lebewesen erst einmal das Gen für TFT (oder wenigstens die obigen fünf Charakterzüge, einschließlich der Provozierbarkeit!) entwickelt hat, ist es selbst dann zu zuverlässiger Zusammenarbeit in der Lage, wenn seine Ziele im übrigen völlig egoistisch sind.

TFT bei Stichlingen

Der Spähtrupp der Stichlinge nähert sich dem großen Fisch allmählich. Der Grund dafür könnte sein, daß das Gefangenendilemma-Spiel mehrere Runden haben soll und nicht nur eine, denn es ist sehr schwierig, in einer einzigen Runde Zusammenarbeit zu entwickeln; dann sind Axelrods Ergebnisse nicht gültig. Die Erfahrung zeigt, daß ein Spähtrupp zusammenhält und unkooperatives Verhalten – also Rückzug – nur selten vorkommt. Die Frage bleibt offen, wie Stichlinge in dieser Situation – die eindeutig ein Gefangenendilemma ist – Zusammenarbeit entwickeln konnten. Ob sie etwa TFT kennen? Und wenn nicht, wie sonst?

Der deutsche Ethologe Manfred Milinski hat sich zur Beantwortung dieser Frage ein genial einfaches Experiment ausgedacht. Er stellte ein Aquarium mit einem großen Fisch an ein Ende eines großen rechteckigen Aquariums, an dessen anderem Ende ein Stichling schwamm. Dann gaukelte er dem Stichling einen Gefährten vor, indem er an der Längsseite des Stichlingaquariums einen Spiegel anbrachte. Der Stichling erkannte nicht, daß sein Gefährte ein Spiegelbild war, und schwamm dem großen Fisch entgegen. Der erste Zug war also Kooperation, wie es TFT entspricht. Wegen des Spiegels bewegte sich sein „Gefährte“ natürlich mit. Soweit modelliert der Versuch die Situation, in der der andere kooperiert. Der Spiegel war jedoch verstellbar; und der Experimentator drehte den Spiegel von Zeit zu Zeit um 45 Grad. Der Stichling sah dann, während er zum großen Fisch hinschwamm, wie sein Gefährte zurückschwamm, also nicht kooperierte. Der Stichling schwamm dann ebenfalls zurück. Wenn der Spiegel so eingestellt war, daß der Gefährte sich einmal auf den großen Fisch zu- und einmal von ihm wegbewegte, folgte der Stichling der TFT-Strategie – mit gelegentlichen Ausnahmen – ziemlich genau. Manchmal schwamm der Stichling trotz des „Verrats“ des Gefährten vorsichtig auf den großen Fisch zu, wie Stichlinge es tun, wenn sie allein sind und eine mögliche Gefahr bemerken.

2.7 Siebente Unterrichtseinheit - Iteriertes Gefangenendilemma - Tit For Tat

Intention: Kennenlernen einer erfolgreichen Strategie für das iterierte Gefangenendilemma.

Bemerkungen

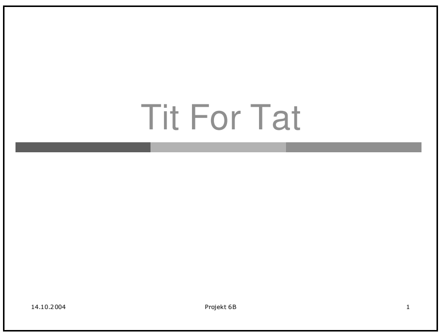
Tit For Tat ist wohl das anspruchvollste Thema des Hauptprojekts. Es gehört zu einer Besprechung des Gefangenendilemmas dazu, steht aber nicht ohne Grund am Ende der Unterrichtssequenz. Der Lehrer soll (insbesondere für die interessierteren Schülerinnen und Schüler) einen Ausblick geben und die Wichtigkeit des Gelernten (auch für die jüngste Forschung) aufzeigen. Dass TFT erst an dieser Stelle behandelt wird, soll auch dazu beitragen, die Lernenden nicht zu überfordern. Die schon behandelten Beispiele zum Gefangenendilemma und zum Problem der Gemeindewiese haben die Klasse auf diese Unterrichtseinheit vorbereitet.

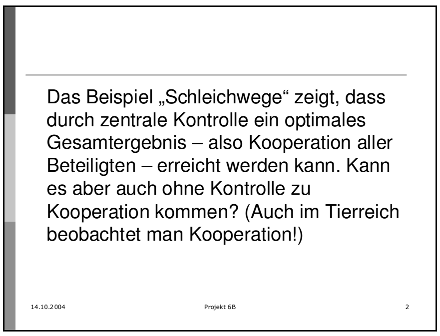
Am dem Tag, an dem diese Unterrichtseinheit durchgeführt wurde, hatte die Klasse eine Schularbeit. Der – relativ lange und diesmal auch schwierigere – Text wurde daher von vielen Schülerinnen und Schülern nicht (zur Gänze) gelesen. (Die schon angesprochene Sättigung mit dem Thema des Projekts stellt einen weiteren Grund dafür dar.)

Das Interesse am Lehrervortrag war vorhanden, weil ein Gefühl der Betroffenheit durch die vorangegangenen Unterrichtseinheiten erzeugt worden war. Die Schülerinnen und Schüler hatten ja Texte mit Inhalten aus ihrer Erfahrungswelt gelesen und sahen sich – vor allem durch die Spiele – als selbst betroffen. Diese Vorbereitung war zur gewinnbringenden Durchführung dieser Einheit notwendig.

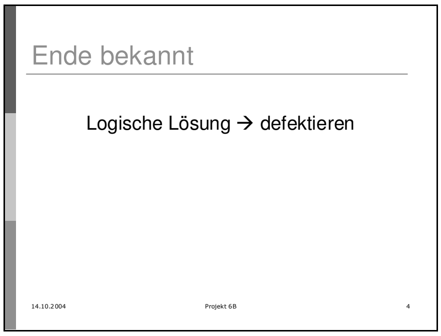
Lehrervortrag

Der Vortrag folgt im Wesentlichen den Inhalten der Texte 11 und 12 aus der Hausübung. Die verwendeten Folien sind in die folgende Unterrichtsbeschreibung eingebunden.





Gleich zu Beginn des Vortrags zeigt sich, dass einige Schülerinnen und Schüler den Text gelesen haben, sich aber zu Stundenbeginn mit den anderen solidarisierten und daher zu keiner Wortmeldung bezüglich des Textes bereit waren. Die Überschrift der ersten Folie: „Tit For Tat“ (TFT) wird beispielsweise von einem Schüler sofort mit „Wie du mir, so ich dir“ übersetzt. Das Beispiel „Schleichwege“ ist noch in guter Erinnerung; die Lernenden können Möglichkeiten zum Erreichen eines optimalen Gesamtergebnisses anführen.



Eine Schülerin kann anhand des Tauschbeispiels aus der ersten Unterrichtseinheit erklären, dass die logische Lösung bei bekanntem Ende defektieren ist:

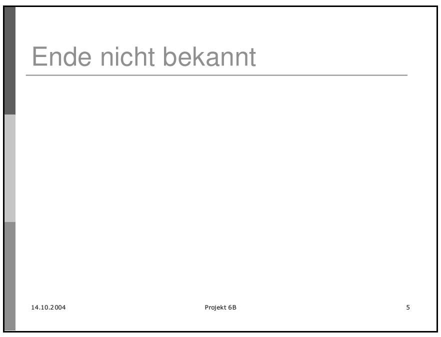
Schülerin: *Man sieht den ja nachher nie wieder.* (...) *Beim letzten Zusammentreffen wird man daher gemein sein!*

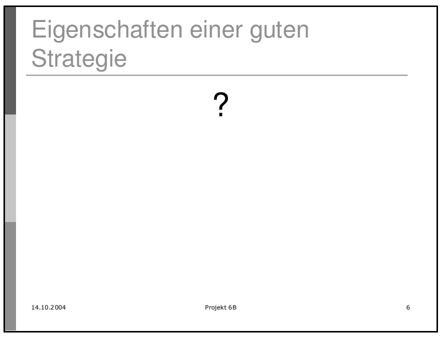
Lehrer: *Jetzt weiß der* [Anm.: der Tauschpartner] *aber schon* (...)*, dass ich beim letzten Mal gemein bin* (...)

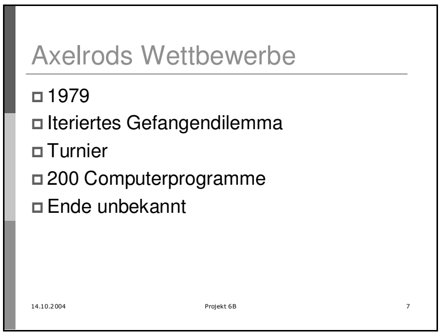
Schülerin: *Dann kann ich ihn schon beim vorletzten Tausch übers Ohr hauen!*

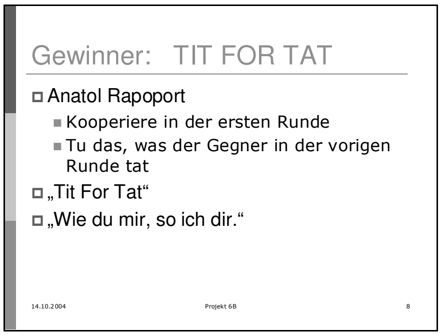
Lehrer: *... und damit auch beim ersten Mal!*

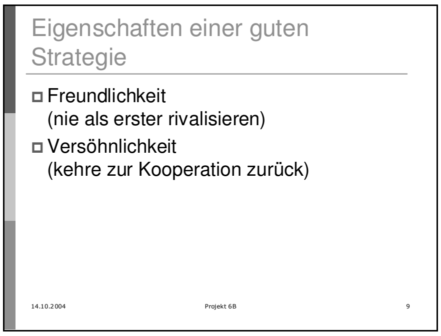
Die optimale Strategie für den Fall, dass das Ende der Beziehung bekannt ist, ist also defektieren. Wie sieht dies aber für den (häufigeren) Fall „Ende nicht bekannt“ aus; welche Eigenschaften muss eine gute Strategie in diesem Falle haben? Der Lehrer erklärt hierzu Axelrods Wettbewerbe:

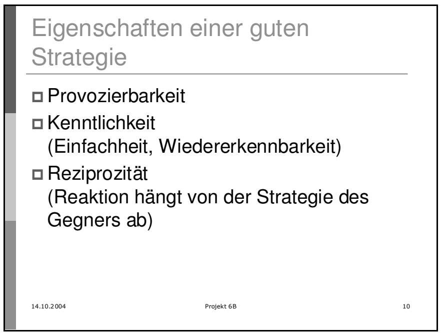




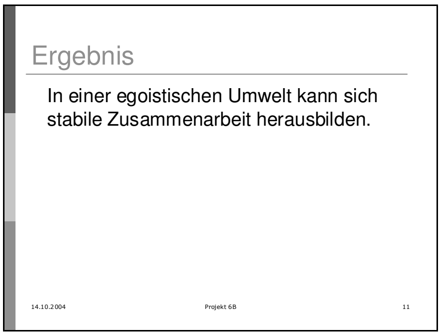


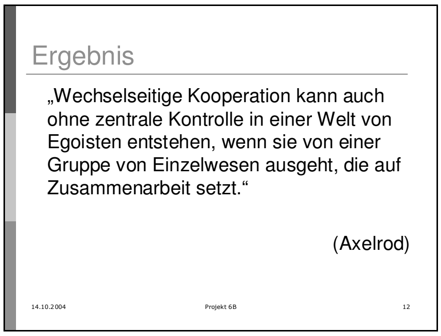






Die Tatsache, dass TFT im direkten Duell mit einem Gegner zwar nie gewinnen kann, aber im Turnier dennoch die höchste Gesamtpunkteanzahl erreicht, sorgt bei einigen Schülerinnen und Schülern für Verständnisschwierigkeiten.



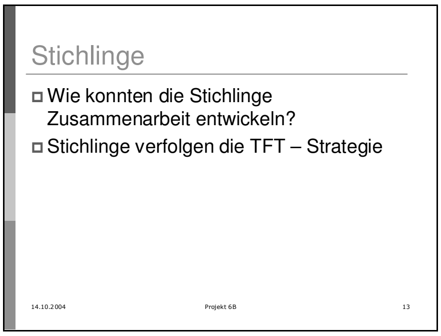


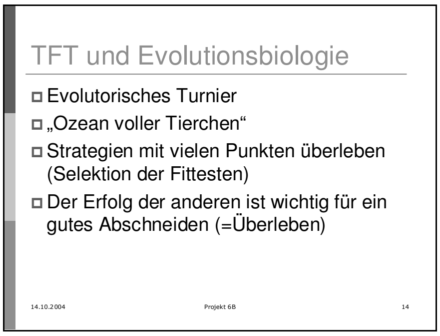
In der Diskussion mit den Lernenden unterstreicht der Lehrer, dass TFT nicht in allen Fällen die beste Strategie ist; es kann vielmehr keine universell „beste“ Strategie geben – die Qualität eines Programms hängt von seiner Umgebung ab.

Lehrer: *Wenn man* [Anm.: immer nur] *auf jemanden trifft, der immer gemein ist, ist es am besten, auch immer gemein zu sein – dann ist diese Strategie* [Anm.: TFT] *nichts wert!*

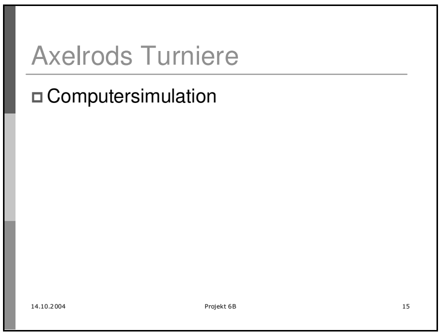
TFT kann aber zeigen, wie es unter Egoisten (wie man sie beispielsweise im Tierreich voraussetzt) zur Zusammenarbeit kommen kann. Der Lehrer schließt an das Beispiel „Stichlinge“ (S. 133: Einheit 5, Text 8) an: siehe Schluss des Textes 12 (S. 148).

Den Übergang zum Thema „TFT und Evolutionsbiologie“ wird durch die Frage nach dem Grund für das Vorhandensein der TFT-Strategie bei den Stichlingen eingeleitet: Zu mutige Fische werden beispielsweise sehr bald aussterben, weil sie oft gefressen werden; sie können daher ihr Eigenschaften nicht weitervererben.





Das evolutorische Turnier, welches als Computersimulation vorliegt, stellt man sich am besten als einen Ozean vor, in dem viele Tierchen schwimmen und unentwegt Gefangenendilemma miteinander spielen. Diejenigen, die Strategien verwenden, die viele Punkte bringen, überleben und sind demnach in der nächsten Runde des Spiels vertreten („Selektion der Fittesten“). Dennoch ist der Erfolg der anderen auch wichtig für das Überleben (das Erreichen der nächsten Runde). Wenn beispielsweise eine auf Ausbeutung ausgerichtete Strategie alle netten Gegner verliert, trifft sie immer öfter auf sich selbst und schneidet dadurch schlechter ab – bis sie schließlich selbst ausstirbt und durch bessere Strategien ersetzt wird.



Es folgen Computersimulationen dieses Turniers, die der Lehrer mithilfe eines Programms[1] der Universität von Lille vorführt. Die Strategien, die im Turnier vertreten sein sollen, können dabei ausgewählt werden. Zunächst sind dies je 100 der Strategien *TFT*, *cooperate* (kooperiert immer) und *defect* (defektiert immer). Das Ergebnis dieses evolutorischen Turniers zeigt Abbildung 32.

Die in der Abbildung dargestellte Änderung der Zusammensetzung der Strategien in jeder Generation kann mithilfe des Computers schrittweise – von Generation zu Generation – verfolgt werden. (Die Anzahl der Generationen ist waagrecht aufgetragen.) Die Strategie *defect* kann sich nur zu Beginn durch Ausbeutung von *cooperate* und Siege gegen *TFT* vermehren. Obwohl sie im direkten Aufeinandertreffen gegen die beiden anderen Strategien nie verlieren kann, stirbt sie dennoch rasch aus. Grund

[1] *Iterated Prisoner's Dilemma Simulator* (siehe S. 228, Anhang F)

dafür ist die hohe Punkteanzahl, die *cooperate* und *TFT* im direkten Aufeinandertreffen (fortwährende beiderseitige Kooperation) erhalten und außerdem das bessere Abschneiden von *cooperate* und *TFT* beim Zusammentreffen mit sich selbst.

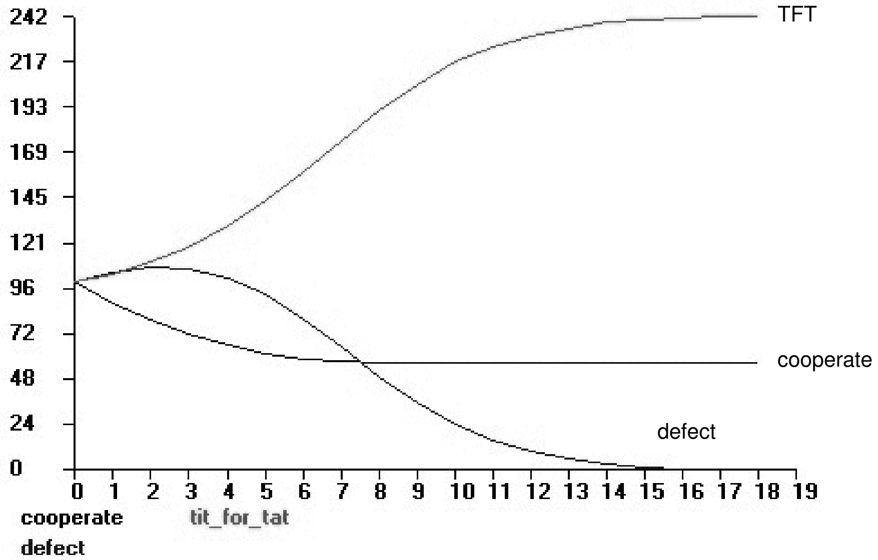


Abbildung 32: Computersimulation 1

Dass sich auch weniger *TFT*-Strategien durchsetzen können, zeigt die nächste Simulation, in der je weitere 100 Strategien *defect* beziehungsweise *cooperate* zur Ausgangskonfiguration hinzugefügt werden (Abb. 33). [Die Software zeichnet hierbei (unglücklicherweise) die je 200 Strategien *cooperate* und *defect* geteilt in zwei Gruppen zu je 100 Strategien in zwei verschiedenen Farben (übereinander) ein. Die Anzahl der Strategien *cooperate* beziehungsweise *defect*, ist daher jeweils doppelt so groß, als im Diagramm dargestellt.]

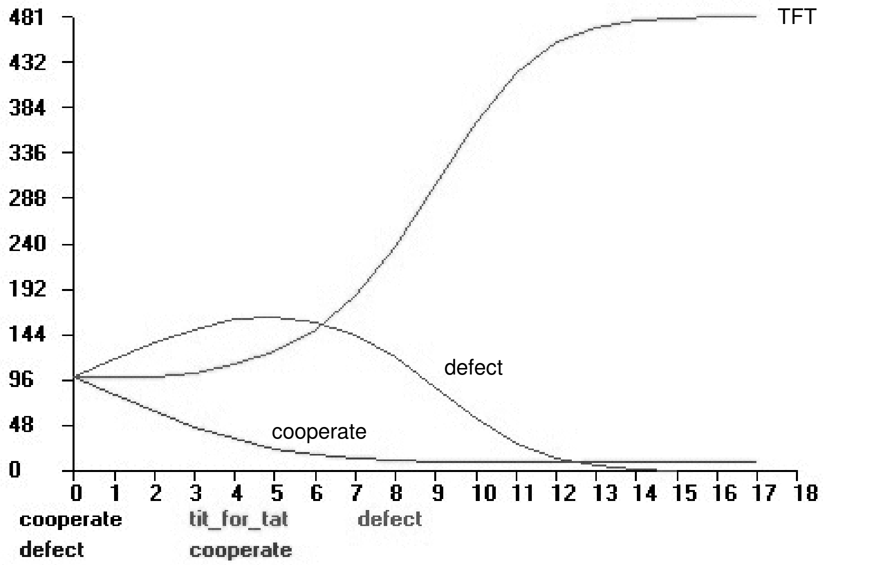
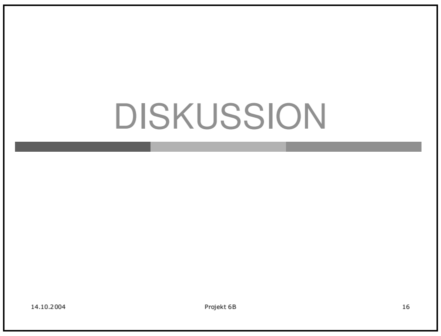
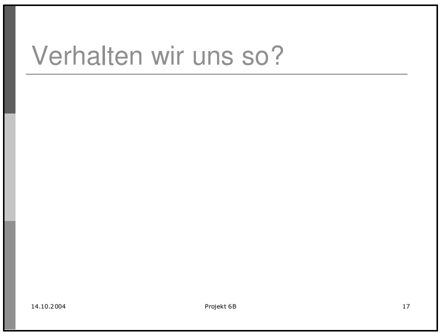


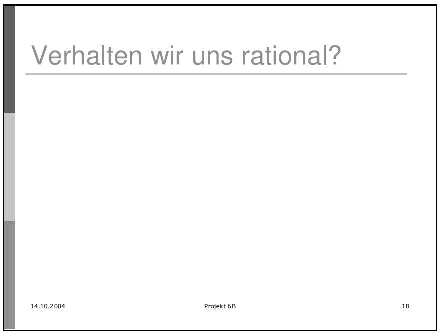
Abbildung 33: Computersimulation 2

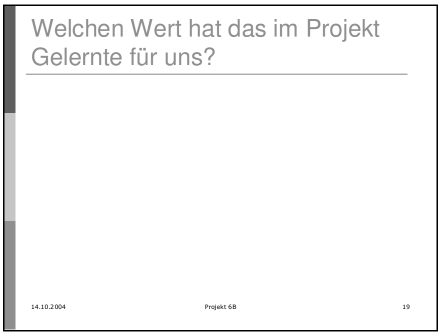
Der Lehrer zeigt weiters, dass sich auch eine noch kleinere Zahl an *TFT*-Strategien durchsetzen kann, indem er die Anzahl der anderen Strategien weiter erhöht.

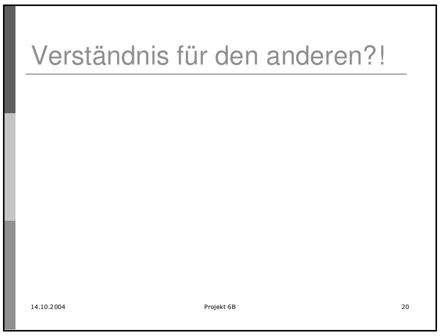
Der folgende Punkt „Diskussion" fordert nun Mitarbeit, Wortmeldungen und Ideen der Lernenden. Auf den Folien der Präsentation findet man nachstehend die den Schülerinnen und Schülern vorgelegten Diskussionsimpulse.

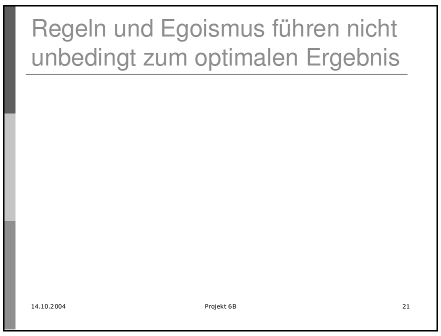












Lehrer: *Verhalten wir uns so* [Anm.: wie TFT]*?*
Schüler A: *Mehr oder weniger!*

Schüler B: *Wenn wir nichts davon wissen, verhalten wir uns sicher nicht so, wie das Tit For Tat!* (...)

Schülerin: *Ich glaub schon, dass es so ist!* [Anm.: dass wir uns so verhalten]

Schüler B: *Aber ich glaube, wenn wir das Spiel noch mal spielen würden – was sehr interessant wäre – dann würden wir uns so verhalten.*

Es folgen einige Bemerkungen zur Übertragbarkeit der Eigenschaften von TFT auf menschliches Verhalten. So stimmen die Schülerinnen und Schüler der Tatsache zu, dass es wohl sinnvoll ist, einem Unbekannten zunächst freundlich zu begegnen. Erst wenn dieser diese Verhaltensweise nicht erwidert, wird man ebenfalls unfreundlich reagieren; wir zeigen also Provozierbarkeit – wie auch TFT.

Der Lehrer stellt (in Übereinstimmung mit der Wortmeldung des Schülers B) fest, dass die Gruppen in der ersten Unterrichtseinheit zum großen Teil keine Freundlichkeit bei der ersten Begegnung zeigten; daher brachte ihnen auch der Mitspieler kein Vertrauen entgegen.

Auf die Frage nach dem Wert des Gelernten antwortet eine Schülerin (sinngemäß) mit: „*Wenn du nicht willst, dass der andere zu dir gemein ist, solltest du auch nicht gemein sein!*“ Ein gewisses Verständnis für den anderen scheint also wichtig zu sein.

Der Lehrer schließt mit einigen Sätzen zur Folie „Moral / Ethik notwendig?!“: Am Beispiel der Fische zeigte sich, dass es auch im Tierreich zu Kooperation kommen kann, obwohl die Stichlinge sicher nicht aus ethischen Prinzipien heraus handeln. Es gibt offenbar Situationen, in denen ein bestes Gesamtergebnis erreicht wird, wenn die Beteiligten egoistisch denken. Wir haben im Projekt aber auch gesehen, dass Moral oder eine Autorität helfen können.

Die Stunde wird mit einem Ausblick auf die nächste Unterrichtseinheit und der Verlautbarung der Hausübung geschlossen.

Hausübung - Aufgabenstellung

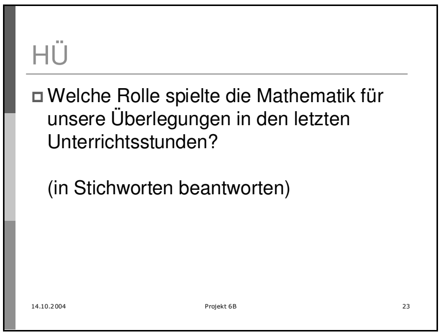
Jede Gruppe soll Stichworte zur Frage

> *Welche Rolle spielte die Mathematik für unsere Überlegungen in den letzten Unterrichtsstunden?*[1]

festhalten. (Notizen der Lernenden sind in der achten Unterrichtseinheit angeführt.)

---

[1] Der Sprung von Tit For Tat zur Rolle der Mathematik für das Hauptprojekt stellt einen für viele Schülerinnen und Schüler schwer zu bewältigenden Bruch im ansonsten „logischen“ Projektablauf dar. Die Betrachtung der Rolle der Mathematik stellt schließlich ein eigenes Thema dar, das neben der Sozialreflexion steht. Ich wollte am Ende des Hauptprojekts zeigen, wieso das Thema in den Mathematikunterricht passt und entschied mich für eine – wie sich herausstellte – zu knappe Abhandlung der Rolle der Mathematik. Für eine ausführlichere Besprechung der Rolle der Mathematik wäre mehr Freiraum für die Lernenden und damit mehr Zeit notwendig gewesen. Es zeigte sich nämlich, dass die Lernenden Schwierigkeiten mit den (starren) Vorgaben der achten Unterrichtseinheit hatten. Weitere Bemerkungen dazu finden sich im Resümee der achten Unterrichtseinheit (S. 162 ff.) sowie im Ausblick (S. 207 ff.: Teil IV, Kapitel 5).



Interviews

Ein Kollege, der den Unterricht beobachtete interviewte im Anschluss zwei Schüler und eine Schülerin. Die Fragestellungen zielen auf eine Zusammenfassung des Gelernten ab. Antworten sind dieses Mal exemplarisch angeführt.

- *Formuliere möglichst viele wohlüberlegte[1] Aussagen über deine ganz persönlichen Empfindungen, die aus den letzten sieben Unterrichtseinheiten hervorgehen!*

▤ Gut! Wir haben nicht so viel schreiben müssen (...) dafür viel lesen (...). (INT1)[2]

▤ Am Anfang war's eh spannend und unterhaltsam. Wenn das dann länger geht (...) immer das Gleiche in verschiedenen Ausführungen, dann wird's halt schon eher ein bisschen langweilig, obwohl man auch zu Gesicht kriegt (...), was es da alles gibt – mit dem Spiel. (INT2)

▤ Am interessantesten waren die Besprechungen der Texte – wenn man eine Lösung herausgefunden hat oder wenn die anderen Mitschüler eine Lösung gefunden haben. (INT3)

- *Formuliere Aussagen über das Thema „Kooperieren oder Verweigern", die aus den letzten sieben Unterrichtseinheiten hervorgehen!*

▤ Interessant war, dass die logischen Entscheidungen nicht immer die besten sind. (INT1)

▤ Es ist besser, dass man am Anfang kooperiert, dass man das Vertrauen vom Gegner gewinnt. Wenn er auch kooperiert, dann sollte man weiter kooperieren. (INT1)

▤ Wenn man verweigert ist man nur kurzfristig besser, falls der andere kooperieren will. Aber auf Dauer ist die Kooperation besser, wie wir heute noch mal erfahren haben. (INT2)

---

[1] Die unglückliche Formulierung „wohlüberlegte" Aussagen wurde bei den meisten Fragestellungen des Interviews verwendet. Da die Interviewten aufgrund des Stellens der Frage in Form eines Interviews wenig Nachdenkzeit zur Verfügung hatten, handelt es sich bei den Antworten wohl kaum um „wohlüberlegte" Aussagen.

[2] Die Aussagen aus den Interviews sind mit INT1 [Schüler, sehr gut – sehr zurückhaltend], INT2 [Schüler, gut – aktiv] bzw. INT3 [Schülerin, sehr gut – aktiv] gekennzeichnet.

- *Formuliere Aussagen über die Details der letzten sieben Unterrichtseinheiten, die dich am meisten interessiert haben!*

▤ Wie man die beste Strategie findet – das Tit For Tat! (INT1)

▤ Am spannendsten waren von den zwei verschiedenen Spielen die Anfänge, weil ich da ja noch nichts darüber gewusst habe – da ist es normalerweise immer am spannendsten. Und heute vor allem, weil wir jetzt die beste Lösung verstehen. (INT2)

▤ Die Besprechungen und die Lösungsfindungen mithilfe von Darstellungen waren am interessantesten. (...) Man würd vielleicht selber nicht auf die Darstellung kommen, aber wenn man das dann hat, dann erscheint das irgendwie logischer – also die Lösung. (Die Schülerin zitiert das Beispiel „Schleichwege".) (INT3)

- *Formuliere Aussagen über die Schwierigkeiten, die dir die letzten sieben Unterrichtseinheiten bereitet haben!*

▤ Es gab viel zuhause zu tun; es hat viel von der Freizeit aufgebraucht. (INT1)

▤ Schwierigkeiten, die Stimmungsberichte zu schreiben (...) (INT1, INT2, INT3)

▤ Keine Verständnisschwierigkeiten (...); es war immer klar, worum's geht (INT2)

▤ Durch die Spiele (...) wenn man nachdenkt, was man tun sollte (...) versteht man das Problem besser. (INT1)

- *Formuliere Aussagen über das Bild, die Tätigkeit und die Absichten deines Lehrers in den letzten sieben Unterrichtseinheiten!*

▤ Normalerweise erklärt er [Anm.: der Lehrer] mehr, und da haben wir jetzt mehr selbst überlegen sollen. (INT1)

▤ Dass man darüber nachdenkt (...) und sich im Klaren ist, wie man selber handeln würde. (INT3)

▤ Er will, dass wir uns mehr zur Kooperation entscheiden. (...) Weil so eben das Leben leichter ist (...); aber nur, wenn der auch kooperiert. (INT1)

▤ Man soll mehr logisch denken (...) und versuchen, das Gelernte anzuwenden (...), falls wir's mal im Leben brauchen. (INT2)

Resümee

Die Aussagen aus den Interviews betreffen mehrheitlich nicht speziell diese Unterrichtseinheit. Die folgende These wird daher mit Aussagen aus den Stimmungsberichten belegt.

<u>These:</u> Der Vortrag stellt eine für das Projekt wichtige Zusammenfassung dar; ein Großteil der Schülerinnen und Schüler fand den Vortrag interessant und wichtig – wiederum wurde aber nur ein Teil der Klasse zu eigenen Überlegungen angeregt.

Die Präsentation der „Lösung" TFT stellt für viele Schülerinnen und Schüler einen Höhepunkt im Projekt dar, obwohl das Thema ein hohes Abstraktionsniveau aufweist, und daher nicht alle Lernenden den Ausführungen des Lehrers bis zum Ende hin folgen konnten. Die Konzentration ließ während des Vortrags nach – erst die Computersimulationen bewirkten wieder eine Aufmerksamkeitssteigerung.

Die Schülerinnen und Schüler, die sich auf den unteren Reflexionsebenen befinden, zeigen jetzt wieder erhöhtes Interesse; sie wollen wissen, wie man die Spiele am besten spielt. Sie sind zufrieden mit der Lösung TFT.

Diejenigen, die zu eigenen Reflexionen vorgedrungen sind, sind an der Präsentation und im Speziellen an den Computerturnieren genauso interessiert. Sie sind jedoch mit dem Ergebnis nicht ganz zufrieden, weil sie erkennen, dass es die beste Lösung für alle Fälle leider doch nicht gibt.

Allen gemeinsam ist eine immer stärker zu bemerkende „Sättigung" bezüglich des behandelten Themas.

- In dieser Stunde konnte man fast eine Stecknadel runterfallen hören lassen. Ich fand es interessant zu hören, was die beste Strategie ist.

- Vor allem fand ich faszinierend, dass bei dem Wettkampf von Axelrod die einfachste Strategie, nämlich die Tit-For-Tat-Strategie gewann.

- Diese Unterrichtsstunde war sehr interessant, weil wir endlich zu einer Lösung des Gefangenendilemmas gekommen sind. Ich fand es gut, dass dieser Teil des Projekts vom Lehrer vorgetragen wurde, denn die Lösung des Problems ist meiner Meinung nach am wichtigsten und sollte daher von jedem Schüler verstanden werden. Das hatte auch den Vorteil, dass wir die vielen Seiten, auf denen der Inhalt dieser Stunde stand, nicht selbst lesen mussten, sonder uns vom Lehrer erklären lassen konnten.

- Die PowerPoint-Präsentation war sehr interessant, weil sie vieles zusammengefasst hat. Am meisten beeindruckt hat mich das Programm, wo man sah, wenn verschiedene Programme gegeneinander spielten und die Lösung in einem Diagramm sah.

- Nun wissen wir endlich den Lösungsvorschlag Tit For Tat, den ich eigentlich als nicht so effektiv sehe, obwohl die Statistiken für ihn sprechen (beim 1. Zug verliert er!), und können endlich wieder zur normalen Mathestunde und zu „leichteren" Hausübungen zurückkehren.

2.8 Achte Unterrichtseinheit - Nutzen der Mathematisierung

Intention: Die Lernenden sollen die Rolle, welche der Mathematik im Projekt zukommt, erkennen.

Der Lehrer betont am Beginn der Stunde, dass dem im Projekt spielerisch behandelten Thema – im Vergleich zur übrigen Schulmathematik – neuere Forschungen zu Grunde liegen. Die Computerturniere von Axelrod sind beispielsweise erst ungefähr 25 Jahre alt.

Als Ergänzung zur letzten Unterrichtseinheit zitiert der Lehrer eine Textpassage aus Axelrods Buch, in der dieser allgemeine Schlussfolgerungen aus dem Turnier zieht:

Die den Mitspielern beim Gefangenendilemma in diesem Buch erteilten Ratschläge könnte man auch den politischen Führern ans Herz legen: Seid nicht neidisch, begeht nicht als erste einen Wortbruch, vergeltet sowohl Kooperation wie Verrat und versucht nur nicht, zu clever zu sein. Analog könnten die hier diskutierten Techniken zur Förderung der Kooperation beim Gefangenendilemma auch in der internationalen Politik helfen, ein besseres Klima der Zusammenarbeit zu schaffen.

Das Fatale an dem Problem ist, daß man aus Erfahrung leider nur sehr langsam klug wird. Die Aussichten mögen auf lange Sicht zwar durchaus günstig sein, aber vielleicht bleibt uns nicht mehr genug Zeit, um zu warten, bis uns blinde Abläufe langsam in Richtung beiderseitig vorteilhafter Strategien auf der Grundlage der Zusammenarbeit lenken. Wenn wir den Prozeß besser verstünden, könnten wir vielleicht unsere Einsicht nutzen, um die Evolution der Kooperation zu beschleunigen. (Axelrod 1984, S. 172 – zitiert nach Hofstadter 1983)

Der Lehrer betont insbesondere den letzten Satz: Das Hauptprojekt zielte nicht etwa – wie von einigen Schülerinnen und Schülern vermutet – in erster Linie darauf ab, sie zu besseren Menschen zu machen, die vermehrt auf Kooperation setzen. Vielmehr ginge es besonders darum, neue Einsichten zu gewinnen und zu verstehen, warum es zu den Verhaltensweisen, die im Zusammenhang mit dem Gefangenendilemma besprochen wurden, kommt (Lehrer: „*Verstehen, warum es so ist, wie es ist!*"). Diese könnten dann auch auf einem höheren Niveau, als vor dem Projekt, analysiert und verstanden werden (Lehrer: „*Wenn man mehr weiß, kann man an solche Situationen anders herangehen.*").

Es folgt eine Gruppenarbeit, in der die Lernenden anhand der Stichworte aus der Hausübung jetzt noch einmal gemeinsam über die Rolle der Mathematik für das Projekt diskutieren sollen. Dazu schreibt der Lehrer einige Impulssätze an die Tafel, die als Denkanstöße zu verstehen sind. Die Arbeitszeit in den Gruppen beträgt 15 Minuten; danach soll ein Mitglied jeder Gruppe deren Ergebnisse präsentieren können.

Impulse (Tafel):

- Nutzen der Mathematisierung
- Dinge auf den Punkt bringen
- Die Rolle der Zahl-Zuordnungen
- Die Mathematik hilft, von sich selbst abzusehen!
- Darstellungsformen
- Was kann die Mathematik? / Was nicht?
- Wichtigkeit des Gelernten
- Wie kommt man zu einer Entscheidung?

Grundlage für die Arbeit in den Gruppen sind dabei die bereits in der Hausübung angefertigten Notizen; einige sind nachfolgend angeführt:

Welche Rolle spielt die Mathematik für unsere Überlegungen in den letzten Unterrichtsstunden?

- Veranschaulichung des Gefangenendilemmas in einer Matrix
- Finden der besten Lösung für jeden einzelnen
- Darstellung und Berechnung eines optimalen Gleichgewichtes bei der Schleichweg-Geschichte

Rolle der Mathematik:

- sie hilft uns, sich mit Statistiken besser auszukennen.
- sie hilft uns, Quoten, Verhältnisse, Summen auszurechnen (Punkteanzahl)
- wenn ... dann ... sonst, wie in der Mathematik bei z.B. Herleitung von Formeln, „wenn ich x nehme dann verschaffe ich mir einen Vorteil, sonst wenn er x nimmt, nehm ich doch lieber y."
- Wahrscheinlichkeitsrechnung
- man kann dann besser mit Zahlen umgehen
- dank der Mathematik kann man eigentlich besser Diagramme ablesen.

Welche Rolle spielt die Mathematik?

- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Gegner X/Y nimmt
- logisches Überlegen wird geübt
- Problemlösung

Die oben angeführten Impulse scheinen viele Schülerinnen und Schüler zunächst zu verwirren. Einerseits sind manche Punkte offensichtlich nicht verständlich; andererseits versuchen einige Gruppen, die Impulse – wie Fragen – der Reihe nach zu beantworten. Der Lehrer weist die Lernenden darauf hin, dass sie alles, was ihnen zur Fragestellung „Was bringt die Mathematik?" einfällt, aufschreiben sollen. Es folgen Passagen aus den Präsentationen der Lernenden:

- *Die Darstellungsmöglichkeiten sind vor allem hinweisend darauf, dass das hauptsächlich in Mathematik gemacht werden kann; weil in anderen Fächern könnte man schwer Tabellen aufzeichnen* (...). *Dann noch die Punktevergabe für die verschiedenen Ergebnisse: Dass zum Beispiel das bessere Ergebnis für einen selber mehr Punkte* (...) *zugesprochen bekommt. Das ist* (...) *hinweisend* *darauf, dass es in Mathematik gemacht werden kann. Die Beispiele sind auch eigentlich fast nur durch logisches Denken zu lösen, und das ist auch wieder ein Kennzeichen dafür, dass das mathematisch ist.*

- *Die Darstellungsformen waren grafische und in Tabellen.*
- *In anderen Fächern sind Tabellen ja eigentlich nicht so Unterrichtsbestandteil, oder Grafiken.*
- *Wenn man Mathematik überhaupt nicht kann, kann man die Tabellen nicht lesen.*
- *Man kennt sich auch besser mit Statistiken aus* (...) *Prozentrechnungen kommen auch vor in der Mathematik* (...) *und bei den Dilemmata. Die Mathematik hilft uns,* (...) *Verhältnisse und Summen auszurechnen. Bei der Punkteanzahl haben wir zum Beispiel auch ganz einfach nur die Punkteanzahl zusammenaddiert.*
- *Die Mathematik hier ist eigentlich sehr einfach – sie ist nicht sehr anspruchsvoll.* (...) *Das Schwierigste war das Diagramme verstehen.*
- *Man argumentiert Lösungsvorschläge.*
- *Logisches Denken ist wichtig für die Absprachen.* Der Lehrer ergänzt: *Wenn man nur zu zweit ist, kann man durch Reden – durch das Besprechen der Vor- und Nachteile zu einer Entscheidung kommen; wenn aber die Gruppe groß ist, kann man mit mathematischen Diagrammen handfest diskutieren oder etwas ausrechnen und dadurch überzeugen.*

Der Lehrer schließt den Unterricht mit der Bekanntgabe der Hausübung, die Angabe wird in schriftlicher Form ausgeteilt. Die Klasse bekommt eine Woche Zeit, um den Aufsatz abzugeben.

Hausübung - Aufgabenstellung

Hausübung (8. Einheit)

Verfasse einen Aufsatz zum Projekt. Versuche dabei, auf das für dich Wesentliche einzugehen. Arbeite nach dem Motto „Was würde ich 5 von mir geschätzten Leuten mitteilen wollen?“
Folgende Punkte müssen im Aufsatz auf alle Fälle angesprochen werden.

- Unser Verhalten und das Gefangenendilemma
- Die Rolle bzw. der Nutzen der Mathematik für uns
- Die Wichtigkeit des Gelernten

Es gibt keine Vorgabe für die Länge des Aufsatzes. Bewertungsgrundlage wird sein, wie viel „G’scheites“ man über das Thema des Projekts schreiben kann.

Interviews

Folgende Fragen bildeten den Rahmen der an die Stunde angeschlossenen Interviews, die die Unterrichtsbeobachterin mit zwei Schülern und einer Schülerin durchführte.

- *Wie war die Stunde für dich und die anderen?*
  (Was war interessant? Was war weniger interessant?)
- *Soll euer Lehrer weiterhin diesen Unterrichtsstil beibehalten?*
  (Ist die Lehrerrolle themenabhängig?)
- *Erlebst du eine Veränderung bezüglich deines Interesses zum Fach Mathematik*
  (Gibt es etwas Interessantes?)
- *In wie weit passt für dich der Inhalt des Projekts in den Mathematikunterricht?*
- *Was hast du im Projekt gelernt?*
  (Was wollte – glaubst du – der Lehrer?)

Die Lernenden fanden in dieser Unterrichtseinheit großteils einen interessanten und wichtigen Abschluss. Fragen wie „*Wieso haben wir das im Unterrichtsfach Mathematik gemacht?*“ wurden gerne diskutiert. Viele Schülerinnen und Schüler hätten als Abschluss des Projekts jedoch gerne noch einmal das Gefangenendilemma-Spiel aus der ersten Unterrichtseinheit gespielt. Der Unterrichtsstil war laut Interviews nur für dieses Thema passend:

> „*Bei der normalen Mathematik ist glaub ich der ganz normale Unterricht besser.*“ (INT3)

Eine Änderung des Interesses der Klasse an der Mathematik ist nicht festzustellen; allerdings wird die Mathematik jetzt als vielschichtiger und umfassender als bisher gesehen.

Resümee

Die Nachbetrachtung dieser Unterrichtseinheit lieferte kaum neue Erkenntnisse. Dass zur Mathematik mehr als nur Rechnen gehört, scheint den Lernenden klar zu sein. Weiterführende Reflexionen über die Rolle der Mathematik für das Projekt sind aber nur in Ansätzen zu finden. Mathematik steckt für die meisten Gruppen in den Darstellungsformen und im logischen Denken, das zur Mathematik gezählt wird. Die Mathematik wird als Hilfsmittel erkannt. Die Schülerinnen und Schüler haben den Eindruck, etwas Wichtiges für das Leben gelernt zu haben und würden sich Projekte dieser Art öfter wünschen.

> <u>These 1:</u> Die Mathematisierung wird von den Schülerinnen und Schülern erkannt und für sinnvoll erachtet.

> <u>These 2:</u> Die vom Lehrer formulierten Diskussionsimpulse waren für die Lernenden zum Teil zu schwierig; die Zeit für die Reflexion über die Rolle der Mathema-

tik war zu kurz bemessen und der Unterrichtsablauf zu stark durch den Lehrer vorgegeben.

These 3: Die Schülerinnen und Schüler haben den Eindruck, etwas fürs Leben gelernt zu haben.

These 1: Die Mathematisierung wird von den Schülerinnen und Schülern erkannt und für sinnvoll erachtet.

Die Schülerinnen und Schüler sehen die Rolle der Mathematik im Anbieten von Hilfsmitteln. Dies sind einerseits Zahlen und zugehörige einfache Rechenoperationen (Addition der Auszahlungen, die in Form von Punkten gegeben waren) und andererseits Darstellungsformen wie Matrizen, Tabellen und Grafen. Der Mathematikunterricht befähige dabei zum Lesen dieser Darstellungsformen und diene auch dem Verständnis von Texten.

Die Inhalte des Projekts würden – nach Meinung der Lernenden – kaum in einen anderen Unterrichtsgegenstand passen; erwähnt werden jedoch die Fächer Psychologie und Religion.

Die Verwendung der Mathematik (in oben genannter Form) wurde von den Schülerinnen und Schülern in keiner Weise weder abgelehnt noch hinterfragt, sondern als naheliegend befürwortet. Das Addieren der Punkte, um den Sieger des „Gefangenendilemma – Spiels" zu finden, oder die Verwendung von Diagrammen und Matrizen erschienen den Lernenden durchwegs als sinnvoll.

▤ Man hat im Projekt Diagramme lesen müssen, Tabellen ausarbeiten und logisches Denken – deshalb die Mathematik und nicht irgendein anderes Fach. (INT3)[1]

▤ Die Diagramme und die Statistiken; das passt zum Mathematikunterricht. Die waren sehr gut für die Veranschaulichung des Projekts. (INT1)

▤ Er [Anm.: Der Lehrer] wollte, dass wir anders von der Mathematik denken und dass wir uns darüber Gedanken machen und dass es einmal ein bisschen Abwechslung eben gibt. Und das verstehen wir jetzt besser und das hat er glaub ich erreicht damit. Dass es nicht immer nur so nach Beispielen gehen muss und Regeln, sondern dass auch hinter den Spielen Mathematik steckt – wie zum Beispiel letztes Jahr. (...) Dass man auch Mathematik mit Spielen verbinden kann. (INT1)

▤ (...) Ich weiß nicht genau. Es war logisch denken und so (...) in Textbeispielen muss man ja auch logisch denken (...) Diagramme, Tabellen anfertigen. (...) Das Vortragen von Texten und Geschichten passt nicht so, das passt eher in den Deutschunterricht. (INT3)

---

[1] Datenmaterial:

Stimmungsberichte: Aussagen aus den Stimmungsberichten sind mit ST gekennzeichnet.

Interviews: Aussagen aus den Interviews sind mit INT1 [Schüler, gut – sehr aktiv], INT2 [Schüler, sehr gut – aktiv] bzw. INT3 [Schülerin, gut – aktiv] gekennzeichnet.

Es würde auch zum Fach Psychologie passen – oder Sozialkunde! (INT2)

Ich denke, dass die Mathematik nicht viel mit den Dilemmata zu tun hat. Aber in welchem Schulfach könnte man so etwas sonst besprechen? Am ehesten vielleicht noch in der 7. Klasse, wenn wir Psychologie haben. Aber vielleicht kommt einmal ein Mathematiker auf die totale Lösung dieser Dilemmata mit einer mathematischen Formel. Mathematik ist auch logisch. Das könnte ein Grund dafür sein warum man diese Dilemmata in der Mathematik bespricht. Ich wüsste aber nicht, warum das Gefangenendilemma logisch ist. (ST)

These 2: Die vom Lehrer formulierten Diskussionsimpulse waren für die Lernenden zum Teil zu schwierig; die Zeit für die Reflexion über die Rolle der Mathematik war zu kurz bemessen und der Unterrichtsablauf zu stark durch den Lehrer vorgegeben.

Die meisten Lernenden konnten mit den folgenden Impulsen, die an der Tafel standen, nichts oder nur sehr wenig anfangen:

- Nutzen der Mathematisierung
- Dinge auf den Punkt bringen
- Was kann die Mathematik? / Was nicht?
- Die Mathematik hilft, von sich selbst abzusehen!
- Die Rolle der Zahl-Zuordnungen

Durch Gespräche mit den Gruppen konnte der Lehrer allerdings weiterhelfen und einige Schülerinnen und Schüler zur Reflexion über die Rolle der Mathematik animieren. Die Gruppen arbeiteten trotz der anfänglichen Schwierigkeiten großteils sehr intensiv und konzentrierten sich dabei auf die anderen Punkte:

- Darstellungsformen
- Wichtigkeit des Gelernten
- Wie kommt man zu einer Entscheidung?

Besonders die Darstellungsformen (Tabellen, Matrizen, Grafiken) wurden hervorgehoben – siehe These 1. Die von den Lernenden bestätigte Wichtigkeit des Gelernten steht in Zusammenhang mit These 3 und den dort angeführten Äußerungen. Uneinigkeit gab es beim letzten Impulssatz, „Wie kommt man zu einer Entscheidung?". „Logisch denken", „Alternativen abwägen" und „zusammenarbeiten" waren die vorherrschenden Schlagworte.

Die Fragen waren – find ich – ein bisschen zu schwer, und es wussten viele nicht, was damit gemeint ist. Aber die paar, die wir beantworten konnten, haben wir beantwortet. (INT1)

Die Fragen waren relativ schwer – da hat man wirklich viel wissen müssen über das Projekt. (...) Die sind gar nicht herausgegangen aus dem Projekt. (...) Ein paar

Fragen waren interessant – zum Beispiel, was wichtig war im Projekt und was wir daraus gelernt haben. (INT2)

- Meiner Meinung nach war die letzte Stunde die schwierigste. (...) Man hätte aber kurz zum Schluss das Spiel von der ersten Stunde anbringen können. (ST)

These 3: Die Schülerinnen und Schüler haben den Eindruck, etwas fürs Leben gelernt zu haben.

Die Anwendung des Gelernten im Alltag erscheint für die meisten Schülerinnen und Schüler als möglich und sinnvoll. (Die zu Stundenbeginn vorgelesene Textstelle aus Axelrods Buch sorgte beispielsweise für großes Interesse.)

- Der Vergleich mit der Politik war interessant. (INT1)
- Interessant war, ob wir das dann mal brauchen können – im späteren Leben. (...) Wenn man sich entscheiden muss, dann kann man das – denk ich – manchmal anwenden. (...) werd' ich mich daran erinnern. (INT1)
- Dass man als Gruppe viel mehr erreichen kann. Jeder selber hat eine Ansicht, aber die anderen denken wieder anders darüber. (...) (INT2)
- Die goldene Regel ist sehr wichtig. (...) In der Volksschule hat das auch unsere Lehrerin gesagt. Man trifft eigentlich im ganzen Leben auf solche Dilemmata. Zum Beispiel: „Darf ich einen Schluck von deinem Trinken haben?“ Wenn man da „Nein!“ sagt, kriegt man dann später nichts mehr. (INT2)
- Es hat ja auch was mit Tic-Tac-Toe zu tun. (...) Möglichkeiten zu entscheiden. (...) Er [Anm.: Der Lehrer] findet's wahrscheinlich interessant und wollte uns das auch rüberbringen, dass es eigentlich überall so was gibt [Anm.: Entscheidungssituationen]. (INT2)
- Dass man logisch überlegen soll, bevor man handelt. Dass logisches Denken sehr wichtig ist im Alltag. (...) Dass man zusammenarbeiten soll in der Gruppe. (INT3)

3 Schularbeit

Die Abprüfung des Projektthemas im Rahmen einer Schularbeit gab dem Projekt einen angemessenen Stellenwert im Unterricht; die Schülerinnen und Schüler sollten die Bedeutung der Inhalte (für den Lehrer) sehen: Die Mathematik wurde nicht etwa für den Zeitraum der Durchführung des Projekts ausgesetzt; vielmehr gehörte die neue Form des Mathematikunterrichts dazu, und das Gelernte wurde wie die anderen Stoffgebiete eben auch abgeprüft.

Die Schülerinnen und Schüler hatten zunächst Bedenken: *„Aufsatz zu einer Mathematik-Schularbeit?“*. Die Rückmeldungen des Lehrers zu den Hausübungen und das erneute Aufgreifen des Projektthemas im Rahmen einer Wiederholungsstunde für die Schularbeit bereiteten die Klasse aber ausreichend vor. Die zentrale Fragestellung der Übungsstunde lautete:

Wie kann man mithilfe des Gefangenendilemmas das Zustandekommen der „Rüstungsspirale“ erklären? Welche Auswege gibt es deiner Meinung nach?

Der Lehrer betonte, dass dies einer Fragestellung bei der Schularbeit entspräche, deren Beantwortung werde aber nur eine von vier Aufgabestellungen darstellen.

Die übrigen drei Beispiele der (einstündigen) Schularbeit beschäftigten sich mit dem vor dem Projekt durchgenommenen Lehrstoff und waren großteils Rechenbeispiele. Das Projekt wurde also in „abgeschwächter“ Form bei der Schularbeit abgeprüft; es gab auch Befürchtungen der Lernenden, bei der Abprüfung des Projektthemas schlechter abzuschneiden als bei den Rechenaufgaben.

Bei der Schularbeit gab es (wie auch sonst) zwei Gruppen, wobei jeder Gruppe zwei der folgenden Fragen zur Wahl gestellt wurden (Frage 1 und Frage 2 bzw. Frage 2 und Frage 3). Da für die Schülerinnen und Schüler diese Art von Aufgabenstellung im Rahmen einer Mathematik-Schularbeit neu ist, sollte dies eine weitere „Entschärfung“ der Situation bedeuten.

Fragestellungen:

1. *Kann das Problem der Gemeindewiese unser Verhalten erklären? Nimm anhand des Beispiels „Schleichwege“ (Wahl zwischen Zug und Auto) Stellung!*
2. *Welchen Nutzen kann deiner Meinung nach die Kenntnis des Gefangenendilemmas für uns haben? Erläutere anhand eines konkreten Beispiels, in dem eine dem Gefangenendilemma entsprechende Situation vorkommt.*
3. *Welche Gemeinsamkeiten gibt es zwischen Umweltverschmutzung (z.B. durch Wegwerfen von Flaschen) und der Verwendung des Autos (anstelle öffentlicher*

Verkehrsmittel)? Wie würdest du in einer solchen Situation zu einer Entscheidung kommen?

Die Fragestellungen verbinden das Verständnis des Problems mit Argumentation und Reflexion. Unabhängig davon, welche Reflexionsebene erreicht wurde, sollte es möglich sein, zumindest einen Teil der Frage (auf entsprechendem Niveau) zu beantworten. Die obigen Formulierungen verlangen dabei zumindest das Aufgreifen von Reflexionen anderer: Die Schülerinnen und Schüler werden zu Beurteilungen (*„Kann das Problem der Gemeindewiese unser Verhalten erklären?“*), zur Äußerung der eigenen Meinung (*„Wie würdest du...“*) und zum Suchen von Gemeinsamkeiten aufgefordert. Dazu sollen sie die Bedeutung des Gelernten für sich selbst beurteilen und Beziehungen des Projektthemas zu den Fragestellungen herstellen, was eine Beantwortung auf der höchsten Reflexionsebene bedeuten würde. Da aber Reflexionen, die von einigen Lernenden im Unterricht angestellt wurden, jetzt zum „Wissen“ zu zählen sind und eben „nur“ erneut aufgegriffen werden können, erreichen nur einige Schülerinnen und Schüler die Ebene kreativer (neuer!) Reflexion.

Bei der Auswertung der Schularbeit wurde die Beantwortung der Fragen auf niedrigen Reflexionsebenen (das „Wissen“ über die Inhalte des Projekts und die Reflexionen anderer) stärker gewichtet – für ein „Sehr gut“ war aber das Erreichen der höchsten Reflexionsebene Voraussetzung. [Im Rahmen des Versuchs einer quantitativen Auswertung des Projekts befindet sich im Resümee des Projekts eine ausführliche Beschreibung der Punktevergabe. Vorher soll aber anhand von ausgewählten Zitaten aus dem Unterricht wie schon bei den Stundenresümees qualitativ gezeigt werden, was in dieser Situation (in dieser Klasse) erreicht werden konnte.]

Ein Großteil der Schülerinnen und Schüler wählte (wie erwartet) Frage 2. Diese Frage bezieht sich auf den Kern des Projekts, der natürlich am ausführlichsten erörtert worden war, und ermöglichte die selbständige Auswahl eines der besprochenen Beispiele. Die beiden anderen Fragestellungen hingegen sind mit konkreten Situationen verbunden, was für den Teil der reinen Wissensabprüfung der Frage weniger Freiheiten bot.

Die Schularbeiten befinden sich auszugsweise im abschließenden Resümee und dienen als Belege der dort aufgestellten Thesen. Es folgen noch einige allgemeine Bemerkungen zu den Antworten der Schülerinnen und Schüler.

Ein Missverständnis, das im Projekt bei einigen Schülerinnen und Schülern auftrat, ist die Meinung, dass Kooperieren in Situationen, die dem Gefangenendilemma entsprechen, immer am besten ist. Diese Ansicht findet sich auch in einer Schularbeit wieder.

Als wesentliche Gemeinsamkeit zwischen Umweltverschmutzung (Wegwerfen von Flaschen) und Verwendung des Autos beschreiben zwei Arbeiten die Faulheit der Leute und erwähnen die neuen Erkenntnisse aus dem Projekt nur am Rande.

Im Allgemeinen sind die Antworten bei den Hausübungen besser (mehr eigene Ideen, höhere Reflexionsebene) als bei der Schularbeit, wo sich wenig neue, kreative Leistungen finden lassen. Schon bei der Planung der Schularbeit erschien es als wichtig, zu beachten, dass Reflektieren in einer Prüfungssituation schwierig ist. Das zeigte sich auch bei der Auswertung der Schularbeit; es wurden großteils nur bereits bestätigte Antworten – die zuvor im Unterricht, bei der Hausübung oder in einem Interview durch den Lernenden selbst oder durch Mitschüler und Mitschülerinnen gegeben wurden – verwendet. Reflexion erfordert eben ein Maß an Freiheit, welches bei der Schularbeit im Allgemeinen nicht gegeben zu sein scheint.

Dem könnte nun entgegengehalten werden, dass beispielsweise bei Deutsch-Schularbeiten häufig sehr kreative Leistungen notwendig sind, und diese auch zu einem großen Teil erbracht werden. Das Problem ist hier wohl in der Erwartungshaltung der Lernenden zu sehen. Die Mathematik-Schularbeit prüft, wenn kreative Leistungen gefragt sind, eine andere Form der Kreativität – in einem viel engeren Rahmen – ab. Und dies scheint den Schülerinnen und Schülern in hohem Maße verinnerlicht zu sein. Außerdem muss ein reflexionsorientierter Unterricht ja nicht unbedingt Stoff für eine Schularbeit liefern – der Versuch im Rahmen dieses Projekts soll zeigen, was dabei erreicht und erwartet werden kann.

Drei Lernende verwendeten zur Beantwortung der jeweiligen Frage neue Beispiele, obwohl die gelesenen Texte eine große Auswahl beinhalteten. Zwei der neuen Beispiele waren Abwandlungen der im Projekt besprochenen Texte und passten zur Fragestellung; das dritte Beispiel entsprach nur bedingt dem Gefangenendilemma, weil die Möglichkeit der freien Entscheidung zwischen den beiden gegebenen Handlungsalternativen nicht gegeben war.

Wichtig zu bemerken erscheint mir noch, dass zumindest die unterste Reflexionsebene bei allen Arbeiten zu finden war. Obwohl – wie schon erwähnt – in einigen Antworten Fehler enthalten waren und kreative Reflexionen fehlten, zeigten alle Schülerinnen und Schüler ein – für mich genügend hohes – Verständnis der Grundlagen des Projekts.

4 SchülerInnenaufsätze

Die folgenden vier Arbeiten, welche die Lernenden nach dem Hauptprojekt verfassten, wurden von mir der höchsten Reflexionsebene zugeordnet und sollen zeigen, was im Projekt erreicht werden konnte.

Hausübung - Schüler 1

Beim Gefangenendilemma handelt es sich um eine Situation, bei der sich zwei Spieler zwischen Kooperation oder Konkurrenz entscheiden müssen. Dabei werden den Entscheidungen Werte zugeordnet, um sie besser miteinander vergleichen zu können. Möchte kein Spieler zusammenarbeiten, so bekommen beide je l Punkt. Kooperiert nur ein Spieler, so erhält dieser 0 Punkte und der andere 5 Punkte. Wenn aber beide Spieler kooperieren, bekommen sie je 3 Punkte. Anhand dieser Punktevergabe kann man erkennen, dass man mit einem kompetitiven Verhalten immer besser dran ist, unabhängig davon, wofür sich der andere Spieler entscheidet. Da der andere wahrscheinlich denselben Gedankengang hat, scheint es hier vernünftig, nicht zu kooperieren. Diese Logik gilt aber nur auf jeden Spieler einzeln bezogen, denn als Ganzes betrachtet wirken die Entscheidungen irrational, weil eine Zusammenarbeit auf beiden Seiten ein viel besseres Ergebnis gebracht hätte. Diese Annahmen gelten jedoch nur für ein Problem, das von einer einzigen Entscheidung abhängt. Kommen wir mit dem gleichen Gegner mehrere Male in dieselbe Situation, dann ist es auf Dauer gesehen besser, gegenseitiges Vertrauen aufzubauen. Am Anfang sollte man sich daher kooperativ verhalten, denn fallt man dem Gegner einmal in den Rücken, so wird dieser nicht mehr an Zusammenarbeit denken. Man sollte sich aber auch nicht wegen seiner Freundlichkeit ausnutzen lassen. Als beste Strategie für diese Situation gilt TFT, bei der man als ersten Spielzug kooperiert und in den darauffolgenden Runden das tut, was der Gegner in den vorherigen gemacht hat.

Die Mathematik kann uns helfen, die Sachverhalte darzustellen. Man kann so die Situation des Gefangenendilemmas in einer Matrix veranschaulichen, die das Problem viel verständlicher macht. Der Vorteil der grafischen Darstellungsform zeigt sich besonders am Beginn dieses Aufsatzes, denn die schriftliche Formulierung erscheint für Außenstehende verwirrend. Mit der Mathematik kann man außerdem die beste Lösung für jeden Einzelnen berechnen. Durch die Zahlzuordnungen kann man Entscheidungen vergleichen und damit rechnen. Die Mathematik „zwingt“ uns auch, von uns selbst abzusehen und zu kooperieren, um mehr Punkte zu bekommen. Dieses Verhalten ist jedoch auch als egoistisch anzusehen, weil es ja schließlich darum geht, das eigene Punktekonto zu verbessern.

Das Gelernte ist sehr wichtig, wenn wir selbst in ähnliche Situationen kommen. Dabei sollten wir erkennen, dass für uns logische Lösungen allgemein betrachtet oft irrational sind. Außerdem ist es von großer Wichtigkeit, falls wir im nächsten Leben Stichlinge sind, bei denen auf Dauer gesehen eher kooperative Fische überleben, die feigen jedoch aussterben.

Hausübung - Schülerin 2

Am Anfang des Projektes wurde von uns verlangt ein Spiel zu spielen, bei dem man nicht wie sonst üblich seine(n) Gegenspieler kennt. Die Spielregeln waren eigentlich ziemlich einfach und schnell zu verstehen, der Sinn jedoch überhaupt nicht. Wir spielten in Gruppen gegeneinander und es kam ein verhältnismäßig schlechtes Ergebnis heraus. In diesem Spiel war es nämlich Kooperation der Gegner die einzige Möglichkeit zu Gewinnen, wobei man aber bei den Problem angelangt, dass man genau den nicht kennt. Das führte natürlich zu Misstrauen und trug zu diesem besagten Endergebnis bei. Schließlich, als wir zu ende gespielt hatten, erfuhren wir, dass das Problem, welches wir alle während des Spiels hatten, sogar einen Namen hat. Man nennt diese Situation, in die wir durch diese harmlose Spielerei kommen waren, Gefangenendilemma. Im Grunde genommen geht es dabei um zwei oder mehrere Menschen, die in eine missliche Lage kommen. Je nach dem wie sich der einzelne bzw. Gruppe entscheidet, kann es Auswirkungen auf alle andere Beteiligten haben. Entweder sind beide selbstlos oder gutgläubig, dann hätte jeder von ihnen ein akzeptables Ergebnis, trifft das aber nur auf einen zu geht dieser naturgemäß leer aus und der andere macht doppelten Profit. Sollten aber beide misstrauisch und nur auf ihren Vorteil bedacht sein, so werden sie sich mit wenig bzw. gar nichts zufrieden geben müssen (was bei unserem privaten Klassendilemma der Fall war). Dazu wurden uns einige Beispiele gegeben, von Süßigkeiten bis hin zu Benzinölpreisen und Stichlingen (Fische). Die Rolle, welche die Mathematik in dem Ganzen spielt ist meiner Meinung nach ziemlich entscheidend. Ohne Mathematik müsste man diese Dinge auf sich zukommen lassen, und dass könnte verheerende Folgen haben. Mit ihr kann man Begebenheiten, die in der Zukunft aufgrund der momentanen Entwicklung passieren werden, vorher ausrechnen und gegebenenfalls zum positiven verändern. Man könnte also die derzeitige Lage, die zu solch einer Vorhersage führt, frühzeitig beeinflussen und so das Schlimmste verhindern. Ich denke, dass sich aus dem schon geschrieben herauslesen lässt wie wichtig es ist, solche Situationen im Geiste durchzuarbeiten und zu analysieren. Ich muss aber zugeben, dass ich trotz der Erläuterungen und Beispiele die uns gegeben wurden, nicht so richtig begeistert von den Geschichten war, da sie mir willkürlich und von Menschen jederzeit veränderbar vorkam, was sie ja alle im Grunde genommen sind. Ich verstand nicht was das alles mit Mathematik zu tun hatte, da sie mir irgendwie als nebensächlich erschien. Ich war schließlich gewöhnt, ein, kein oder ein unendliches Ergebnis zu haben, hier ging es aber um Menschen, Individuen mit verschiedenen Charaktereigenschaften die unmöglich mathematisch erfasst und berechnet werden können. Als uns aber ein neues Beispiel gegeben wurde, begann ich eine kleine Verbindung zu sehen, wobei ich mich vielleicht in meinen Ansichten irre, was bei einem so komplexen Thema durchaus nicht auszuschließen ist. Bei dem Beispiel ging es wieder um das Spiel, dass wir anfangs gespielt hatten, nur wurde es in dem Fall von 200 Computerprogrammen untereinander ausgefochten. Gewonnen hat ein Programm das stets „freundlich“ begonnen hatte und später dann den Zug, den der Gegenspieler in der vorigen Runde gewählt hatte einsetzt. Wenn man die menschliche Art des kennen Lernens und des Miteinanderlebens genauer betrachtet kommt man kaum darüber hinweg zumindest Ähnlichkeiten zu entdecken. Ich denke, dass sich vielleicht genau aus dem gleichen Grund aus dem sich das Programm als Sieger hervorgehoben hat, auch die Menschheit diese Strategie wählte. Das erklärt, so finde ich, die Wichtigkeit des Gelernten. Das hilft meiner Meinung nach, ein wenig die Grundzüge der menschlichen Seele zu verstehen, wobei man wirklich nur die Grundzüge nennen darf, da die Persönlichkeit jedes einzelnen um einiges komplexer ist und sicher nie in irgendeiner mathematischen Form darstellbar sein wird.

Hausübung - Schüler 3

Vielen, die mich gefragt haben: „Was machts ihr gerade in Mathe?“ hab ich geantwortet: „Etwas was fürs Leben verdammt wichtig ist.“ Dass es wichtig war, kann eigentlich jeder beweisen der sich mit diesem Projekt auseinandergesetzt hat. (...) Wie auch bei den restlichen Projekten ging es bei diesem im Allgemeinen über Entscheidungen. (...)
Das Gefangenendilemma ist eines von vielen Beispielen die uns im Leben passieren. (...) Am besten zu vergleichen wär das mit einem einfachen Tausch. Doch hinter dem verbergen sich eine Menge taktischer Überlegungen. Wenn wir beide das austauschen was wir wollen, nehme ich beispielsweise den vollen Sack mit, allerdings wenn er auch einen vollen Sack mitnimmt, dann wäre es doch sinnvoller einen leeren mitzunehmen um den ganzen Gewinn zu kassieren. Diese verschiedenen Dilemmas können nur dann meistens stattfinden, wenn nicht vorher abgesprochen wurde. Ein wesentlicher Punkt (...) ist: „Vertraue ich?“ Wenn ja, dann werde ich kooperieren, wenn nein, dann doch lieber nicht.“ In den meisten Fällen entscheidet man sich für Y, also dass man z.B. nichts hergibt, weil man 1. nichts verlieren kann, 2. den größten Gewinn erzielen kann. Was sich dann später eigentlich erweist, dass man zu einem viel besseren Ergebnis gekommen wäre, hätte man vermutlich kooperiert. Hier sieht man wie EGOISTISCH [Hervorhebung durch Schüler.] die ganze Welt ist. Das erklärt uns, wieso auf der Welt kein Frieden herrscht, wieso nur Konkurrenzkämpfe auf der Welt überwiegen. Würde jeder kooperieren oder nach der goldenen Regel (...) vorgehen, gäbe es die perfekte Welt ohne Kämpfe, Aufrüstungen, Wirtschaftskrisen etc. (...)
Angefangen haben wir mit einer Einzelsituation, mit einer einzigen Auseinandersetzung des Dilemmas. Hier ist die Entscheidung schwierig. Wie schon bereits zuvor erwähnt: „Kooperiere ich oder nicht?“ Ist die andere Person ein Freund oder doch ein Unbekannter? Auf diese Kriterien muss man besonders achten um sich dann für das Richtige zu entscheiden. Das beste wär sowieso ein Dilemma zu vermeiden (z.B. durch persönliche Absprache). Später sind wir von mehreren Begegnungen ausgegangen. Hier wäre das beste am Anfang zu kooperieren, um das Vertrauen des Gegenspie-

lers zu gewinnen und dann in den letzten Zügen sich anders zu entscheiden und alles abzukassieren. Später haben wir die Spieleranzahl erhöht, so dass man eigentlich nur ein kleiner, aber keinesfalls unbedeutender, Teil des Spiels ist. Ein Gegenzug macht nicht das ganze Spiel aus, sondern mehrere gemeinsam. Hier wurde nach Studien bewiesen, dass die Strategie Tit for Tat am erfolgreichsten ist. (...)
Nun stellt man sich die Frage: „Was hat die Mathematik jetzt mit diesen ganzen Beispielen (...) zu tun?“ Die Mathematik spielt hier neben Psychologie eine sehr wichtige Rolle. (...) Dank der Mathematik können wir Diagramme verstehen, was uns bei solchen Situationen einen wesentlichen Vorteil bringt. (...) Ein relativ leichter Punkt den uns die Mathematik leistet ist beispielsweise das Addieren von Zahlen um ein Ergebnis zu erzielen. (...) Das Beispiel mit dem Pendlerverkehr wäre völlig unbedeutend ohne der Mathematik. Man könnte erstens nicht sagen, wie lange die Fahrt dauert und wie viele Autofahrer bzw. Zugfahrer unterwegs sind, zweitens sich das ganze schlechter ohne Diagramm vorstellen, drittens sich keine Lösungen ausdenken. Denn für Lösungen braucht man hier wiederum Zahlen...
Wie schon im Text erwähnt ist das Gelernte des gesamten Projekts enorm. Wir wissen nun, wie wir uns das nächste mal entscheiden müssen, was uns eigentlich einen gewaltigen Vorteil bringt. (...)

Hausübung - Schüler 4

Das Gefangenendilemma:

	X	Y
X	3	0
Y	5	1

Fünf von mir geschätzten Leuten würde ich als Erstes mitteilen, wie wir das Spiel „X und Y“ gespielt haben. Ich würde zuerst mal gegen eine der fünf Personen spielen und beobachten wie sie handelt. Dann würde ich eine der Geschichten erzählen, damit sich die anderen besser auskennen. Danach würde ich nochmals gegen diese Person spielen, um zu sehen was sich an seinem Spielen geändert hat. Sein Verhalten diesem Spiel würde ich mit dem unsrigen aus der ersten Stunde vergleichen. Wahrscheinlich hätten alle der fünf Personen gleich gehandelt wie wir am Anfang des Projekts (viel öfters Y als X genommen). Als nächstes würde ich den Personen die „falsche Logik“ die hinter dem Gefangenendilemma steckt erklären, falls sie noch nicht selbst draufgekommen sind. Wenn mich jemand fragen würde, warum wir dieses Projekt in Mathematik machen, würde ich antworten, dass und die Mathematik hilft die Darstellung solcher Dilemmata zu vereinfachen. Außerdem muss man auch Diagramme verstehen können und logisch Denken. Deswegen haben wir dieses Projekt in Mathematik und nicht zum Beispiel in Englisch oder Deutsch gemacht. Sicherlich auch recht interessant für die anderen wäre es, wenn ich ihnen über die Strategie „TIT OR TAT“ erzählen würde und, dass diese Strategie bei allen Bewerben die bis jetzt stattgefunden haben, besser abgeschnitten hat, als alle anderen Strategien. Zu guter Letzt würde ich noch mit ihnen über die Rolle der Moral und über die „Goldene Regel“ diskutieren. Wenn jeder

Mensch diese Regel ernst nehmen würde, wäre unsere Welt eine bessere. Jeder würde darauf schauen, dass der andere möglichst viel Gewinn macht. Wenn der „Gegenspieler“ das auch macht steigen beide besser aus (siehe Tabelle oben). Das war im Großen und Ganzen auch schon das Wichtigste des Gelernten.
Da das ganze Projekt sehr spannend und interessant war, bleibt nur noch zu hoffen, dass wir nächstes Jahr wieder so ein Projekt machen. Ich bin mir sicher fast die gesamte Klasse würde mir in diesem Punkt zustimmen.

IV RESÜMEE

1 Zusammenfassung

Zunächst werde ich versuchen, das Wesentliche des Projekts nochmals kurz darzustellen, bevor der Blick dann auf Einzelheiten gelenkt wird.

Was sollte im Projekt erreicht werden?

Ziel war es, mit Schülerinnen und Schülern auf „höherem" Niveau über Situationen, in denen Kooperation aller Beteiligten zu einem optimalen Gesamtergebnis führen würde, aber für jeden Einzelnen ein hoher Anreiz zur Verweigerung gegeben ist, nachzudenken und dabei eigene Reflexionen der Schülerinnen und Schüler zu fördern.

Es sollte dabei untersucht werden, ob ein Mathematikunterricht, der ein philosophisches Thema in den Mittelpunkt stellt und die Mathematik selbst nur mehr als Hilfsmittel verwendet, von den Lernenden angenommen wird und als wichtig gesehen werden kann.

Was wurde im Projekt erreicht?

Am Ende des Projekts konnte das Erreichen eines tieferen Verständnisses von menschlichen Entscheidungen und Handlungen bei den Schülerinnen und Schülern festgestellt werden. Der Unterricht bot Möglichkeiten zu reflektieren, und das Projekt wurde als Thema des Mathematikunterrichts angenommen.

Gerade aber beim Reflektieren über soziales Verhalten fiel im Laufe des Projekts auf, dass die Lernenden in zwei Gruppen hinsichtlich Interesse und Reflexionsfähigkeit eingeteilt werden konnten. Wie im Folgenden noch genauer erläutert wird, steht die Bildung dieser Gruppen in engem Zusammenhang mit der erreichten Ebene der Reflexionspyramide.

Die Reflexionspyramide kann jetzt als Darstellungsform des Lernerfolges gesehen werden. Ein vorsichtiger Versuch, die Anzahl der Lernenden, die die verschiedenen Ebenen erreicht haben, abzuschätzen, wird weiter unten vorgenommen werden. Die erreichten Lernziele, die den drei Ebenen – auf die im Weiteren noch mehrmals Bezug genommen wird – entsprechen, lauten:

- **Ebene 1:** Es wurde im Hinblick auf soziale Verhältnisse (im Speziellen über die Entscheidungssituation „Kooperieren oder Verweigern“) dazugelernt. Die Reflexionen anderer werden aufgegriffen. (Es wird Bezug auf Texte, den Lehrer, Mitschülerinnen und Mitschüler genommen.)

- **Ebene 2:** Die Reflexionen anderer werden hinterfragt.

- **Ebene 3:** Kreative Reflexionen werden angestellt. Eigene Ideen werden eingebracht (zum Beispiel in Form neuer Beispiele) und die Lerninhalte selbständig bewertet.

Indizien für das Erreichen der höchsten Ebene sind etwa: Wird die Wichtigkeit des Projekts beurteilt? Kommt es zur Unterscheidung zwischen Dingen, die wichtig genommen werden und Sachen, die (jetzt) nicht näher betrachten werden? Findet der (die) Lernende Inhalte, mit denen er (sie) sich weiterbeschäftigen will? Wird das Gelernte in einem übergeordneten Kontext gesehen? Erkennt der (die) Lernende die Bedeutung des Erarbeiteten für die Gesellschaft, für die Bildung einer Person und für ihn (sie) selber?

Unter Bedachtnahme dieser Merkmale sind die Aussagen der Schülerinnen und Schüler, denen wieder eine wichtige Rolle in diesem Resümee zukommt, zu lesen. Gerade diese Sichtweise(n) der Lernenden kann (können) wohl am ehesten vermitteln, was diese im Laufe des Projekts dazugelernt haben und was ihnen wichtig erscheint.

Schließlich soll mithilfe der Auswertungen der Hausübung und der Schularbeit noch eine quantitative Einteilung der Leistungen im Projekt vorgenommen werden.

2 Antworten auf die Forschungsfragen (Qualitative Analyse)

Im Laufe der Beschreibung der Pilotstudie und des Hauptprojekts wurden zum Teil bereits erste Antworten auf die Forschungsfragen gegeben. Die Resümees am Ende der einzelnen Unterrichtseinheiten, die kleine Schritte auf unserem Weg zum Schlussresümee darstellen, boten erste Ausblicke auf das Ergebnis und nahmen einiges in Ansätzen vorweg. Sie zeigten den Erfolg und die Schwierigkeiten allerdings im Hinblick auf den Verlauf des Projekts und basierten auf den einzelnen Abschnitten. Auch die Aussagen der Schülerinnen und Schüler waren immer in Bezug auf eine konkrete Unterrichtseinheit zu sehen. Nun soll es vielmehr darum gehen, ein (durch die Lernenden mitgezeichnetes) Gesamtbild zu vermitteln. Aussagen aus der letzten Hausübung und der Schularbeit werden die abschließenden Thesen belegen. Diese Thesen stehen in engem Zusammenhang mit den Forschungsfragen und werden wiederum mit Datenmaterial belegt. Die Aussagen der Schülerinnen und Schüler sollen dabei helfen, in diesem Resümee ein möglichst umfassendes Bild des Ergebnisses des Projekts zu vermitteln. Eine Vielzahl an subjektiven Eindrücken wird somit zum Erreichen einer objektiven Darstellung dieses Ergebnisses herangezogen.

> Forschungsfrage 1: *Können die Schülerinnen und Schüler Sozialreflexion betreiben?*
> Forschungsfrage 2: *Kann eine reflektiertere Vorstellung bezüglich der Fragestellung „Kooperation oder Verweigerung“ entstehen?*

Haben die Schülerinnen und Schüler diese wesentlichen Ziele erreicht? Im Resümee der vierten Unterrichtseinheit zeigte sich bereits, dass diese beiden Fragestellungen (mit den dort erläuterten Einschränkungen) mit „ja“ beantwortet werden können. Die folgende These fasst nochmals zusammen und bringt in ihren Belegen neues Datenmaterial.

> **<u>These A:</u> Die wesentlichen Inhalte wurden verstanden; die unterste Reflexionsebene wurde von allen Schülerinnen und Schülern erreicht.**

Die folgenden Zitate aus Hausübungen und Schularbeiten zeigen, wozu die Schülerinnen und Schüler nach dem Hauptprojekt fähig sind. Die meisten der hier angeführten Zitate stammen aus dem Aufsatz zum Projekt und beziehen sich dabei auf den Punkt „*Unser Verhalten und das Gefangenendilemma*“. Die Aussagen belegen, dass die Lernenden den Kern des Dilemmas wiedergeben können und dabei zum Teil auch eigene Reflexionen anstellen – einige finden für sie neue Querverbindungen zwischen dem

Thema des Projekts und ihnen bekannten Alltagssituationen: „*Niemand will klein beigeben und will nur den anderen hintergehen*".

Zumindest werden aber die Reflexionen anderer aufgegriffen; die Rolle eines unparteiischen Dritten wird angesprochen und die Bedeutung der Aussicht auf ein erneutes Zusammentreffen wird erwähnt.

Die letzten beiden Ausschnitte aus den Aufsätzen zum Hauptprojekt stellen eine sehr gute Zusammenfassung des Gelernten dar und sprechen wohl für sich selbst.[1]

- Ich glaube, dass unser Verhalten bei allen Dilemmas immer dasselbe ist: Nämlich das Beste für seine Gruppe oder für sich zu erreichen. Ich kenne niemanden, der mit einem (...) unentschieden (...) zufrieden wäre. (...) Aber unser menschliches Verhalten neigt meistens dazu nicht so zu denken und zu handeln. Wenn ein Gefangener die Chance hat sofort frei zu kommen wird er bestimmt die Chance nützen, obwohl er zehn Jahre Haft in Kauf nehmen würde. (HÜ)
- Das eigentliche Problem des Gefangenendilemmas ist, dass man nicht vorher weiß, welche Entscheidung der andere trifft. Könnte man sich miteinander absprechen, wäre das Problem zwar nicht vollständig gelöst, schließlich kann der andere mögliche Versprechen/Vereinbarungen brechen, aber beispielsweise könnte ein unparteiischer dritter das Einhalten der Vereinbarungen überwachen. (HÜ)
- Wir verhalten uns im wirklichen Leben so wie es im Gefangenendilemma gezeigt wird. Niemand will klein beigeben und will nur den anderen hintergehen. Da sich das aber immer beide denken, verlieren sie nur, anstatt zu gewinnen. (HÜ)
- Purer Egoismus ist eigentlich nicht die ideale Strategie, um erfolgreich zu sein, sondern dass man offensichtlich langfristig besser fahren würde, wenn man kooperativ handelt. Denn wer immer aus eigenen Nutzen handelt, der wird bald auf niemanden mehr zählen können, da man selbst auch mal genug hat, wenn man immer derjenige ist, der zu geben hat, aber nie etwas zurückbekommt. (HÜ)
- Angefangen haben wir mit einer Einzelsituation, mit einer einzigen Auseinandersetzung des Dilemmas. Hier ist die Entscheidung schwierig. Wie schon bereits zuvor erwähnt: „Kooperiere ich oder nicht?" Ist die andere Person ein Freund oder doch ein Unbekannter? (...) Später sind wir von mehreren Begegnungen ausgegangen. Hier wäre das beste am Anfang zu kooperieren, um das Vertrauen des Gegenspielers zu gewinnen und dann in den letzten Zügen sich anders zu entscheiden und alles abzukassieren. Später haben wir die Spieleranzahl erhöht, so dass man eigentlich nur ein kleiner, aber keinesfalls unbedeutender, Teil des Spiels ist. Ein Gegen-

[1] Zitiertes Datenmaterial:

Hausübung: Aussagen aus der letzten Hausübung sind mit HÜ gekennzeichnet.

Schularbeit: Die Zitate der Schularbeit können den einzelnen Fragestellungen zugeordnet werden und sind daher nummeriert: SA1, SA2 bzw. SA3.

zug macht nicht das ganze Spiel aus, sondern mehrere gemeinsam. Hier wurde nach Studien bewiesen, dass die Strategie Tit for Tat am erfolgreichsten ist. (HÜ)

- Anhand dieser Punktevergabe kann man erkennen, dass man mit einem kompetitiven Verhalten immer besser dran ist, unabhängig davon, wofür sich der andere Spieler entscheidet. Da der andere wahrscheinlich denselben Gedankengang hat, scheint es hier vernünftig, nicht zu kooperieren. Diese Logik gilt aber nur auf jeden Spieler einzeln bezogen, denn als Ganzes betrachtet wirken die Entscheidungen irrational, weil eine Zusammenarbeit auf beiden Seiten ein viel besseres Ergebnis gebracht hätte. Diese Annahmen gelten jedoch nur für ein Problem, das von einer einzigen Entscheidung abhängt. Kommen wir mit dem gleichen Gegner mehrere Male in dieselbe Situation, dann ist es auf Dauer gesehen besser, gegenseitiges Vertrauen aufzubauen. Am Anfang sollte man sich daher kooperativ verhalten, denn fallt man dem Gegner einmal in den Rücken, so wird dieser nicht mehr an Zusammenarbeit denken. (HÜ)

- Wenn jeder von uns 1 Kuh besitzt, ist das für uns ja nicht schlecht. Aber wenn wir die Chance haben eine 2. Kuh zu bekommen, nützen wir sie natürlich. Da jetzt jeder normale Mensch so denkt, haben schließlich alle eine 2. Kuh. Und da ist das Dilemma. (...) da wir alle nur an unseren eigenen Gewinn denken, haben wir schließlich alle verloren. Genau das gleiche sieht man auch an Hand vom Beispiel der „Schleichwege“. (SA1)

Forschungsfrage 3: *Wie können eigene Reflexionen gefördert werden?*
Forschungsfrage 4: *Wie können die „ReflektiererInnen“ gefördert werden?*

<u>These B:</u> Für die ReflektiererInnen genügt schon das Bieten von Anlässen für Reflexion; die anderen Lernenden müssen durch das Projekt geführt werden.

Die Auswertung der Pilotstudie gab bereits Hinweise auf meine Gedanken zu diesen Fragestellungen (vgl. Teil II, Abschnitt 5.2). Dort zeigte sich die Wichtigkeit der Spielphasen, um zunächst persönliche Betroffenheit zu erzeugen. Reflexion fordert zwar Freiheiten für die Lernenden; trotzdem erwiesen sich Anhaltspunkte als notwendig. In der Auswertung der Pilotstudie hob ich bereits die Wichtigkeit eines wiederholten Wechsels in der Unterrichtsgestaltung hervor, um dadurch beide Gruppen von Schülerinnen und Schülern anzusprechen.

Diese Ergebnisse der Pilotstudie bezog ich in die Planung des Hauptprojekts mit ein. Zunächst sollten *Anlässe für Reflexion* geschaffen werden. Das erste Spiel sorgte für persönliche Betroffenheit und eine erste Konfrontation mit den wesentlichen Inhalten des Projekts. Einen weiteren Anlass dazu, sich mehr Gedanken zu machen, stellt der nicht aufzulösende Widerspruch in der Wahl zwischen Kooperation und Verweigerung dar; und gerade Widersprüchliches bietet bekanntlich Anreize zur Diskussion. Damit diese dann nicht auf die Einzelsituation des Spielens beschränkt bleibt, gebe ich zunächst weitere Anhaltspunkte in Form von Texten und weiteren Beispielen. Diskussionen bieten schließlich die Möglichkeit des Einbringens möglichst vieler Meinungen durch die Phasen der Besprechungen in den Gruppen. Hierbei kommt es auch zu ersten Verbalisierungen und Verschriftlichungen der angestellten Reflexionen. Die Hausübungen bieten schließlich die Möglichkeit, intensiver nachzudenken. Besonders die Aufsatzform stellt eine Fördermöglichkeit für Reflektiererinnen und Reflektierer dar; sie ermöglicht die umfassendste Beschäftigung mit dem Thema des Projekts.

Nicht alle Schülerinnen und Schüler kommen in ihren Reflexionen gleich weit. Daher wurden im Projekt *verschiedene Schwierigkeitsgrade* angeboten. An erster Stelle stehen dabei wiederum die Spielphasen – hier sind alle aktiv beteiligt. Im Mittelpunkt stehen Fragestellungen wie: „Wie verhalte ich mich?“, „Wie sollte ich mich verhalten, um zu gewinnen?“. Die ersten Diskussionen bieten darauf folgend den Ausblick auf das Verhalten der anderen; Reflexion ist notwendig, um dies in Verbindung zu den eigenen Handlungen zu bringen. Wenn auch dieser Schritt getan wurde, führt schließlich die Besprechung der Texte hin zum Erkennen einer allgemein(er) gültigen Modellsituation „Gefangenendilemma“ sowie zur Reflexion der Bedeutung des Gelernten für den Einzelnen und für die Gesellschaft.

Schülerinnen und Schüler, die in ihren eigenen Reflexionen nicht weit fortschreiten, bekommen durch die Diskussionen und Präsentationen der Ideen anderer immer wieder die Möglichkeit, *Reflexionen anderer aufzugreifen und zu hinterfragen*. Somit wurde einem Großteil der Klasse das Erreichen der zweiten Reflexionsebene ermöglicht. Außerdem war gerade für diese Gruppe von Lernenden der wiederholte Wechsel der Unterrichtsgestaltung notwendig. Das zweite Spiel (5. Unterrichtseinheit) erzeugte erneut Betroffenheit, was für diese Schülerinnen und Schüler von besonderer Wichtigkeit war. (Die Bedeutung des zweiten Spiels als neuerlichen Anhaltspunkt im Verlauf des Projekts wurde im Resümee zur fünften Unterrichtseinheit dargestellt.)

Zusammenfassend halte ich fest, dass für die Schülerinnen und Schüler, die als Reflektiererinnen und Reflektierer bezeichnet werden können, das Anbieten von (wenigen) Anlässen für Reflexion ausreichend ist. Fragestellungen zu Spielen oder Texten werden von dieser Gruppe aufgegriffen und auf hohem Niveau bearbeitet; dazu ist wenig Zutun des Lehrers erforderlich. Die andere Gruppe von Schülerinnen und Schülern bleibt ohne weitere Unterstützung bald bei Trivialitäten hängen und verliert an Interesse. Deshalb gilt es, immer wieder Anreize (Wechsel zwischen Spielen und Texten) zu bieten, um ein gewünschtes Mindestniveau zu erreichen.

Forschungsfrage 5: *Ist die Reflexionspyramide ein geeignetes Instrument zur Einteilung der Reflexionsniveaus?*

<u>These C:</u> Die Pyramidenform wurde im Projekt bestätigt; zwei unterschiedliche Motivationen der Lernenden sind eine Ursache für das Erreichen unterschiedlicher Reflexionsniveaus.

Eine Zuordnung der Arbeiten der Schülerinnen und Schüler zu den verschiedenen Reflexionsebenen ist Thema der im nächsten Abschnitt folgenden quantitativen Analyse der Leistungen der Lernenden. Diese Auswertung bestätigte die Pyramidenform als zweckmäßige Vorstellung.

In engem Zusammenhang mit der Reflexionspyramide steht die Bildung der zwei Gruppen (vgl. die Resümees zu den Einheiten 2 und 3). Diejenigen Lernenden, welche die höchste Reflexionsebene erreichten, können großteils zu der Gruppe gezählt werden, deren Interesse im Laufe des Projekts zunimmt. Sie beziehen ihre Motivation in erster Linie aus den Texten, sehen Zusammenhänge und wollen zumeist mehr wissen.

Diejenigen, die über die ersten beiden Reflexionsebenen nicht hinauskommen, werden hauptsächlich durch die Spiele motiviert. Sie treten gerne in Wettstreit mit den anderen und wollen diesen natürlich gewinnen. Sie haben allerdings Schwierigkeiten, eine allgemein gültige Situation hinter den (vielen) Beispielen zu sehen und verlieren dadurch bald das Interesse an der Analyse der Texte.

Gerade in dem „Gewinnen wollen“ zeigt sich nun aber eine Gemeinsamkeit zwischen den beiden Gruppen, die dafür sorgt, dass am Ende des Projekts (Einheiten 7 und 8) bis zu einem gewissen Grad eine Zusammenführung der Interessen erfolgt: Beide Gruppen verbindet der Wunsch nach der Kenntnis einer optimalen Taktik (für die vielfältigen Situationen einerseits bzw. für das Spiel auf der anderen Seite). Deshalb wird die Vorstellung der Strategie „Tit For Tat“ in der siebenten Unterrichtseinheit von einem Großteil der Klasse als interessant empfunden – es finden sich auch viele Bezüge dazu in den Aufsätzen und Schularbeiten. Außerdem verbindet beide Gruppen die Suche nach einer Antwort auf Fragen wie: „Wieso machen wir das im Mathematikunterricht? – Ist das überhaupt Mathematik?“ Auch wenn die letzte Unterrichtseinheit, die diese Beantwortung als Thema hatte, vielen Schülerinnen und Schülern Schwierigkeiten bereitete, so war doch allen ein gewisses Interesse an den Antworten gemeinsam, obwohl diese natürlich vielen (Reflexionspyramide!) zu weitreichend waren. Die folgende Abbildung stellt die Bildung der beiden Gruppen dar:

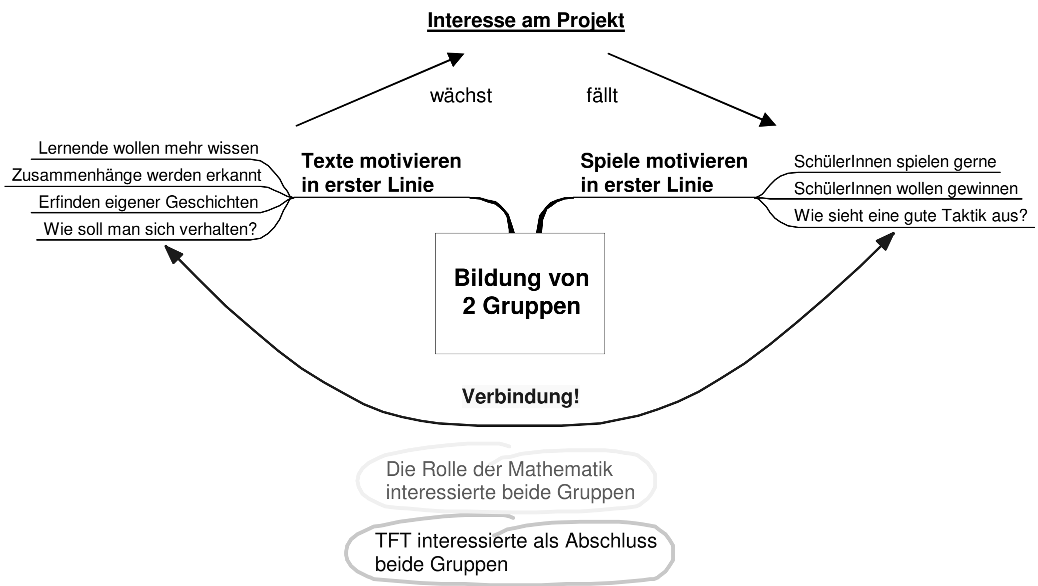


Abbildung 34: Zwei unterschiedliche Motivationen

Forschungsfrage 6: *Kann ein philosophisches Thema im Mathematikunterricht als wichtig gesehen werden?*
Forschungsfrage 7: *Erkennen die Lernenden eine Bedeutung des Themas für sich und für die Gesellschaft?*

Was nehmen die Schülerinnen und Schüler persönlich wichtig? Eine intensive Auseinandersetzung mit dieser Fragestellung bedeutet das Erreichen der zweiten Reflexionsebene. Selbst wenn keine eigenen Beispiele eingebracht werden können, so muss für ein selbständiges Urteil das Gelernte doch eingeordnet und in einem größeren Zusammenhang gesehen werden.

These D: Die meisten Schülerinnen und Schüler halten es für wichtig, von diesem Dilemma gehört zu haben, weil es in vielen ihnen bekannten Situationen vorkommt; ein Nutzen des Gelernten wird aber kaum gesehen.

Die Schülerinnen und Schüler finden es wesentlich, eine Gemeinsamkeit hinter zunächst scheinbar verschiedenen Situationen entdeckt zu haben. Ein Schüler bringt es so auf den Punkt: „(...) *dass wir nun einen Namen haben, für alle diese Geschehnisse* (...)!“ In den Hausübungen findet sich auch des Öfteren der Gedanke, dass es wünschenswert wäre, wenn mehr Menschen eine Ahnung von diesen Dilemmata hätten.

Bei der Frage nach Bedeutung des Gelernten herrscht Uneinigkeit in der Klasse: Einige glauben nun zu wissen, wie sie sich verhalten sollen, wenn sie in ein entsprechendes Dilemma geraten; andere hingegen bezweifeln einen Nutzen, weil es keine wirkliche Lösung gibt und „der andere“ ja wahrscheinlich „*keine Ahnung davon hat*“. Die Aufgabenstellungen beim Aufsatz wie auch bei der Schularbeit zielen wesentlich darauf ab, die Bedeutung des Gelernten zu reflektieren: „*Was würde ich 5 von mir geschätzten Leuten mitteilen wollen?*“ Die Zitate aus dem Aufsatz, die als Belege dieser These dienen, beziehen sich hauptsächlich auf den Punkt „*Die Wichtigkeit des Gelernten*“.

- Wenn ich in so ein Dilemma einmal geraten sollte, habe ich ungefähr eine Ahnung, was ich machen soll. Und ich glaube, dass ist das wichtigste am Ganzen. (...) Also mein Tipp an euch: Schaut euch dieses Spiel einmal an, sofern ihr es noch nicht kennt. Es kann sehr hilfreich sein. (zumindest war es bei mir so) (HÜ)

- Ein wichtiger Punkt des Gelernten ist der, dass wir nun einen Namen haben, für alle diese Geschehnisse, denn wie wir gehört haben kommen diese öfters im Leben vor, als man glaubt. (HÜ)

- Ich glaube auch dass ich durch dieses Projekt gelernt habe, dass hinter Spielen oder Entscheidungen immer ein bisschen Mathematik steckt und man sie auch anwenden kann. (HÜ)

- Die Wichtigkeit des Gelernten ist für mich, dass nicht jede Lösung, die am sinnvollsten erscheint, nicht unbedingt die richtige sein muss. (HÜ)

- ▤ Ich denke, dass Dilemmas sehr wohl im Alltag vorkommen. Nicht sehr oft, aber mehr als wir Menschen meist wissen. (HÜ)
- ▤ Obwohl wir uns jetzt solange mit dem Dilemma beschäftigt haben, glaube ich nicht, dass sollten wir einmal in diese Situationen kommen, wir uns anders als bisher verhalten werden. (HÜ)
- ▤ [Welchen Nutzen kann deiner Meinung nach die Kenntnis des Gefangenendilemmas für uns haben?] Eigentlich nicht sehr viel. Gefangenendilemmata kommen zwar ziemlich häufig vor im Alltag. Doch wenn der andere keine Ahnung davon hat, wird er nicht kooperieren. (SA2)
- ▤ Ich denke, dass das Gefangenendilemma, da es in viele mögliche Situationen hineininterpretiert werden kann, einen großen Nutzen haben kann, sofern man das Problem als solches erkennt. [Flohmarktbeispiel – passt nur zum Teil] (SA2)

Forschungsfrage 8: *Besteht bei den Schülerinnen und Schülern die Bereitschaft, sich Gedanken zum Thema zu machen?*

Wie schon in den Belegen der obigen Thesen zu sehen ist, beziehen sich die meisten Schülerinnen und Schüler in ihren Antworten auf Reflexionen, die im Laufe des Projekts von anderen angestellt wurden. Die Gedanken liegen also zumeist schon vor und werden wiederholt bzw. mit der Fragestellung in Beziehung gesetzt. Wünschenswert sind aber kreative Reflexionen. Besteht bei den Lernenden die Bereitschaft weiterzudenken? Werden die Inhalte des Projekts hinterfragt und nicht nur einfach als Lernstoff hingenommen?

These E: Einige Schülerinnen und Schüler sind dazu in der Lage, eigene Ideen einzubinden und erreichen somit die höchste Reflexionsebene.

Die folgenden Aussagen zeigen besonders hohe Eigenständigkeit und können somit als Hinweise für das Erreichen einer hohen Reflexionsebene gesehen werden. Nur wenige Schülerinnen und Schüler drücken beispielsweise ihre Zweifel am Gelernten aus. Entsprechende Zitate sind hier ebenso angeführt wie weitere eigene Beispiele – die meisten Arbeiten wiederholen dagegen Beispiele aus den Texten.

- ▤ Ich verstand nicht was das alles mit Mathematik zu tun hatte, da sie mir irgendwie als nebensächlich erschien. Ich war schließlich gewöhnt, ein, kein oder ein unendliches Ergebnis zu haben, hier ging es aber um Menschen, Individuen mit verschiedenen Charaktereigenschaften die unmöglich mathematisch erfasst und berechnet werden können. (HÜ)
- ▤ Das hilft meiner Meinung nach, ein wenig die Grundzüge der menschlichen Seele zu verstehen, wobei man wirklich nur die Grundzüge nennen darf, da die Persönlichkeit jedes einzelnen um einiges komplexer ist und sicher nie in irgendeiner mathematischen Form darstellbar sein wird. (HÜ)

- Vielen, die mich gefragt haben: „Was machts ihr gerade in Mathe?“ hab ich geantwortet: „Etwas was fürs Leben verdammt wichtig ist.“ Dass es wichtig war, kann eigentlich jeder beweisen der sich mit diesem Projekt auseinandergesetzt hat. (...) Hier sieht man wie EGOISTISCH die ganze Welt ist. Das erklärt uns, wieso auf der Welt kein Frieden herrscht, wieso nur Konkurrenzkämpfe auf der Welt überwiegen. (HÜ)
- Ich würde den Leuten mitteilen, dass das Gefangenendilemma zeigt, dass wir bei den ersten Versuchen keinem trauen. (...) Wir wollen selbst nie ein Risiko eingehen, weil die Angst zu verlieren zu groß ist, aber andererseits hoffen wir, dass unser Mitspieler, Gegenspieler genau dieses Risiko eingeht. (HÜ)
- Wir können uns entscheiden, entweder bekommen wir alle gleich viel, oder die eine Hälfte mehr, die andere weniger. Ein vollkommenes Gleichgewicht wird niemals herrschen, es wird immer Leute geben, die die Regeln brechen. Aber vielleicht lernen wir irgendwann aus unseren Fehlern. (SA1)
- Ich glaube, dass wir nicht wirklich einen Nutzen daraus ziehen, dieses Problem zu kennen. Schließlich gibt es ja noch keine wirkliche Lösung dafür. Einzig der Fakt, dass man es vermeiden könnte, wenn man es früh genug erkennt ist meiner Meinung nach das nützliche an der Kenntnis des Gefangenendilemmas. (...) Wenn sie (...) zusammengearbeitet hätten wäre das Dilemma nie zustande gekommen. Und vielleicht hätte man dieses getan wenn man vorher schon anhand des Beispiels des Gefangenendilemmas die möglichen Auswirkungen dieses Verhaltens gesehen hätte. (SA2)
- In einem Tourismusort gibt es zwei Hotels. Beide Hotels müssen jedes Jahr am gleichen Tag ihre Preisliste für heuer bekannt geben. Sie dürfen aber nicht miteinander reden. Nun stellt sich die Frage was sie machen. Denn wenn das eine Hotel billiger wird und das zweite Hotel nicht dann verliert das zweite Hotel an Kunden denn alle werden zum billigeren Hotel gehen. Aber wenn alle beide Hotels billiger werden dann verlieren sie beide am Profit. Und wenn keiner billiger wird bleibt alles gleich. (SA2)
- Wir treffen fast immer auf solche Dilemmata zum Beispiel: Es will jemand von deinem Trinken da er seines zu Hause vergessen hat. Du gibst ihm einen. Trinkt er die halbe Flasche aus, hat er zu diesem Zeitpunkt einen großen Gewinn, bekommt aber nie wieder was, aber nimmt er nur einen Schluck wirst du ihm immer wieder etwas geben. Und wenn du dein Trinken vergisst kannst du einen Schluck von seinem Trinken nehmen. [Der Schüler gibt auch eine entsprechende Matrix an.] (SA2)

Forschungsfrage 9: *Wie kann ein Unterricht, der die Mathematik „nur“ als Hilfsmittel verwendet, gestaltet werden?*
Forschungsfrage 10: *Erkennen die Schülerinnen und Schüler den Wert der Mathematik für das Unterrichtsprojekt?*

Die Rolle der Mathematik für das Unterrichtsprojekt wurde zunächst nicht thematisiert – auf die letzte Unterrichtseinheit hätte sogar verzichtet werden können. Die Mathematik tritt in ihrer zweifachen Rolle als Darstellungsmittel und als Reflexionsmittel in natürlicher Art und Weise auf.

Obwohl manchen Schülerinnen und Schülern das Thema des Projekts als Inhalt einer Mathematikstunde zunächst als unpassend erschien, einigte sich die Klasse schließlich darauf, dass das Projekt doch am ehesten in die Mathematik gehört. Die Darstellungen mittels Tabellen, Diagrammen und Matrizen oder auch die bloße Verwendung von Zahlen zur Illustration der Gewinne seien Indizien dafür (vgl. auch Resümee der achten Unterrichtseinheit).

Es muss hierbei allerdings betont werden, dass die Lernenden durch die Pilotstudie auf dieses Projekt vorbereitet wurden. In dieser lernten die Schülerinnen und Schüler die Mathematik als Hilfsmittel – in diesem Fall zur Entscheidungsfindung – zu sehen.

> **<u>These F:</u> Das Projekt wurde als Thema des Mathematikunterrichts angenommen. Die Rolle der Mathematik wird in der Verwendung von Zahlen und in der vereinfachten Darstellung durch Diagramme und Matrizen gesehen.**

Die folgenden Zitate beleuchten die Rolle der Mathematik aus Sicht der Lernenden. Diese greifen zu einem großen Teil auf die in der achten Unterrichtseinheit besprochenen Punkte zurück. Die Reflexionen einiger Schülerinnen und Schüler im Projekt sind nun als Wissen verfügbar und können zur Begründung verwendet werden. Die Zitate aus der Hausübung beziehen sich auf den Punkt „*Die Rolle bzw. der Nutzen der Mathematik für uns*".

- Voraussetzung für das Spiel ist außerdem, dass man mit Zahlen „umgehen" kann und deshalb ist das Spiel am besten im Mathematikunterricht zu erklären. (HÜ)

- Die Mathematik half uns indem man die Beispiele in Diagrammen veranschaulichen konnte. (...) Einfachste Mathematik auch bei der Punktevergabe. (...) Ohne die Matrix hätte es nur die Texte als Anhaltspunkt gegeben doch mit der Matrix konnte man die Dilemmata veranschaulichen. (HÜ)

- Die Mathematik spielt eine große Rolle. Mit ihr kann man vieles vereinfacht darstellen ... (HÜ)

- Bei allen Dilemmas muss man logisch denken, Diagramme verstehen und erklären oder Addieren. (...) Aber die Mathematik kann keine Entscheidungen abnehmen, sie kann uns unterstützen logisch zu denken und zu einem guten Ergebnis zu kommen, aber die Entscheidungen tragen letztendlich nur die einzelnen Spieler alleine. (HÜ)

- Die Mathematik kann uns helfen, die Sachverhalte darzustellen. Man kann so die Situation des Gefangenendilemmas in einer Matrix veranschaulichen, die das Problem viel verständlicher macht. Der Vorteil der grafischen Darstellungsform zeigt sich besonders am Beginn dieses Aufsatzes, denn die schriftliche Formulierung erscheint für Außenstehende verwirrend. Mit der Mathematik kann man außerdem die beste Lösung für jeden Einzelnen berechnen. Durch die Zahlzuordnungen kann man Entscheidungen vergleichen und damit rechnen. Die Mathematik „zwingt“ uns auch, von uns selbst abzusehen und zu kooperieren, um mehr Punkte zu bekommen. Dieses Verhalten ist jedoch auch als egoistisch anzusehen, weil es ja schließlich darum geht, das eigene Punktekonto zu verbessern. (HÜ)

3 Quantitative Analyse

Nachdem bisher Zitate aus den Arbeiten der Schülerinnen und Schüler zeigten, was im Projekt von einzelnen Lernenden erreicht wurde, stellt dieser Abschnitt quantitative Aussagen über die Leistungen der Klasse in den Mittelpunkt. Zunächst werden dazu die Aufsätze der jeweiligen Reflexionsebene zugeordnet. Außerdem werde ich das Benotungsschema sowie das Ergebnis der Schularbeit anführen und mit den sonstigen Leistungen der Lernenden vergleichen.

Es sei an dieser Stelle nochmals betont, dass mir die obige qualitative Auswertung des Projekts als wesentlicher erscheint, weil diese zeigt, was (von Einzelnen) erreicht werden kann und damit schon Antworten auf fast alle Forschungsfragen gegeben werden konnten. (Die Frage nach der Gültigkeit der Reflexionspyramide konnte aber bisher nicht beantwortet werden.)

3.1 Aufsätze

Zunächst wurde postuliert, dass nicht alle Lernenden die gleiche Reflexionsebene erreichen würden und die Reflexionspyramide als Beschreibungsmittel vorgeschlagen. Nachfolgend ziehe ich die Aufsätze – in denen sich ja die meisten Reflexionen zeigten – heran, um die Pyramidenform zu bestätigen: Eine Zuordnung der Aufsätze zu den entsprechenden Reflexionsebenen steht in guter Übereinstimmung mit der Reflexionspyramide. (Die Kriterien für die Zuordnung sind bei der Erläuterung der Reflexionspyramide zu finden. Da der Übergang zwischen den einzelnen Ebenen ein kontinuierlicher ist, konnten manche Arbeiten nicht eindeutig zugeordnet werden – ich entschied in diesen Fällen im Hinblick auf die Reflexionen der Schülerin bzw. des Schülers im Laufe des Projekts.) Abbildung 35 zeigt die Anzahl der Aufsätze in den jeweiligen Reflexionsebenen.

[Die Mathematiknoten der sechs kreativ reflektierenden Schülerinnen und Schüler in diesem Schuljahr waren hierbei die folgenden: 1, 1, 1, 2, 2, 4. Unter den kreativ Reflektierenden waren dabei drei Schülerinnen, in der Klasse insgesamt 11 Schülerinnen. Im Rahmen der folgenden quantitativen Analyse der Schularbeit wird auch noch der Zusammenhang der Mathematiknote mit der Leistung beim projektbezogenen Schularbeitsbeispiel dargestellt.]

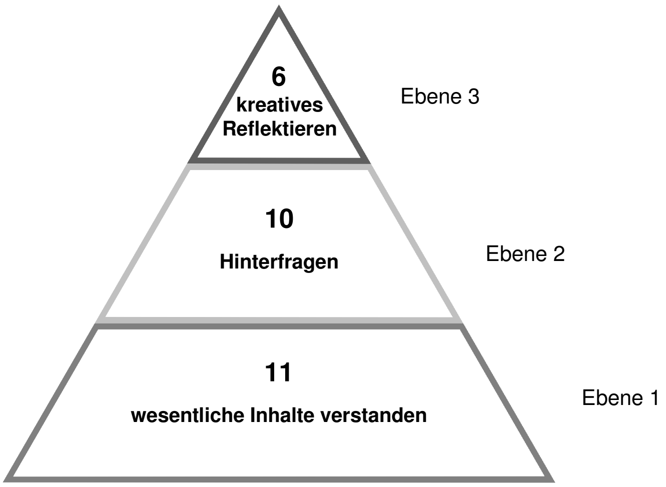


Abbildung 35: Zuordnung der Aufsätze zu den Reflexionsebenen

3.2 Schularbeit

Um die Aufsätze den Reflexionsebenen zuzuordnen, betrachtete ich nur die Reflexionsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler. Das projektbezogene Schularbeitsbeispiel misst nun nicht nur die Reflexionsfähigkeit. Hier wird mehr abgeprüft, Reflexion ist nur mehr ein Teil der Betrachtungen. So wurde zur Beantwortung der im Rahmen der Schularbeit gestellten Fragen auch Speicherwissen benötigt; etwa mussten die im Laufe des Projekts besprochenen Beispiele noch in Erinnerung sein (siehe Abbildung 36). Aus diesem Grund kann die Punkteverteilung beim Schularbeitsbeispiel nicht direkt mit der Reflexionspyramide in Verbindung gebracht werden: Es kann ja durchaus jemand, der in der Beantwortung der Frage die Ebene kreativer Reflexion erreicht, das gefragte Beispiel nicht richtig beschreiben und somit nicht die volle Punktezahl erhalten. (Die Punktezahl könnte sogar geringer sein als bei jemandem, der gar keine Reflexion zeigt.)

Die folgende Beschreibung der Leistungen bei der Schularbeit kann aber herangezogen werden, um die Leistungen der Schülerinnen und Schüler beim projektbezogenen Beispiel mit den Leistungen bei (reinen) Rechenaufgaben zu vergleichen. Außerdem werde ich auch einen Vergleich mit den Jahresnoten im Fach Mathematik anstellen.

Die folgende Tabelle zeigt die Punktevergabe, die als Grundlage für die Benotung des projektbezogenen Schularbeitsbeispiels diente. Die reinen Wissensfragen sind punktemäßig stärker dotiert als die Reflexion. Um ein „Sehr gut“ auf das projektbezogene Beispiel zu bekommen, müssen allerdings alle 12 Punkte erreicht und somit auch kreative Reflexionen gezeigt werden.

Erklärung des Beispiels	Verständlichkeit		2 P.
	Beispiel richtig beschrieben		3 P.
Beantwortung der Frage	Eigene Meinung	*Klar dargelegt*	1 P.
		Kommt vor	1 P.
	Frage beantwortet	*Verständlichkeit*	1 P.
		Kommt vor	1 P.
Reflexion	Hinterfragen		1 P.
	Kreative Reflexion		1 P.
Umfang der Beantwortung			1 P.
			12 P.

Abbildung 36: Punktevergabe beim projektbezogenen Schularbeitsbeispiel

Nachfolgend sind die absoluten Häufigkeiten der erreichten Punkte und die den Punkten entsprechenden Noten angeführt. (Die Benotung der Leistungen wurde allerdings letztendlich nur für die gesamte Schularbeit durchgeführt.)

Punkte	Häufigkeit
12	2
11	2
10	6
9	2
8	3
7	7
6	1
5	2
4	2
3	1
2	0
1	0
	28

Punkte	Note	Häufigkeit
12	1	2
10, 11	2	8
8, 9	3	5
6, 7	4	8
1, 2, 3, 4, 5	5	5
		28

Abbildung 37: Leistungen beim projektbezogenen Schularbeitsbeispiel

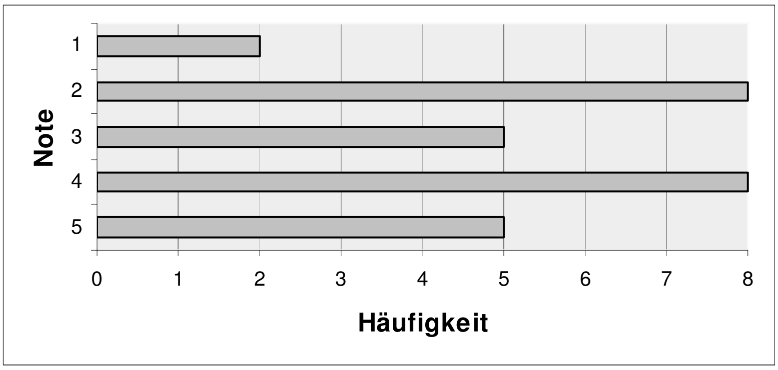


Abbildung 38: Absolute Häufigkeiten der Noten (projektbezogenes Beispiel)

Abbildung 38 zeigt die Häufigkeiten der Noten für das projektbezogene Schularbeitsbeispiel. Ein Zusammenhang mit der Reflexionspyramide liegt in der vergleichsweise geringen Anzahl der Note „Sehr gut". [Wie oben angesprochen müssen allerdings nicht alle kreativ reflektierenden Schülerinnen und Schüler ein „Sehr gut" erreicht haben.]

Ein Vergleich der Leistungen jedes Schülers / jeder Schülerin bei den „Rechenbeispielen" mit den erreichten Punkten beim projektbezogenen Beispiel soll zeigen, ob hier ein signifikanter Zusammenhang besteht. Dadurch soll die im Laufe des Projekts aufgetretene Frage, ob eine gute Leistung im Fach Mathematik notwendig für das Erreichen einer hohen Reflexionsebene ist, näher beleuchtet werden.

Abbildung 39 zeigt den folgenden Zusammenhang zwischen den Leistungen bei den Rechenbeispielen und den Leistungen beim projektbezogenen Beispiel: *Ein „Sehr gut" in der Rechenleistung ist notwendig für das Erreichen eines „Sehr gut" beim projektbezogenen Beispiel.* Allgemeiner betrachtet legt Abbildung 39 nahe, dass gute Rechenleistungen dem Erreichen einer hohen Reflexionsebene förderlich sind. Ausnahmen davon, also Lernende, die trotz guter Rechenleistung im Projekt schlecht abschnitten, sind hervorgehoben. Ebenso sind gute Leistungen im Projekt, bei gleichzeitig schwacher Rechenleistung die Ausnahme und gekennzeichnet.

7 Lernende mit der Note „1" oder „2" in der Rechenleistung erhielten auch im Projekt die Note „1" oder „2". Hingegen zeigten nur 3 Lernende mit sehr guter oder guter Rechenleistung eine bloß genügende Leistung im Projekt. Nur 3 Lernende mit einer schlechteren Rechenleistung als „2" konnten eine gute Leistung im Projekt erreichen. Dies gibt Anlass zu folgender Behauptung:

> **<u>These G:</u> Eine gute oder sehr gute Rechenleistung ist dem Erreichen einer guten oder sehr guten Leistung im Projekt förderlich.**

[Es sei noch bemerkt, dass nur 6 Lernende durch das zusätzliche Projektbeispiel eine andere Note auf die Schularbeit erhalten haben, als wenn das Beispiel nicht dabei gewesen wäre. (Dabei konnten sich zwei Schülerinnen um einen Grad verbessern; drei Schüler und eine Schülerin verschlechterten sich um einen Grad.) Die Befürchtungen, durch das projektbezogene Beispiel bei der Schularbeit schlecht abzuschneiden, die einige Schülerinnen und Schüler zunächst hatten, erweisen sich somit großteils als unbegründet.]

Punkte	
Rechnen	**Projekt**
38	10
37	12
36	12
35	11
35	10
34	10
34	7
33	10
33	6
30	7
28	3
27	7
27	5
26	7
26	4
26	4
25	9
25	8
25	8
25	7
23	11
23	9
23	8
21	10
20	7
19	5
17	10
15	7

Note	
Rechnen	**Projekt**
1	2
1	1
1	1
1	2
1	2
1	2
1	4
2	2
2	4
2	4
3	5
3	4
3	5
3	4
3	5
3	5
3	3
3	3
3	3
3	4
3	2
3	3
3	3
4	2
4	4
4	5
5	2
5	4

Abbildung 39: Leistungsvergleich: Rechenbeispiele – projektbezogenes Beispiel

3.3 Gesamtnoten

Noch deutlicher zeigt sich dieser Zusammenhang beim Vergleich der Gesamtnoten im Projekt mit den Jahresnoten im Unterrichtsgegenstand Mathematik. (Hierbei ist allerdings zu berücksichtigen, dass in die Mathematiknote auch die Leistungen im Projekt sowie andere Leistungen, die keine reinen Rechenleistungen darstellen, eingeflossen sind.)

Gesamtnoten	
Projekt	Mathematik
1	1
1	1
1	1
1	1
1	2
1	3
2	1
2	2
2	2
2	2
2	3
2	3
2	3
3	2
3	3
3	3
3	3
3	3
3	3
3	4
3	4
3	4
3	4
3	5
4	3
4	4
4	4
4	5

Abbildung 40: Gesamtnoten

Wie sind die Noten korreliert? Dazu wird im Folgenden der SPEARMANsche Rangkorrelationskoeffizient (vgl. Pfanzagl 1974, S. 276 ff.) berechnet.
Für die numerische Berechnung wird die nachstehende Formel verwendet:

$$R = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

d_i bedeutet dabei die Differenz zwischen der Rangzahl der Note im Projekt und der Rangzahl der Mathematiknote des i-ten Schülers (der i-ten Schülerin).

n entspricht der Anzahl der Schülerinnen und Schüler; also: $n = 28$.

Zur Berechnung des Rang-Korrelationskoeffizienten dient die folgende Tabelle (Abbildung 41):

	Noten		Rangzahlen		
SchülerIn	**Proj.**	**M**	**Proj.**	**M**	***d²***
1	1	1	3,5	3	0,25
2	1	1	3,5	3	0,25
3	1	1	3,5	3	0,25
4	1	1	3,5	3	0,25
5	1	2	3,5	8	20,25
6	1	3	3,5	15,5	144
7	2	1	10	3	49
8	2	2	10	8	4
9	2	2	10	8	4
10	2	2	10	8	4
11	2	3	10	15,5	30,25
12	2	3	10	15,5	30,25
13	2	3	10	15,5	30,25
14	3	2	19	8	121
15	3	3	19	15,5	12,25
16	3	3	19	15,5	12,25
17	3	3	19	15,5	12,25
18	3	3	19	15,5	12,25
19	3	3	19	15,5	12,25
20	3	4	19	23,5	20,25
21	3	4	19	23,5	20,25
22	3	4	19	23,5	20,25
23	3	4	19	23,5	20,25
24	3	5	19	27,5	72,25
25	4	3	26,5	15,5	121
26	4	4	26,5	23,5	9
27	4	4	26,5	23,5	9
28	4	5	26,5	27,5	1
					792,5

Abbildung 41: Berechnung des Rang-Korrelationskoeffizienten

Damit ergibt sich mit

$R = 0{,}783$

eine signifikant von 0 verschiedene Korrelation zwischen der Rangzahl der Note im Projekt und der Rangzahl der Mathematiknote. (Die 99%-Sicherheitsgrenze liegt laut Pfanzagl 1974, S. 297 bei 0,45.)

4 Didaktische Analyse

Die folgenden Überlegungen stellen ein Angebot zur Nachbetrachtung des Projekts „Sozialreflexion im Mathematikunterricht“ dar. Planung, Durchführung und Auswertung desselben wurden bereits vor dem Schreiben dieser Zeilen abgeschlossen. Für den Rückblick wird eine konstruktivistische Sichtweise eingenommen. Diese betont einerseits, dass das Ergebnis des Projekts kein vorgegebenes war. Auf der anderen Seite kann dadurch meines Erachtens (auch) gezeigt werden, inwieweit sich das Projekt „Sozialreflexion im Mathematikunterricht – Kooperation oder Verweigerung“ vom „herkömmlichen“, primär fachbezogenen (Mathematik-)Unterricht unterscheidet. Es wird ein Vergleich mit der Beschreibung der Begriffsentwicklung im Mathematikunterricht unter Verwendung so genannter *norms* und *practices* bei Paul Cobb (Yackel, Cobb 1996; McClain, Cobb, Gravemeijer, Estes 1999; Cobb, Stephan, McClain, Gravemeijer 2001) angestellt. Der Versuch einer Anwendung des Modells von Cobb soll Besonderheiten des Projekts „Sozialreflexion“ aufzeigen: Zur gemeinsamen Reflexion in der Klasse werden zwar Begriffe benötigt; die Begriffe sind aber keine mathematischen, und die Begriffsentwicklung steht auch nicht im Zentrum. Darüber hinaus ist für Sozialreflexion ein Wechselspiel von Fixierung und Öffnung vonnöten, und dabei kann nun gerade die Mathematik helfen.

4.1 Umfeld

Zunächst will ich nochmals darauf hinweisen, dass im vorliegenden Projekt die Mathematik „nur“ als Hilfsmittel zur Reflexion über soziale Verhältnisse auftritt. Es geht also nicht darum, Mathematik zu lernen und auch nicht darum, über Mathematik zu reflektieren. Die Pilotstudie „Strukturierung einer Entscheidungssituation“ thematisierte – als Vorbereitung auf das Hauptprojekt – diesen *Hilfsmittelaspekt der Mathematik*. Dies sollte nun nicht die Wichtigkeit der Mathematik für das Hauptprojekt aufzeigen, sondern die Lernenden vom gewohnten Mathematikunterricht wegbringen. Eine Diskussion über die Rolle der Mathematik ist nun als Thema des Mathematikunterrichts nichts wesentlich Neues. Insofern ist auch die Pilotstudie nur als ein Schritt in Richtung „Sozialreflexion“ zu sehen, die eine neue Sichtweise des (Mathematik-)Unterrichts erfordert. Diese basiert auf dem Übergang von der Diskussion <u>über</u> Mathematik hin zu einer Diskussion über soziale Fragestellungen <u>mithilfe</u> der Mathematik.

Das Hauptprojekt zur Sozialreflexion kann als eine mögliche Fortsetzung des Projekts „Mathematik und politische Bildung“ (Fischer, Kotzmann, Jungwirth, Ossimitz 1986) gesehen werden. Jedoch stand dort – wie in meiner Pilotstudie – die Diskussion über die Rolle der Mathematik im Zentrum. Diese Diskussion ist zwar auch Bestandteil des Hauptprojekts, aber keineswegs primär, und zwar weder für die Lernenden als Bildungsziel noch für mich als Forscher in der Betrachtung des Unterrichtsgeschehens.

„*Kooperation oder Verweigerung*" ist nun eine spezielle Fragestellung im Rahmen von Sozialreflexion. Weitere Arbeiten unserer DoktorandInnen-Gruppe beschäftigen sich auch mit Sozialreflexion, betrachten dabei aber Themen wie „Gerechtigkeit" (K. Zouhar: Betrachtung unseres Lohnsteuersystems), „Kollektive Entscheidungen" (M. Schreiber: Wahlverfahren) und „Messung im sozialen Kontext" (R. Schmid-Zartner: Klassenklimaerhebung, schulische Leistungsbeurteilung, Intelligenz und Intelligenzmessung). Den Arbeiten gemeinsam ist eine „Ausweitung" des Blicks beziehungsweise ein Zurücktreten vom gewohnten Unterricht: Die Mathematik hilft uns bei der gemeinsamen Bearbeitung gesellschaftlicher Problemstellungen. Im Zentrum des Unterrichts steht dabei die gesellschaftliche Problemstellung und nicht etwa die Rolle der Mathematik für diese. Diese Sichtweise kann in Folge zu einer Aufhebung der Fachgrenzen führen, was gerade für die Allgemeinbildung an höheren Schulen von Bedeutung sein sollte.

4.2 Begriffsentwicklung bei Paul Cobb

Bevor ich das Thema Sozialreflexion unter Verwendung des begrifflichen Apparats von Cobb betrachte, gebe ich eine kurze Zusammenfassung der wesentlichen Aspekte des Modells von Cobb. Im Hintergrund seiner didaktischen Theorie steht eine konstruktivistische Lerntheorie (Gumin, Meier 1992; von Glasersfeld 1996). Cobb erwähnt als Einfluss für seine theoretische Perspektive an erster Stelle von Glasersfeld, mit dem er als Student zusammenarbeitete. Von Glasersfeld beschreibt die beiden Grundprinzipien seines „radikalen" Konstruktivismus so (von Glasersfeld 1996, S. 48):

(a) Wissen wird vom denkenden Subjekt nicht passiv aufgenommen, sondern aktiv aufgebaut.

(b) Die Funktion der Kognition ist adaptiv und dient der Organisation der Erfahrungswelt, nicht der Entdeckung der ontologischen Realität.

Cobb beschreibt die Begriffsbildung im Mathematikunterricht als *social practice* bzw. Gemeinschaftsprojekt mit zentraler Rolle des Lehrers als Repräsentanten der mathematical community. Sein Verständnis des Lernens und Lehrens von Mathematik stützt sich auf die Teilnahme an einer (Bildungs-)Kultur (in der Klassenumgebung) im Unterschied zur Weitergabe von Wissen, die aus konstruktivistischer Sicht nicht stattfinden kann. Cobb gebraucht zur Beschreibung der Entwicklung von Begriffen in der Klasse so genannte *taken-as-shared meanings* mathematischer Begriffe, die durch die

Teilnahme an einem Diskussionsprozess gemeinsam konstruiert werden. Wesentlich bei diesem gemeinsamen Erarbeiten ist, dass die Lernenden versuchen, die Erklärungen anderer zu erfassen, sie mit den eigenen vergleichen und sie auch bewerten. Im Mittelpunkt steht also ein Sinn-Finden in den Argumentationen der anderen und ein Vergleichen mit dem eigenen Bild der Situation und nicht das Nachvollziehen einer vom Lehrer bzw. der Lehrerin präsentierten fertigen Problemlösestrategie.

Cobb verwendet zur Analyse dieses kollektiven Lernprozesses in der Klasse die Bildung so genannter *classroom mathematical practices* gesteuert durch gemeinsam ausgehandelte *classroom social norms* und *sociomathematical norms* (Cobb, Stephan, McClain, Gravemeijer 2001, S. 119):

(A) *Classroom social norms*: Wissen über den Unterrichtsablauf: Wie bringt man sich in den Unterricht ein?
(B) *Sociomathematical norms*: (Meta-)Wissen über die Grundprinzipien des Faches: Was ist eine akzeptable mathematische Begründung?
(C) *Classroom mathematical practices*: Mathematische Aktivitäten, die zur Konstruktion von taken-as-shared meanings führen: Wie „messen" wir eine Länge?

Diese Methodologie hat als Ziel eine reflektierte Konstruktion mathematischer Begriffe (in der Klassenumgebung) sowie eine didaktische Analyse derselben.

4.3 Begriffsentwicklung im Rahmen von Sozialreflexion

Theoretische Überlegungen

Um gemeinsam über eine soziale Problemstellung nachdenken zu können, ist ein gemeinsames Verständnis wichtiger Begriffe in der Klasse von Vorteil, zumindest aber eine gemeinsame Sprache vonnöten. Lernen kann als Entwicklung gemeinsamer Begriffe gesehen werden, die im Falle der Mathematik von der mathematical community vorgegeben sind. Im Falle von Sozialreflexion gibt es zwar keine community, die eine Zielvorstellung vorgibt, dennoch können gemeinsame Begriffe auch hier hilfreich sein. Begriffe zu der behandelten sozialen Problemstellung werden einerseits für die im Projekt angestrebte gemeinsame Reflexion benötigt und andererseits gerade durch diese weiterentwickelt.

Die Begriffe sind im Falle von Sozialreflexion keine mathematischen: Ich möchte für die folgenden Überlegungen einen Begriff herausheben und die Vorstellungen zu „Kooperation oder Verweigerung", die im Unterrichtsprojekt durch Lernende und Lehrer gemeinsam konstruiert werden, als zentralen Begriff vorschlagen. Dieser unterscheidet sich von den sonst im Mathematikunterricht entwickelten Begriffen dadurch, dass er von offenerer Gestalt ist: Der (vorgeschlagene) Begriff „Kooperation oder Verweigerung" kann nicht in eine enge Definition gefasst werden, wie dies bei mathematischen Begriffen möglich ist. Es existiert keine „offizielle" Vorstellung von „Kooperation oder Verweigerung" in der Gesellschaft – bzw. aus konstruktivistischer

Sichtweise: In der Mathematik hat die Entwicklung von Begriffen eine vorgegebene(re) Perspektive, im Falle von Sozialreflexion ist das Ergebnis eben offener, wie in diesem Kapitel noch näher ausgeführt wird.

Für das Lehren und Lernen mathematischer Begriffe (wie dies für gewöhnlich im Mathematikunterricht geschieht) kann die konstruktivistische Sichtweise aufgrund dieser vorgegebene(re)n Perspektive eine starke Irritation darstellen, und zwar, wenn Mathematikunterricht als möglichst exakte Vermittlung der Bedeutung externer Repräsentationen gesehen wird.[1] Paul Cobb beschreibt diese Sichtweise, die unvereinbar mit dem Konstruktivismus ist, so:

The overall goal of instruction is to help students construct mental representations that correctly or accurately mirror mathematical relationships located outside the mind in instructional representations. (Cobb, Yackel, Wood 1992, S. 4)

Im Falle von Sozialreflexion stellt der Konstruktivismus keine Irritation dar, weil aufgrund der offeneren Gestalt der Begriffe die Sichtweise des Aufbauens korrekter interner Repräsentationen von vorgegeben Begriffen von vornherein kaum eingenommen werden kann. Die Inhalte sind im Falle von Sozialreflexion von Beginn an in die Gesellschaft eingebettet, was kompatibel zur Auffassung von Cobb ist:

(...) *knowing is a socially and culturally situated constructive process.* (Cobb, Yackel, Wood 1992, S. 8)

Warum beschreibe ich nun die Entwicklung eines (zentralen) Begriffs, obwohl Reflexion im Mittelpunkt des Unterrichtsprojekts steht? Warum wähle ich gerade diesen Begriff?

Im Zentrum des Unterrichts steht die Reflexion über „Kooperation oder Verweigerung": Um mit den Schülerinnen und Schülern über „Kooperation oder Verweigerung" gemeinsam nachdenken zu können, muss auch gemeinsam darüber gesprochen werden können, was einen gemeinsamen (viablen[2]) Begriff von „Kooperation oder Verweigerung" in der Klasse erfordert. Dieser Begriff ist zu Beginn nicht vorhanden, beziehungsweise werden die Lernenden zunächst verschiedenste Vorstellungen dazu haben.

---

[1] Wie von Glasersfeld betont, kann es schwierig sein, sich auf die konstruktivistische Sichtweise einzulassen: „*Für diejenigen, die an Erkenntnis als Abbildung glauben, bewirkt diese radikale Veränderung des Begriffs der Erkenntnis uns seines Bezugs zur Realität einen furchtbaren Schock.*" (von Glasersfeld 1996, S. 43)

[2] Da jeder Schüler und jede Schülerin ihre eigenen Vorstellungen entwickelt, sollte man nicht von gemeinsamen Begriffen sprechen. Paul Cobb spricht daher von *taken-as-shared meanings*, also Begriffen, die gemeinsam in der Klasse verwendet werden können – die individuell zugeordneten Bedeutungen müssen in gewisser Art und Weise „zusammenpassen". Ich will in Anlehnung an Ernst von Glasersfeld auf den Ausdruck „Viabilität" verweisen: „*Handlungen, Begriffe und begriffliche Operationen sind dann viabel, wenn sie zu den Zwecken oder Beschreibungen passen, für die wir sie benutzen.*" (von Glasersfeld 1996, S. 43)

Nachdem nun festgehalten ist, dass alle Lernenden eigene Vorstellungen entwickeln, möchte ich im Folgenden – der Einfachheit halber – dennoch meist von „gemeinsamen" Begriffen sprechen.

Im Laufe des Unterrichtsprojekts wird der Begriff „Kooperation oder Verweigerung“ gemeinsam (weiter-)entwickelt und kann somit in der Klasse verwendet werden.

Die Frage: „Was verstehen wir unter Kooperation und Verweigerung?“ spielt also im Rahmen von Sozialreflexion eine Rolle und soll daher als Ansatzpunkt für eine Anwendung des begrifflichen Apparats von Paul Cobb dienen. Gerade die Sichtweise des gemeinsamen Konstruierens von Lernenden und Lehrer kann nun im Falle von Sozialreflexion verdeutlichen, dass nicht von vornherein festgelegt ist, wo man durch den Unterricht letztendlich ankommt. Im Rahmen dieses Unterrichtsprojekts war darüber hinaus nicht nur das Ergebnis ein unbekanntes („Ist es möglich, mithilfe der Mathematik mit Schülerinnen und Schülern über soziale Problemstellungen sinnvoll zu reflektieren?“), auch die Vorgangsweise war mit den Lernenden zu entwickeln („Wie kann ein Unterricht gestaltet werden, der die Mathematik „nur“ als Hilfsmittel verwendet, um gemeinsam über eine außermathematische Problemstellung nachzudenken?“). Schließlich handelte es sich zwar um Mathematikstunden; das dafür ungewöhnliche Thema erforderte aber eine zunächst neue Vorgangsweise. Der Lehrer kann diesbezüglich zwar einen Weg vorgeben, die Schülerinnen und Schüler machen sich dann aber ihre eigenen Gedanken, denen im Falle von Sozialreflexion eine besonders wichtige Rolle zukommt.

Die Bedeutung dieser eigenen Gedanken – besonders in Form der Reflexionen der Schülerinnen und Schüler – für das Unterrichtsprojekt ist auch ein wesentlicher Grund dafür, dass ich mich in dieser Nachbetrachtung auf die Sichtweise des Konstruktivismus einlasse. Ich halte aber nochmals fest, dass ich dem Leser und der Leserin in diesem Kapitel etwas anbiete, dass diese selbst interpretieren mögen. Ich lasse daher bewusst offen, ob das Unterrichtsprojekt als Unterricht im Sinne von Paul Cobb gesehen werden kann und wie fruchtbar die Sichtweise der Entwicklung gemeinsamer Begriffe für die Betrachtung von Sozialreflexion sein kann. Begriffsbildung ist im Falle von Sozialreflexion ja kein Ziel an sich – die Begriffe dienen (nur) als Kommunikationshilfe. Wenn durch die hier eingenommene Sichtweise zumindest die Besonderheiten des Projekts herausgestrichen werden können, ist meines Erachtens die Intention dieses Abschnitts erfüllt.

Anwendung des Modells von Cobb

Sozialreflexion konstruiert nun keine mathematischen Begriffe, und – im Unterschied zu Cobbs Modell – kommt der Bewertung des Gelernten eine zentralere Bedeutung zu: Die Schülerinnen und Schüler sollen eine Haltung zum Thema entwickeln (vgl. Teil I, Abschnitt 2.1: Reflexion). Der gemeinsam konstruierte, *zentrale Begriff „Kooperation oder Verweigerung“* dient im Unterrichtsprojekt der Verständigung der Lernenden innerhalb in der Klasse. Zusätzlich zur Begriffskonstruktion müssen sich die Schülerinnen und Schüler im Laufe des Projekts aber immer wieder für eine der beiden Alternativen (Kooperation oder Verweigerung) begründet entscheiden. Die wesentliche

Rolle von (individuellen) Entscheidungen für den Lernprozess führte mich zu einer Erweiterung des Erklärungsgerüsts von Cobb, wie weiter unten dargestellt wird.

Da sich im Unterricht immer eine soziale Struktur etabliert – und diese auch aus meiner Sicht nicht von außen vorgegeben werden kann, sondern vielmehr gemeinsam ausgehandelt wird – behalte ich für meinen Interpretationsrahmen den Begriff der classroom social norms bei. Ich möchte sie im Weiteren als „*soziale Vereinbarungen*[1]“ bezeichnen. Zu diesen zähle ich – wie Cobb – Übereinkommen wie: Die Lernenden müssen ihre Gedankengänge in den Diskussionen erklären, sie müssen den anderen zuhören und sollen bei Unklarheiten Fragen stellen. Diese sozialen Vereinbarungen werden für die reflektierte Erarbeitung des Begriffs „Kooperation oder Verweigerung“ benötigt und beschreiben den Rahmen, in dem die Lernenden die für sie zum Teil neue Arbeitsweise (das Fach Mathematik betreffend) mitlernen.

Die durch das Begriffspaar „Kooperation oder Verweigerung“ konkretisierte zentrale Fragestellung des Unterrichts zum Thema Sozialreflexion ist eine (zunächst) abstrakte. Die Aktivitäten, die für einen reflektierten Umgang mit dem Thema des Hauptprojekts notwendig sind, möchte ich unter dem Gesichtspunkt der Arbeiten von Cobb als (soziale) *Praxis* „*Reflexion über Kooperation oder Verweigerung*“ bezeichnen. Dazu zählen Aktivitäten wie:

- (Gemeinsames) Erleben der Entscheidungssituation „Kooperation oder Verweigerung“ während der Spielphasen,
- Diskussion der Entscheidungssituation „Kooperation oder Verweigerung“ in der Gruppe,
- Reflexion über (eigene) Handlungen und getroffene Entscheidungen,
- Zurückführen von Alltagssituationen auf die Modellsituation „Gefangenendilemma“,
- Erkennen von Gründen für die behandelten Dilemmata und Diskussion von Lösungsvorschlägen.

Im Zentrum dieser Aktivitäten steht jeweils das gemeinsame Nachdenken über die soziale Problemstellung „Kooperation oder Verweigerung“. Zu Beginn erzeugt die Spielphase persönliche Betroffenheit bei den Schülerinnen und Schülern, und bereits während des Spielens wird von ihnen verlangt, ihre Gedanken zu verbalisieren. Dies bedingt ein gemeinsames Verständnis der Situation „Kooperation oder Verweigerung“ – zumindest so weit, dass darüber gemeinsam diskutiert werden kann. Die Aktivitäten, die auf die Spielphase folgen, zielen auf eine Verallgemeinerung der Spielsituation und auf eine Ausweitung des „gemeinsamen“ Begriffs ab. Dadurch können zunächst neue Situationen auf die analysierte Modellsituation zurückgeführt werden. Erst diese Verallgemeinerung und Abstraktion der im Spiel erlebten Situation ermöglichen es, Frage-

[1] Diese von mir verwendete Übersetzung von „norms“ geht auf einen Vorschlag von Willi Dörfler in einem Gespräch mit ihm zurück. Man könnte auch von gemeinsam ausgehandelten Regeln sprechen. Diese werden nun nicht etwa gemeinsam diskutiert und dann festgelegt, sonder entstehen vielmehr im gemeinsamen Handeln von Lernenden und Lehrer während des Unterrichts.

stellungen wie „Wie gehen wir miteinander um?“ auf dem gewünschten, höheren Niveau zu bearbeiten. Da der gemeinsame Begriff „Kooperation oder Verweigerung“ ein abstrakter ist (und außerdem die beiden Wörter aus dem Alltag bereits bedeutungsbehaftet sind), können diese gemeinsamen Begriffe nur mithilfe von irritierenden Eingriffen des Lehrers entstehen.

Diese Irritation geschieht – gesteuert durch die erwähnten sozialen Vereinbarungen – in erster Linie durch Spiele und Texte, die dazu anregen, das Begriffspaar „Kooperation oder Verweigerung“ weiterzuentwickeln. Irritation meint dabei die (gedankliche) Zerstörung von sozialen Konstrukten mittels Fragestellungen wie: Was wäre, wenn jeder nur auf seinen eigenen Nutzen schauen würde? Liefern wir uns Regeln aus? Welche Bedeutung haben Regeln für unser Zusammenleben? Die Irritation führt zu einer Reflexion unbewusster Verhaltensweisen und macht diese kommunizierbar. Dadurch kann dann gemeinsam unser Zusammenleben betrachtet werden, was mit der gemeinsamen Praxis „Reflexion über Kooperation oder Verweigerung“ auch gemeint ist. Das Begriffspaar „Kooperation oder Verweigerung“ ist aus dieser Sichtweise also kein vorgegebenes. Vorgegeben ist vielmehr die sprachliche Bezeichnung für einen Begriff, der gesteuert durch einen vom Lehrer vorgedachten Weg von den Lernenden gemeinsam mit dem Lehrer entwickelt wird.

Damit dieser Weg von den Lernenden auch gegangen werden kann, sind neben den sozialen Vereinbarungen auch *Vereinbarungen betreffend Sozialreflexion* vonnöten. Diese beinhalten Vereinbarungen bezüglich der Verwendung von Mathematik und umfassen Einigungen über Fragestellungen wie:

- Wie werden die Arbeitsaufträge zu Sozialreflexion in den Gruppen bearbeitet?
- Wie schreibt man einen Stimmungsbericht zu den Unterrichtseinheiten?
- In welcher Art und Weise verwenden wir die Mathematik für Sozialreflexion?
- Wie spielt man im (Mathematik-)Unterricht?
- Wie schreibt man einen Aufsatz im (Mathematik-)Unterricht?

Diese Vereinbarungen sind spezifisch für Sozialreflexion, so wie die sociomathematical norms bei Cobb spezifisch für mathematische Begriffsbildung sind. Ich will hier nochmals festhalten, dass auch diese Vereinbarungen keine fest vorgegebenen sind. Beispielsweise stammt die Idee dazu, den Schülerinnen und Schülern nach den einzelnen Unterrichtseinheiten Stimmungsberichte verfassen zu lassen, von meinem Kollegen Karl Zouhar. Ich fand darin eine gute Möglichkeit, von allen Lernenden eine kurze Rückmeldung nach jeder Stunde zu erhalten. Wie diese Berichte zu schreiben waren, wurde von mir nun nicht vorgegeben. Die Ideen der Schülerinnen und Schüler zusammen mit meinen Rückmeldungen sorgten schließlich für eine diesbezügliche Vereinbarung. Diese musste, wie auch die anderen oben genannten Vereinbarungen, nicht explizit getroffen werden. Vereinbarungen entstehen im gemeinsamen Arbeiten in der Praxis „Reflexion über Kooperation oder Verweigerung“.

Ich rücke die Vereinbarungen bezüglich der Verwendung von Mathematik bewusst in den Hintergrund und ordne sie den Vereinbarungen betreffend Sozialreflexion unter.

Einerseits werden im gesamten Projektverlauf keine neuen mathematischen Begriffe entwickelt, weshalb ich glaube, auch in der didaktischen Analyse des Projekts auf die explizite Benennung von sociomathematical norms, die bei Cobb im Hintergrund der classroom mathematical practices stehen, verzichten zu können. Da mein Augenmerk im Gegensatz dazu auf einer sozialen Praxis (Reflexion über Kooperation oder Verweigerung) liegt, scheint mir für die Beschreibung der Entwicklung dieser der Begriff „Vereinbarungen betreffend Sozialreflexion" nahe liegender. Auf der anderen Seite wird im Laufe des Projekts immer wieder Mathematik verwendet; der Verzicht auf den Begriff der sociomathematical norms soll dabei aber gerade zeigen, dass die Rolle der Mathematik auf den Hilfsmittelaspekt beschränkt ist. Und dieser wird im Rahmen des Hauptprojekts in nur einer Einheit thematisiert. Wollte ich nun den Begriff, den die Lernenden von der Mathematik haben, ins Zentrum rücken, müsste dafür wohl ein anderes Erklärungsmodell in Anspruch genommen werden. Ich will aber an dieser Stelle nochmals darauf hinweisen, dass die Mathematik – genauer: der Umgang mit und die Weiterentwicklung von mathematischen Begriffen – nicht im Zentrum des Hauptprojekts steht. Das ist natürlich nicht damit gleichzusetzen, dass es im Hauptprojekt zu keiner Entwicklung mathematischer Begriffe kommt. Gerade durch die Nicht-Konzentration der Aufmerksamkeit auf die Mathematik und die mathematischen Begriffe können diese sehr wohl eine Bedeutungsänderung erfahren. Diese ist allerdings nicht mein Untersuchungsgegenstand und darüber hinaus nicht zentral für Sozialreflexion und wird daher von mir in dieser Analyse von Sozialreflexion auch nicht näher beleuchtet.

Am Ende des Projekts wurde mit den Schülerinnen und Schülern der primär nicht-fachbezogene Charakter des Hauptprojekts thematisiert. Im Gegensatz zu vielen anderen Lerninhalten scheint es bei Sozialreflexion keine zwingende Fachzuordnung zu geben – wenn man davon absieht, dass Zahlen, Tabellen und Graphen zwar mathematische Mittel sind, aber durchaus auch in anderen Unterrichtsfächern ihren Platz haben, sofern sie eben nicht im Zentrum der Betrachtungen stehen. Die Erwartungen der Schülerinnen und Schüler an den Mathematikunterricht wurden somit (zunächst) nicht erfüllt – gerade dadurch änderte sich aber das Bild von der Mathematik (vgl. Teil II, Abschnitt 5.1: Erweiterung des Bildes von der Mathematik). Diesbezüglich könnte das Akzeptieren von Sozialreflexion als Thema des Mathematikunterrichts auch als Vereinbarung bezeichnet werden, die im Rahmen des Unterrichtsprojekts gemeinsam getroffen wurde. Inwieweit „Sozialreflexion" aber als Mathematikunterricht im herkömmlichen Sinne (bzw. im Sinne von Paul Cobb) gesehen werden kann, bleibt den Schülerinnen und Schülern bzw. Leserinnen und Lesern überlassen.

4.4 Persönliche Haltung

Wie in jedem Unterricht benötigt man also auch im Rahmen von Sozialreflexion für die Praxis „Reflexion über Kooperation oder Verweigerung“ Vereinbarungen. Diese wurden in soziale Vereinbarungen und Vereinbarungen betreffend Sozialreflexion unterteilt. Für die Kommunikation in der gemeinsamen Praxis sind – wie auch von Cobb ausgeführt – gemeinsame Begriffe hilfreich; ich schlug für mein Projekt „Kooperation oder Verweigerung“ als zentralen Begriff vor. Im Falle von Sozialreflexion steht der gemeinsame Begriff aber nicht im Zentrum der Betrachtungen. Im Unterschied zur „gängigen“ Begriffsentwicklung im Mathematikunterricht spielen im vorliegenden Projekt ein Hinterfragen des Gelernten (Sozialreflexion mithilfe der Mathematik) und ein Hinterfragen der eigenen Handlungen (Selbstreflexion) eine wesentlichere Rolle. Sozialreflexion (als gemeinsames Reflektieren sozialer Verhältnisse) führt in ihrer Intention hin zu einer reflektierten *Bewertung* des Wissens. Die Lernenden entwickeln dadurch ihre *persönliche Haltung* zum Projektthema, was schließlich auch in begründeten *Entscheidungen* münden muss. Einerseits müssen sich die Schülerinnen und Schüler im Laufe des Projekts immer wieder für eine der Alternativen (Kooperation oder Verweigerung) entscheiden. Andererseits können einzelne Lernende dabei auch zum Schluss kommen, dass sie sich über dieses Thema keine weiteren Gedanken machen müssen. Dies beinhaltet eine Entscheidung für oder gegen weitere Reflexionen im Bezug auf das Thema (vgl. Teil I, Abschnitt 2.2: „Reflektierer und Reflektiererinnen“). Die Ablehnung weiterer Reflexionen soll dabei begründet geschehen. Einzelne Lernende können dabei durchaus die Haltung einnehmen, dass ihre Entscheidungen für sich alleine genommen nicht bedeutsam sind. Ihre Bedeutung erhalten die Entscheidungen immer erst im Aufeinandertreffen mit anderen Entscheidungsträgern, die man letztendlich kaum beeinflussen kann. Wesentlich ist, dass die Entscheidung, sich keine weiteren Gedanken mehr zu machen, als Grundlage ein reflektiertes Nachdenken über soziale Problemstellungen hat.

Das Ziel, die persönliche Haltung der Schülerinnen und Schüler zum Thema zu machen, führt dann auch dazu, dass die Lernenden im Laufe des Unterrichtsprojekts eigene Lösungsvorschläge und Ideen entwickeln müssen. Diese sind dann aber nicht notwendigerweise „gemeinsame“ Lösungsvorschläge und Ideen – nicht alle Lernenden werden dieselben Dinge wichtig nehmen. Der Begriff „Kooperation oder Verweigerung“ muss aber insofern viabel sein, dass gemeinsam über Lösungsvorschläge und Ideen nachgedacht werden kann. Keine Einigung muss beispielsweise bei Fragestellungen wie: „Soll bestraft werden?“ erzielt werden. Die Möglichkeit zur (begründeten) Ablehnung der Verwendung von Mathematik ist eine weitere Besonderheit im Rahmen von Sozialreflexion, bei der keine gemeinsame Ansicht erreicht werden muss.

Die konstruktivistische Sichtweise ist meiner Meinung nach – gerade aufgrund der Entwicklung einer persönlichen Haltung neben der notwendigen gemeinsamen Kommunikationsbasis – ein passendes Mittel (und keine Irritation), um die Intention meines Projekts zu unterstreichen. Im Falle von Sozialreflexion ist besonders gut sichtbar, dass keine vorgegebene, von uns unabhängige Realität in die Köpfe der Schülerinnen und Schüler transportiert wird.

4.5 Fixierung und Öffnung

Die Begriffe, die ein gemeinsames Nachdenken unterstützen, müssen sinnvoller Weise gemeinsame sein (besser gesagt: viabel sein – also beispielsweise in der Kommunikation funktionieren), weshalb Vereinbarungen getroffen werden müssen, um sie gemeinsam in der Klassenumgebung entwickeln zu können. Entscheidungen hingegen können auch eine individuelle Angelegenheit sein: Das Unterrichtsprojekt war so angelegt, dass nicht alle Schülerinnen und Schüler dasselbe wichtig nehmen mussten; es konnte durchaus sinnvoll sein, sich anders als alle anderen zu verhalten.

Wesentlich für die entwickelte Haltung gegenüber der sozialen Problemstellung „Kooperation und Verweigerung“ erscheinen mir sowohl die in der Praxis entwickelten gemeinsamen Begriffe als auch die Möglichkeit zur individuellen Entscheidung. Die durch die Praxis „Reflexion über Kooperation oder Verweigerung“ entwickelten Vorstellungen zum Begriffspaar „Kooperation oder Verweigerung“ können nun auch als ein Hilfsmittel zur Selbstreflexion gesehen werden. Diese Selbstreflexion ist ein wesentlicher Schritt hin zu einer persönlichen Haltung – man muss sich zunächst selbst beobachten: Wie verhalte ich mich? Welche Auswirkungen hat mein Verhalten? Wie sollte ich mich verhalten? Erst die Entwicklung von (gemeinsamen) Begriffen ermöglicht auch eine gemeinsame Bearbeitung dieser Fragestellungen in der Klassenumgebung. Das Bedürfnis nach Verständigung fordert eine *Fixierung* (und zwar in der Vorgangsweise und die Begriffe betreffend), zumindest so weit, dass gemeinsam über Sozialreflexion gesprochen werden kann. Die Reaktionen der anderen Lernenden helfen dann ebenso bei der Selbstreflexion, wie die Eingriffe durch den Lehrer.

Die Phasen des Unterrichts, die geprägt durch Entscheidungen sind, also beispielsweise alle jene Situationen, in denen sich die Lernenden für eine der Alternativen – Kooperation oder Verweigerung – entscheiden müssen, erfordern hingegen eine *Öffnung*: Die Schülerinnen und Schüler müssen sich unabhängig von den anderen für eine Seite entscheiden dürfen.

Die Reaktionen der anderen Lernenden auf die getroffene Entscheidung können dann Basis für weitere Diskussionen und für eine Weiterentwicklung des Begriffs „Kooperation oder Verweigerung“ sein. Für das gemeinsame Nachdenken ist dann aber wiederum eine gewisse Fixierung in der Vorgangsweise notwendig. Somit kommt es zu einem *Wechselspiel von Fixierung und Öffnung*.[1] Beide Seiten sind dabei not-

[1] Die Anregung zur näheren Betrachtung dieser Dialektik stammt von Roland Fischer. Fischer (2006a, S. 199 f.) beschreibt die Mathematik als Wirkungselement im Wechselspiel „*Festhalten* versus *Überwinden*“. Die Beschreibung einer Struktur mit mathematischen Mitteln kann einerseits benützt werden,

wendig: Die Fixierung, um das Thema gemeinsam behandeln zu können; die Öffnung, um eine persönliche Haltung einnehmen zu können und individuelle Entscheidungen treffen zu können.

Die – der Reflexion dienliche – Öffnung ermöglicht nun einerseits die Ablehnung der Verwendung von Mathematik in konkreten Situationen. Auf der anderen Seite stellt gerade die Mathematik eine Möglichkeit zum gemeinsamen Nachdenken über soziale Problemstellungen dar. Die Mathematik als Darstellungsmittel ermöglicht durch die Fokussierung der Aufmerksamkeit eine Fixierung, die notwendig ist, um gemeinsam Sozialreflexion betreiben zu können. Die Fixierung betrifft also die gemeinsame Begriffsbildung im Rahmen der Praxis „Reflexion über Kooperation oder Verweigerung"; der dabei gebildete Begriff ist ein – im Vergleich zu mathematischen Begriffen – „offener": Mathematische Begriffe werden von der Gesellschaft geteilt; im Falle von Sozialreflexion kommt – wie gesagt – der persönlichen Haltung eine wesentliche Bedeutung zu.

In Teil I, Abschnitt 2.1 wurde bereits darauf hingewiesen, dass Reflexion in erster Linie Offenheit signalisieren soll. Ich möchte diesbezüglich noch ergänzen, dass im Falle meines Unterrichtsprojekts diese Offenheit so weit geht, dass die Schülerinnen und Schüler auch mich als Lehrer leiteten. Es war nicht von vornherein klar, ob und wie den Lernenden Sozialreflexion zugänglich gemacht werden kann. Das bedeutet nun nicht, dass ich keinen Weg vorgezeichnet hatte. Die Vorgangsweise im Rahmen des Projekts war im Wesentlichen natürlich vorgegeben. Kaum vorhersagen ließen sich hingegen die Reflexionen der Lernenden. Der Lehrer kann diese nicht vermitteln, er kann nur durch Irritationen das intellektuelle Gleichgewicht der Schülerinnen und Schüler stören und somit Anlässe für Reflexion bieten (vgl. dazu Kapitel 2 in diesem Teil, These B über Reflektiererinnen und Reflektierer).

4.6 Zusammenfassung

Abbildung 42 zeigt die Übertragung des Modells von Cobb auf mein Unterrichtsprojekt und fasst die Überlegungen dieses Kapitels zusammen: Im Zentrum steht die gemeinsame Praxis „Reflexion über Kooperation oder Verweigerung", für die ein gemeinsames Verständnis des Begriffs „Kooperation oder Verweigerung" hilfreich ist und die diesen Begriff aber auch weiterentwickelt. Neben der Fixierung eines Begriffs erfordert die Praxis eine Öffnung für individuelle Entscheidungen und eine persönliche Haltung. Das gemeinsame Nachdenken erfordert Vereinbarungen über die Arbeitsweise im Rahmen der Praxis. Diese Vereinbarungen wurden in soziale Vereinbarungen,

---

um die Struktur festzuhalten und andererseits dazu, sie gemeinsam zu diskutieren und somit verändern zu können:

Weil die Mathematik sich besonders gut für das präzise Festhalten eignet, kann sie damit schneller die Grenzen des Bestehenden aufzeigen und schneller zur Überwindung kommen. Die Mathematik spitzt gewissermaßen zu. (Fischer 2006a, S. 200) die unabhängig vom betrachteten Gegenstand sind, und Vereinbarungen betreffend Sozialreflexion unterteilt. Die Art und Weise der Verwendung von Mathematik im Unterrichtsprojekt stellt nun auch eine Vereinbarung betreffend Sozialreflexion dar. Die Mathematik ermöglicht eine idealisierte Betrachtung und führt zu einer Reduktion in den betrachteten Problemstellungen. Erst diese Fixierung ermöglicht eine gemeinsame Diskussion und Begriffsbildung.

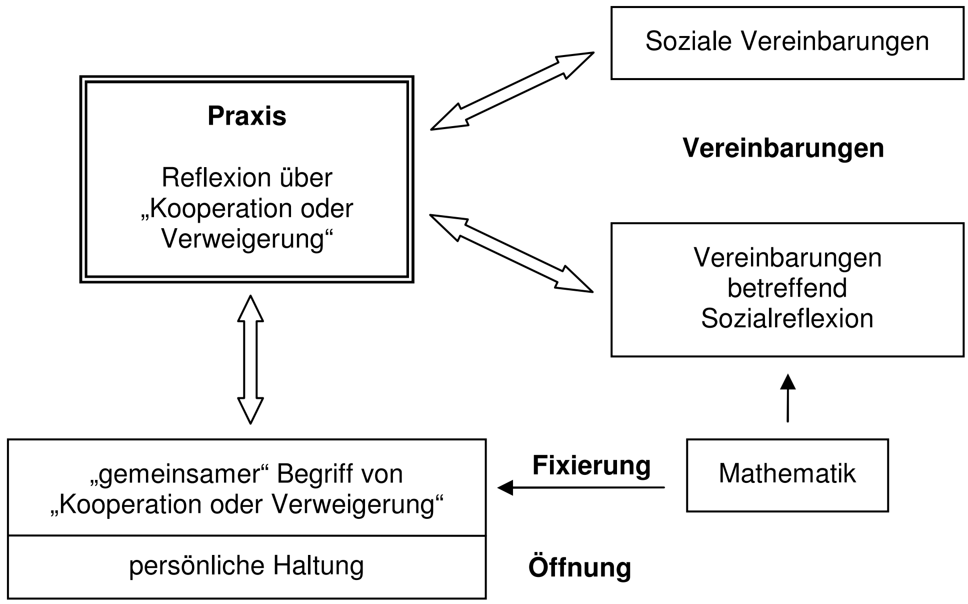


Abbildung 42: Theoretischer Rahmen

Dieses Modell entstand, wie oben beschrieben, aus der Übertragung der Sichtweise von Paul Cobb zur Analyse kollektiver Lernprozesse: Die sozialen Vereinbarungen stimmen mit den classroom social norms von Cobb überein. Die Vereinbarungen betreffend Sozialreflexion entsprechen den sociomathematical norms und sind für das Thema „Sozialreflexion im Mathematikunterricht“ maßgeblich, haben aber noch nicht die Fragestellung „Kooperation oder Verweigerung“ im Blickpunkt. Bei Cobb stehen schließlich classroom mathematical practices im Mittelpunkt, diese entsprechen der Praxis „Reflexion über Kooperation oder Verweigerung“. Der durch die Praxis gemeinsam konstruierte Begriff wird bei Cobb als taken-as-shared meaning bezeichnet.

Bei Cobb stehen mathematische Ideen und mathematische Aktivitäten im Zentrum, im Falle von Sozialreflexion sind es Ideen und Aktivitäten zu sozialen Fragestellungen mit der Mathematik im Hintergrund. Der Inhalt im Falle von Sozialreflexion ist die Praxis – also das gemeinsame Sprechen und Reflektieren über die geteilten Ideen zu „Kooperation oder Verweigerung“. Dies führt dazu, Sozialreflexion nicht als Wissen, sondern vielmehr als Tätigkeit zu sehen. Ein abschließendes Zitat aus einem Artikel von Cobb, Yackel und Wood verdeutlicht diese Sichtweise:

Knowing would then be seen as matter of being able to participate in mathematical[1] *practices in the course of which one can appropriately explain and justifying one's actions.* (Cobb, Yackel, Wood 1992, S. 15)

Die soziale Praxis „Reflexion über Kooperation oder Verweigerung" und die „persönliche Haltung" sind in den Forschungsfragen zu „Sozialreflexion" beziehungsweise „Haltung" wiederzufinden (siehe Teil I, Kapitel 4: Forschungsausgangspunkte). Dies sind zugleich die zentralen Fragestellungen meines Projekts. Die Forschungsfragen zur Rolle der Mathematik befinden sich am Ende der Liste der Forschungsfragen und unterstreichen die (bloße) Hilfsmittelfunktion der Mathematik.

[1] Im Falle meines Unterrichtsprojekts ist das Wort „mathematical" durch „social" zu ersetzen.

5 Ausblick

Wichtig erscheint mir, nochmals zu bemerken, dass dieses Projekt nur zeigen konnte, was in dieser *speziellen Situation* (Klasse, Schulstufe, Schülerinnen und Schüler) erreicht werden konnte. Deshalb wurde auch die quantitative Auswertung an den Schluss gestellt, weil diese eben nur auf ein einmalig durchgeführtes Projekt zurückgreifen konnte.

Im Rahmen der Vorbereitung des Projekts wurden die verwendeten Spiele (Einheit 1 bzw. Einheit 5) allerdings in anderen Klassen ausprobiert. Beim Spiel „X oder Y" zeigte sich hierbei in einer vierten Klasse eine viel höhere Bereitschaft zur Kooperation als im oben beschriebenen Projekt. In einer siebenten Klasse wurde das Spiel „1 oder 2" durchgeführt. Auch hier zeigte sich ein großteils kooperatives Verhalten: In der ersten Runde entschieden sich 11 von insgesamt 16 Schülerinnen und Schülern zur Kooperation, ebenso in der zweiten Runde. In einer abschließenden dritten Runde (nach der Diskussion des Spiels) entschieden sich sogar 12 der Lernenden für „1". *Dies zeigt, dass die vorliegende Projektbeschreibung eben <u>einen</u> möglichen Ablauf vorstellte.*

Ein Ansatz für zukünftige Untersuchungen wäre, danach zu fragen, wie ertragreich (im Hinblick auf Reflexion) es sein kann, wenn die Schülerinnen und Schüler, die eine hohe Reflexionsebene erreicht haben, <u>gemeinsam (weiter)reflektieren</u>. Danach könnte dann der Rest der Klasse mit dem Ergebnis dieses Weiterdenkens konfrontiert werden, wodurch dann vielleicht auch ein gemeinsames, höheres Niveau erreicht werden könnte. Wichtig erscheint mir dabei, dass diejenigen, die keine höhere Reflexionsebene erreichen, zumindest wissen, dass man sich da noch viele Gedanken machen kann, sie selbst aber eben nicht interessiert an einer aktiven Beteiligung sind. Vielleicht sind sie ja neugierig auf das Ergebnis der anderen (das beispielsweise eine Verbesserung einer Strategie für ein Spiel sein könnte).

Die Verschiedenheit der Interessen der Lernenden wird durch die vorherrschende Gleichschrittsideologie im Unterricht aber verdrängt. Eine gesellschaftspolitische Zielsetzung (auch für Schule im Allgemeinen) wäre die Förderung der jeweiligen Wissbegierden: So gibt es eben Schülerinnen und Schüler, die interessierter am Rechnen sind und dies dann auch besser können und solche, die sich lieber intensiver mit Fragen, die Reflexion voraussetzen, beschäftigen.

Der tatsächlich durchgeführte Unterricht realisierte die Berücksichtigung verschiedener Interessen (nur) in Ansätzen (zum Beispiel durch die Arbeitsgruppen). Ich versuchte, möglichst alle Schülerinnen und Schüler schon früh an den Reflexionen der anderen teilhaben zu lassen, indem die Reflektierenden ihre Ideen direkt in den Gruppen vorstellten sowie an entsprechenden Stellen des Projekts vor die Klasse traten. Dabei zeigte sich auch ein Teilhabenwollen an den Ideen anderer – etwa, wenn Lernende das Beispiel eines Gruppenmitglieds vortrugen. Ein Interesse an den Ideen der Reflektiererinnen und Reflektierer war also vorhanden.

Für die Intention des Projekts erscheinen nun die Einheiten 1 bis 4 (mit dem zentralen Thema „Gefangenendilemma“) als wesentlich. In der Beschreibung des Projekts wurde die Möglichkeit, das Projekt in einer Kurzform in vier Unterrichtseinheiten durchzuführen bereits angesprochen. Als wichtiger Abschluss für alle Schülerinnen und Schüler und vor allem als Ausblick für die Reflektiererinnen und Reflektierer erwies sich Einheit 7. Die Präsentation von Tit For Tat als „beste“ Strategie sollte zu einer Besprechung von Situationen vom Typ des Gefangenendilemmas dazugehören. Die Inhalte der siebenten Unterrichtseinheit sind also ohne Zweifel bedeutsam, jedoch ist der Unterricht im Vergleich zu den ersten sechs Unterrichtseinheiten vergleichsweise schlechter verlaufen. So war die Informationsdichte des Lehrervortrags „Tit For Tat“ für viele Schülerinnen und Schüler zu hoch, und auch die aktive Beteiligung der Lernenden war – auch aufgrund der Konzeption der Einheit – verschwindend gering. Hier wäre deshalb eine andere Gestaltung des Unterrichts überlegenswert. Dazu würde dann aber auch mehr Unterrichtszeit benötigt werden.

Als sinnvolle Erweiterung zu den eben beschriebenen zentralen Einheiten erwiesen sich die Einheiten 5 und 6, die die Tragedy of the Commons in den Mittelpunkt rückten. Auch die Abprüfung der Inhalte des Projekts in Form eines Schularbeitsbeispiels kann (mit der Einschränkung des angesprochenen Fehlens kreativer Reflexionen im Großteil der Arbeiten) rückblickend als zielführend eingestuft werden.

Zu überlegen ist, ob die Inhalte der achten Einheit „Nutzen der Mathematisierung“ nicht anders vermittelt werden könnten. Auch ein Verzichten auf die explizite Besprechung der Rolle der Mathematik scheint möglich – zumindest sollte aber angesprochen werden, wieso die Inhalte des Projekts in die Mathematik passen. Die Mathematik spielt im Projekt aber eine untergeordnete Rolle. Die Diskussionsvorgaben der achten Unterrichtseinheit waren für viele Schülerinnen und Schüler zu schwierig. Wenn diese Diskussion schon geführt werden soll, dann wohl besser ohne Vorgaben an die Lernenden. Auch hier wäre dann ein Mehr an Unterrichtszeit vonnöten. Diese könnte (bei gleicher Gesamtdauer des Projekts) gewonnen werden, indem auf die Besprechung der Tragedy of the Commons verzichtet würde. Sinnvolle Projektabläufe wären demnach auch die Einheitenabfolge 1 – 2 – 3 – 4 – 7 oder 1 – 2 – 3 – 4 – 7 – 8 wobei dann im Vergleich zum tatsächlich durchgeführten Projekt die Einheiten 7 bzw. 7 und 8 ausgebaut werden könnten. (Denkbar wäre schließlich noch der Aufbau des Projekts auf der Tragedy of the Commons, was die Einheiten 5 und 6 in den Mittelpunkt rücken würde. In diesem Fall müsste aber auf Tit For Tat, das ja Bezug auf das Gefangenendilemma nimmt, wegfallen. Diese Kurzform des Projekts hätte somit als Einheitenabfolge 5 – 6 – 8.)

Mathematik stand nicht im Zentrum der Betrachtungen dieser Arbeit; vielmehr könnte man die Grundideen auch einem Philosophieunterricht zuordnen. Aufgrund der Rolle, die der Mathematik in einem Unterricht, der Sozialreflexion ins Zentrum stellt, zukommen kann (vgl. Teil I, Kapitel 3), kann das beschriebene Hauptprojekt auch als ein Plädoyer für das *Aufheben von Fachgrenzen* gesehen werden. Inhalte wie Sozialreflexion können keinem Schulfach alleine zugeordnet werden. Es wäre daher auch interessant, im Rahmen von Projekten wie diesem die Fachgrenzen aufzuheben und in einen offenen Diskurs mit anderen Schulfächern zu treten. Im konkreten Fall der Sozialreflexion könnte dies eine Zusammenarbeit der Fächer Philosophie, Mathematik, Religion und Informatik (Axelrods Turniere) bedeuten.

Abschließend noch ein Gedanke zur Bedeutung einer reflektierte(re)n Betrachtung von Lerninhalten, wie sie im beschriebenen Hauptprojekt angestrebt wurde:

Speicherwissen wird für Bildung immer unwichtiger (vgl. Arnold, Schüßler 1998, S. 61). Bildung muss dem Menschen helfen, sich in seiner Umgebung zurechtzufinden – man spricht dann von sog. „Orientierungswissen“. Gerade der Sozialreflexion kann hierbei eine wichtige Rolle zukommen:

Sozialreflexion kann dazu beitragen, sich in der persönlichen Umgebung – der Gesellschaft – besser zurechtzufinden, und die Mathematik kann dabei – aufgrund ihrer Bedeutung für die Gesellschaft – helfen.[1]

[1] Zur Bedeutung der Mathematik für die Gesellschaft siehe Fischer 1987, Fischer 1988 und Fischer 2006.

Anhang

A. Das Schreibspiel Tic-Tac-Toe

Tic-Tac-Toe ist ein Schreibspiel für zwei Personen.[1] Auf einem Blatt Papier werden neun Felder durch zwei Parallelenpaare skizziert. Der Spieler, der beginnt, setzt in irgendein Feld ein Kreuz. Der zweite setzt einen Kreis. Abwechselnd zeichnen beide Spieler weiter Kreuze und Kreise. Derjenige, der es als erster schafft, drei Kreuze bzw. drei Kreise nebeneinander, untereinander oder diagonal zu setzen, hat gewonnen. Nachfolgend ist ein möglicher Spielverlauf skizziert:

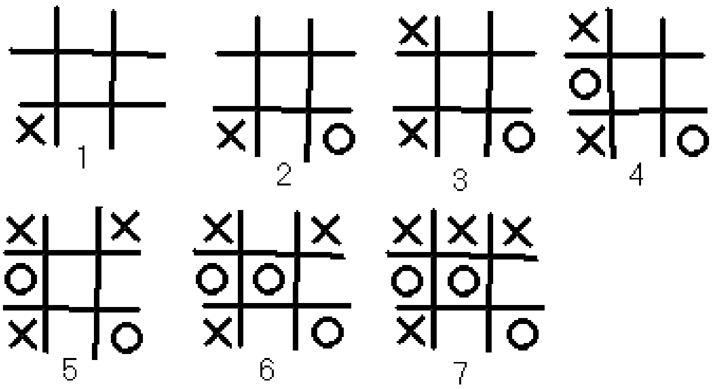
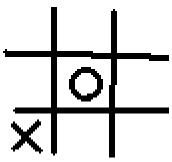


Abbildung 43: Tic-Tac-Toe (Köller 2000)

Der erste Spieler hat nach 7 Schritten die erste Zeile mit Kreuzen gefüllt und damit gewonnen. (Schon nach dem zweiten Zug hat der zweite Spieler das Spiel verloren. Er gerät in eine Zwickmühle.)

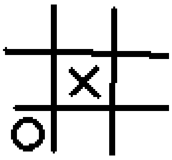
Analyse des Spiels am Beispiel des ersten Zuges

Für den Spielverlauf ist der zweite Zug entscheidend.

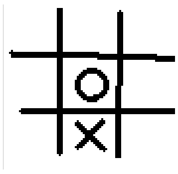


Setzt der erste Spieler sein Kreuz in eine Ecke, so setzt der zweite Spieler seinen Kreis in die Mitte. (Die Mitte ist strategisch wichtig, weil zu ihr 4 von 8 Gewinnmöglichkeiten gehören.)

[1] Die folgenden Beschreibungen und Grafiken stammen von Köller (2000).



Setzt der erste Spieler sein Kreuz in die Mitte, so setzt der zweite Spieler seinen Kreis in eine Ecke. (Zur Ecke gehören immerhin 3 Möglichkeiten.)



Setzt der erste Spieler sein Kreuz in eine Seitenmitte, so setzt der zweite Spieler seinen Kreis in die Mitte.

Beginnen die Spieler in dieser Weise, so gibt es keinen Sieger. Jedes Spiel endet unentschieden. Voraussetzung ist, dass beide im weiteren Spielverlauf ihre Zeichen „richtig" setzen. Das ist leicht zu bewerkstelligen.

Im Spiel am Anfang hätte der zweite Spieler im zweiten Zug den Kreis besser in die Mitte setzen sollen. Dann ergäbe sich zum Beispiel folgender Spielverlauf mit einem Unentschieden am Ende:

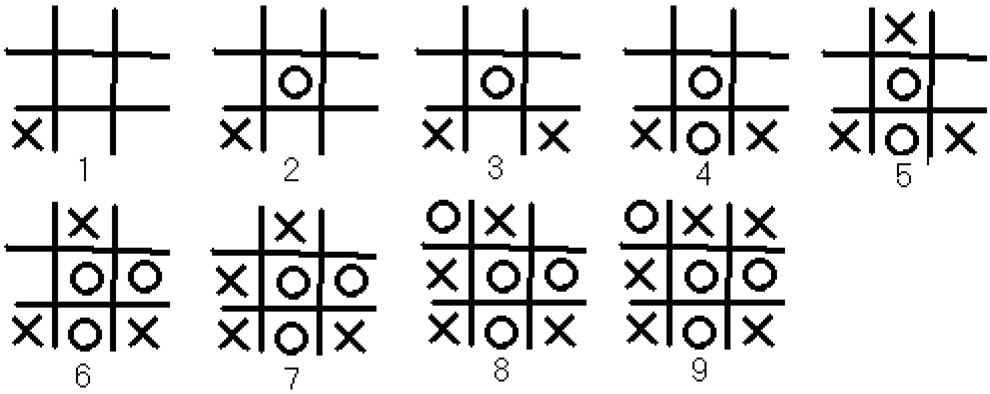


Abbildung 44: Unentschieden (Köller 2000)

Literaturhinweise zu Tic-Tac-Toe

Bei Gardner (1959) findet man die besten Reaktionen auf die drei möglichen Eröffnungen sowie alternative Darstellungsformen von TTT-Partien (Tabellenform und **x**1, **o**3 usw.). Ansonsten beschäftige sich Gardner in diesem Kapitel mit Varianten und Verallgemeinerungen von TTT.

Bei Köller (2000) findet man ein VisualBasic-Programm, mit dessen Hilfe zwei Spieler auf Papier und Bleistift verzichten können. Außerdem können damit gut Spielabläufe ausprobiert werden – ohne immer wieder Spielfelder zeichnen zu müssen. (Download-Möglichkeit!)
Systematische Methoden zur Analyse der unterschiedlichen Zugmöglichkeiten mithilfe von Spielbäumen und der α-β-pruning Methode finden sich bei Hirt, Matter, Bänziger, Hartmann (1999), Pantel (1997) und Schalk (2003).

B. Tic-Tac-Toe-Spielbäume

Die folgenden Spielbäume wurden im Unterricht nicht genau analysiert. Der Spielbaum mit der Eröffnung „Mitte“ wurde im Laufe der zweiten Unterrichtseinheit der Pilotstudie gezeigt. Die Spielbäume wurden im Rahmen der Vorbereitung auf den Unterricht von mir erstellt und sollen helfen, bei Interesse das Spiel genauer betrachten zu können.

Erläuterungen zur verwendeten Darstellungsweise

Die Spielbäume sind zugunsten der Übersichtlichkeit nicht in allen Details vollständig und zeigen – falls vorhanden – nur die jeweils besten Züge.

Der Spieler **x** macht den ersten Zug, wobei für jede Eröffnung (bis auf Symmetrien) ein eigenes Blatt verwendet wurde.

Ganz links ist jeweils dargestellt, welcher Spieler den letzten Zug machte; die Züge sind von 1 bis 9 durchnummeriert.

Für beide Spieler sind – sofern vorhanden – ab dem dritten Zug (zweiter Zug von **x**) nur die besten Spielzüge angeführt. Wenn einer der Spieler also zu einem Zug gezwungen wird, um nicht zu verlieren, sind alle anderen möglichen Züge nicht mehr dargestellt. Auch sind an manchen Stellen zu den dargestellten Spielzügen ähnliche Spielzüge nicht angeführt.

Am Ende jedes Spiels steht der Wert des Ergebnisses für den Spieler **x**, wobei 1 den Sieg von **x**, 0 ein Unentschieden und -1 eine Niederlage von **x** bedeutet.

Die Zahlen neben einzelnen Spielstellungen drücken den Wert dieser Spielstellung für den Spieler **x** aus. Diese Zahlen hängen dabei von den möglichen Endstellungen, die ausgehend von der jeweiligen Situation erreicht werden können, ab.

Um die besten Züge aus der Sicht des Spielers **x** zu finden, muss man daher die Bewertungen der möglichen folgenden Spielstellungen vergleichen. Die Situationen, die keine nebenstehende Zahl aufweisen, haben den Wert des sich daraus ergebenden Spielendes. Da im Falle einer „fehlerlosen“ Partie beider Spieler immer ein Unentschieden am Ende steht, ist jede der drei Anfangssituationen mit 0 bewertet.

Am Beginn des Studiums der Spielbäume sollte die Betrachtung der notwendigen Reaktion auf die Eröffnung in der Mitte stehen. Da hierbei aufgrund der Symmetrie nur zwei Reaktionen zur Auswahl stehen, und der zweite Zug in die Seitenmitte zur schnellen Niederlage für **o** führt, lässt sich die Lösung sehr schnell finden.

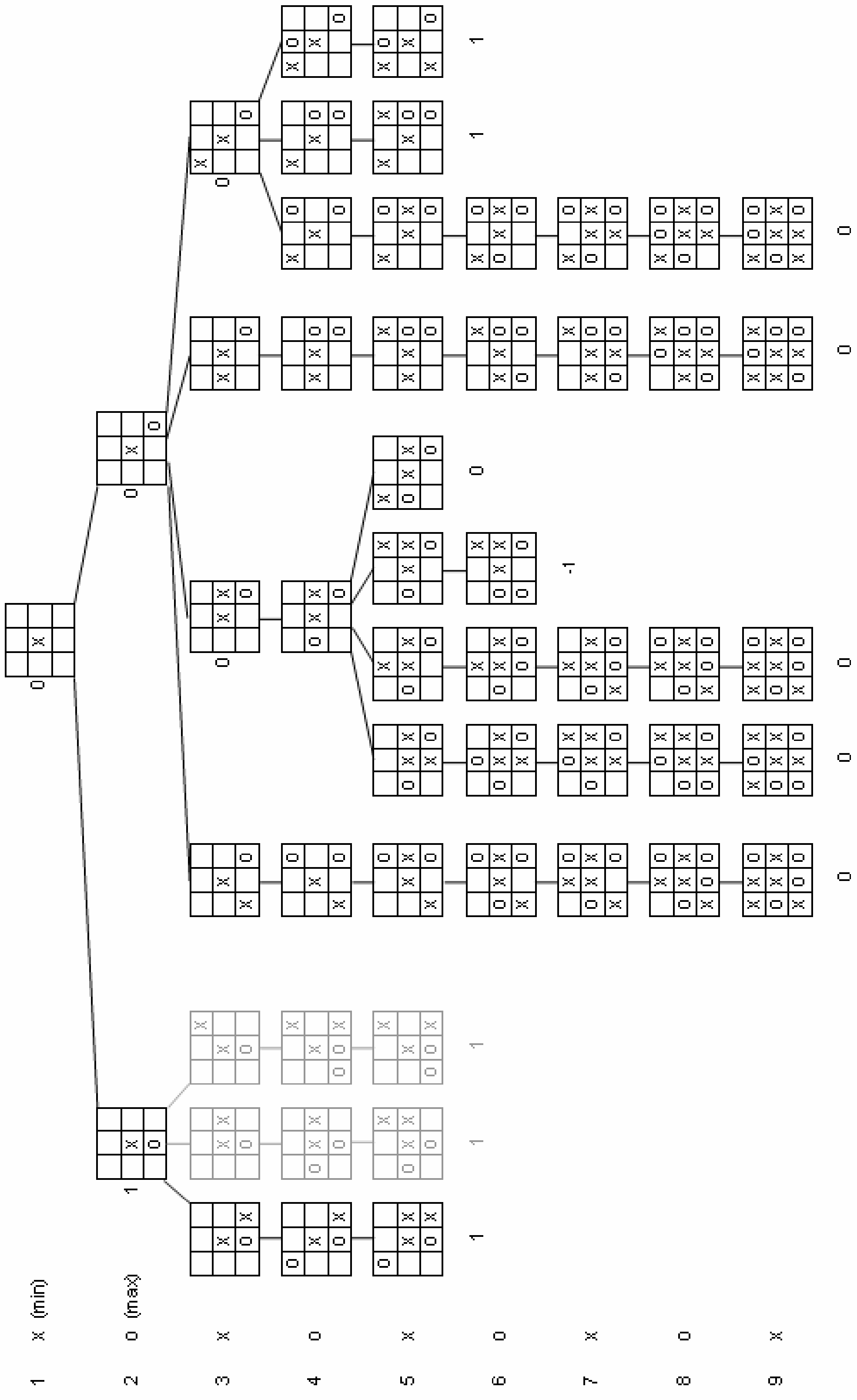


Abbildung 45: TTT-Spielbaum (Eröffnung "Mitte")

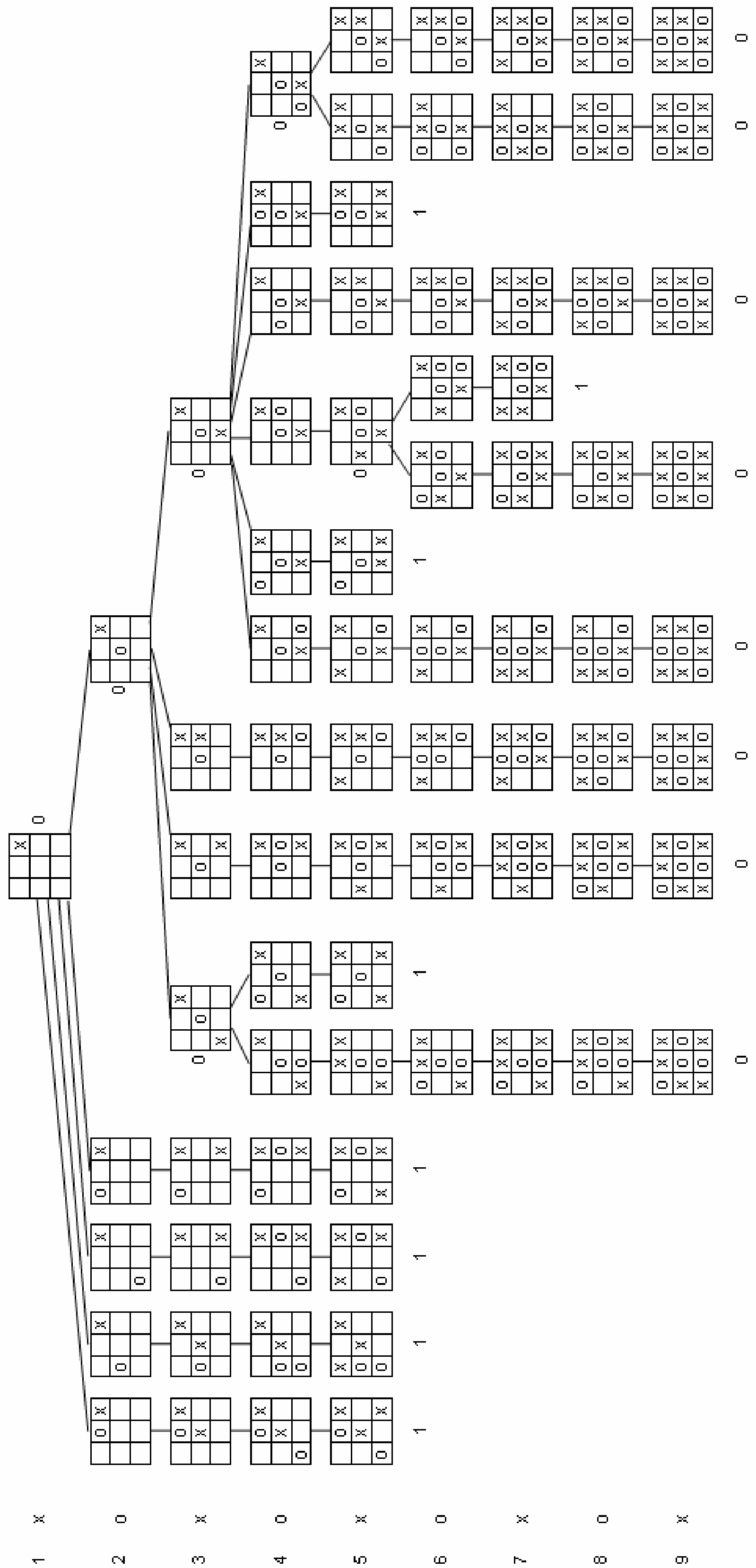


Abbildung 46: TTT-Spielbaum (Eröffnung "Ecke")

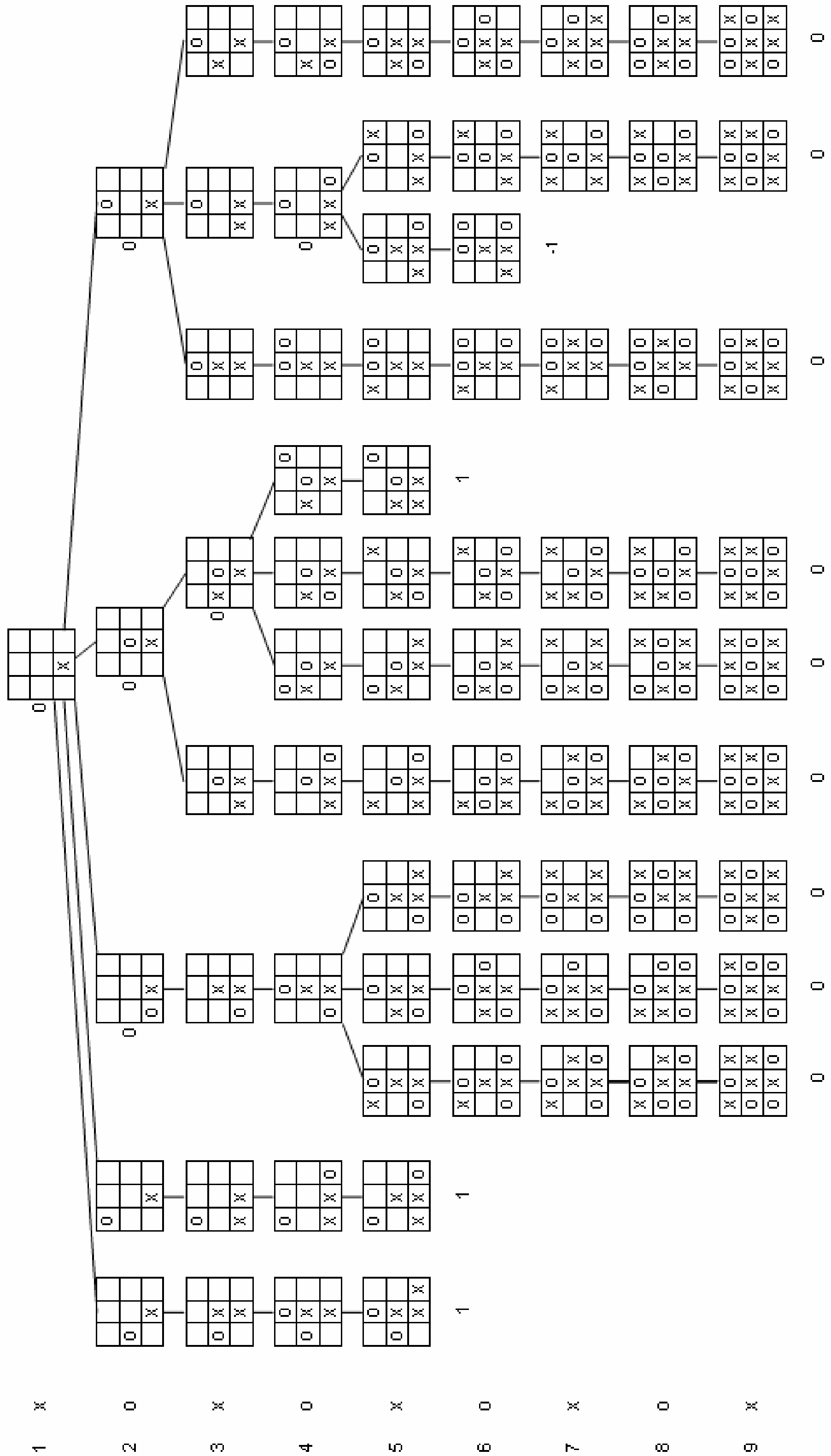


Abbildung 47: TTT-Spielbaum (Eröffnung "Seite")

C. Das Gefangenendilemma in der Klasse

Die Grundlage für das Gefangenendilemma-Spiel der ersten Unterrichtseinheit des Hauptprojekts bildete die Beschreibung eines Workshops von A. Orrison (1997) an einem amerikanischen College (siehe www-Adresse im Literaturteil). Im Folgenden ist die vorgeschlagene Vorgangsweise zur Durchführung des Spiels, die ich zu großen Teilen übernahm, angeführt:

To conduct the simulation, you will need:

1. one clipboard, with at least 15 Central Recording Sheets (one sheet covers 2 rounds) for your records.
2. one Student Recording Sheet for each student.
3. one Pair Member Record, which shows who is matched with whom.
4. two dice
5. one student to act as assistant (paid flat fee of points or M&Ms)

[Dem „Central Recording Sheet" entspricht das „Auswertungsblatt für eine Runde" (S. 76, Abb. 16), dem „Student Recording Sheet" das Blatt aus Abbildung 15 (S. 74). Ich verzichtete auf einen Assistenten und übernahm dessen Aufgaben selbst. Im Gegensatz den Ausführungen bei Orrison spielten in meinem Projekt Gruppen gegeneinander, was schon während der Spielphase Diskussionen ermöglichte.]

The procedure can be complex; you may want to try it with a volunteer group of 6 or 8 people (colleagues, students from another class, etc.) first.

[Ich testete das Spiel zuvor in einer anderen Klasse im Rahmen einer Supplierstunde.]

Procedure:

1. Announce that you are going to play the game you have described on the board. Tell students they are not allowed to speak or communicate in any way with each other from this point on.
2. Announce that the game will be played at least once, after which the dice will be thrown to see whether there will be another round. (You may "guarantee" some repetition by saying you will roll the dice after, say, 3 rounds.)
   Suggested rule: If doubles of 2s, 4s or 6s occur, the game stops. This gives an average number of 12 rounds of play. You can adjust these numbers as you like by altering the dice rule. You may also choose a time limit or limit of number of rounds beforehand. If you do so, state that, *but do not say what the limit is*.
3. Give each student a "Student Recording Sheet".

4. Assign each student a number, which she is to put on her Student Recording Sheet with her name.
5. Tell students they will be matched with another student randomly, but that they will not know who it is. Refer to this other student as a "Pair Member”, not a "Partner" or an "Opponent", since such language could influence students' strategy choices.
6. Tell them that their *only* task is to choose either strategy X or strategy Y for each round, *one round at a time*, and to mark that choice under "My Choice" for the appropriate round. They are not to make any other marks on the sheet.
7. Ask for and answer questions on procedure. Do not answer questions about what is "best" to do. At most, clarify what outcomes result from what strategies.
8. Begin play by telling students to make their first choice of X or Y.
9. Send the assistant around to mark each player's choice on the Central Recording Sheet, being careful to keep it out of sight of the students. Meanwhile, you make sure there is no communication among students. (You may want to swap roles with your assistant if you feel more comfortable marking the Record Sheet yourself.)
10. After collecting all the choices, send the assistant (or go yourself) around a second time, marking on each student's Student Record Sheet the Pair Member's choice and the payoff.
11. Roll the dice and (if they allow) do another round.
12. At the last round, collect all sheets.
13. Start the discussion!

Diese Vorgangsweise erfüllt die Bedingungen, die beim iterativen Gefangenendilemma erfüllt sein müssen. Die Spieler kennen einander nicht, und ihre Handlungen sind nur auf den persönlichen Vorteil ausgerichtet; außerdem gibt es immer die Aussicht auf ein weiteres Zusammentreffen.

Orrison gibt im Folgenden Anregungen zu einer Diskussion; diese Fragen bildeten bei mir die Grundlage der ersten Hausübung im Projekt (S. 78, Abb. 18).

Possible discussion questions:

1. What went through your mind when you chose between X and Y?
2. What did you think was going through the other player's mind?
3. If you could have communicated with the other person, what would you have said?
4. (If you did not ever play the game in "morally neutral" form) How much did the story told affect your behavior?
5. (If you switched from the "morally neutral" form to a "specific example" form in the middle of the game) Did the story told about the game change your behavior? Why or why not?
6. (After several versions of the game are made available) Is it ever possible that society would arrive at the R payoff for everyone? What would make it more likely? What would prevent it?

   [Bem: R steht hier für Reward und entspricht beiderseitiger Kooperation.]

D. Schülerinterview

Das folgende Interview wurde durch den beobachtenden Kollegen im Anschluss an die vierte Unterrichtseinheit des Hauptprojekts geführt. Die Dauer des Interviews betrug ungefähr 18 Minuten, der Schüler hatte in diesem Schuljahr die Mathematiknote „Sehr gut“. Die vorgegebenen Fragen sind fett gedruckt.

S	Schüler
L	Lehrer (Beobachter)
(...)	Auslassung durch den Transkribierenden
( )	Pause

S: Ich heiße ...

L: Wir haben den 8.10.2004.

S: Zweite Stunde!

L: Gut! Die Fragen sind sehr allgemein gehalten. Warst du schon bei einem Interview?

S: Nein, war ich noch nicht!

L: (...) Du solltest halt möglichst viel, was du meinst, was man dazu sagen könnte, dazu sagen. Die erste Frage heißt ganz allgemein: **Was hast du bisher gelernt?** ( ) In diesen vier Stunden – glaub ich – die das bis jetzt läuft.

S: Vor allem hab ich gelernt, mich in verschiedenen Situationen (...) mich zu entscheiden, zwischen zwei Möglichkeiten. Wenn ich z.B. mit jemandem etwas tausche – sei es auch nur ein Kugelschreiber oder sei es ein paar Karten oder sei es auch Geld (...), dass ich weiß, dass ich mich entscheiden kann, wie ich mich jetzt wirklich entscheide. Also jetzt weiß ich, wie ich mich entscheiden soll: Ob ich meinem Freund vertraue oder ob ich ihn reinlege, dass ich ihm nichts gebe, aber dass ich von dem Gewinn profitiere. Es fällt mir jetzt eigentlich leichter, mich dann in verschiedenen Situationen zu entscheiden.

L: Wie wirst du dich verhalten? Wovon wird’s abhängen, wie du dich verhalten wirst?

S: Also verhalten ... das hängt schon ab zu der Person. Ist die Person ein Freund – z.B. auch bester Freund – oder ist die Person ein Fremder, dass ich ihn vielleicht nur einmal gesehen habe, auf der Straße oder so...

L: Konkret! Freund! Wie würdest du dich verhalten?

S: Also, wenn es ein Freund ist (...) würd ich natürlich ihm vertrauen und würden beide z.B. den Tausch machen; also, dass wir uns gegenseitig vertrauen und uns in dem Fall zu X entscheiden. Also, dass wir beide davon einen Gewinn haben; dass ich ihn nicht reinlegen würde, das wär selbstverständlich!

L: Also ein kooperierendes Verhalten.

S: Ja! Ich würde kooperieren und würde ihn, weil es eigentlich ein Freund ist, sonst, ich würde ihn dadurch noch verlieren, den Freund.

L: Wie ist das aber mit jemand Fremden, den du ja nicht einschätzen kannst, ob du ihm vertrauen kannst oder nicht? Wie würdest du dich da verhalten?

S: (...) Es stellt sich die Frage (...) ob man vorher mit ihm besprechen kann, was man tut und es hängt auch davon ab, (...) ob man den Tausch direkt macht oder dass man ihn indirekt macht. Also, dass man ihn direkt macht – von Hand zu Hand übergibt – das hängt dann auch davon ab; dann wird man natürlich auch nicht den leeren Sack geben. Weil wenn man dann sieht: Aha! (...) Du hast auch nichts mitgebracht, dann geb ich dir auch nichts! Aber wenn wir den Tausch indirekt machen – z.B. wir hinterlassen im Postfach – dann würde ich sicher denken, dass er (...), dann würd ich schon ihm nichts geben... Also dann würd ich schauen, dass ich einen Gewinn...

L: Also zu gewinnen!

S: Dass ich einen Gewinn dadurch erziele!

L: Und wie läuft das jetzt bei einem Geschäft z.B., das du abwickelst, und mit dem gar nicht in Kontakt treten kannst (...) ein Kauf im Internet ist eigentlich so ein Problem.

S: Es ist ein großes Problem!

L: Ich gebe Geld und vertraue aber, dass ich das auch geschickt bekomme!

S: Beim Internet, das würd ich eigentlich nie machen (...) Was er im Internet anbietet muss er verkaufen. Man weiß aber nicht, in welcher Lage sich der Gegenstand z.B. befindet. Man weiß nicht, ob er kaputt ist oder ob er beschädigt ist oder ob er irgendwelche Funktionen nicht aufweist, dass er nicht vollständig läuft.

L: Also wir wissen nicht einmal, in welcher Verfassung diese Firma ist!

S: (...) oder das Gerät! Man kann nicht irgendwo hinfahren, und dann, man holt das Gekaufte ab und dann stellt man fest – zuhause – dass es eigentlich überhaupt nicht funktioniert. Also ein Tausch durch Internet (...) auf jeden Fall nicht bei Elektrogeräten, da sollte man das nicht machen.

L: Nur zur Ergänzung: Man versucht ja auch da so eine Autorität – wie ihr heute gehört habt – einzuschalten, indem man sagt, man bewertet den Kunden oder auch den Verkäufer – dass man sagt: Wie vertrauenswürdig ist er? (...) Wenn du zu wenig vertrauenswürdig bist, dann darfst du z.B. bei so einer Sache wie „ebay“ nicht mitmachen. Dann schließen wir dich aus! Das ist eine Variante. **Glaubst du, dass du dieses Wissen – was du da heute gehört hast – anwenden kannst?**

S: Ja! Man hat schon daraus gelernt! (...) oder aus den vorigen Projekten – z.B. Tic-Tac-Toe – hat man schon daraus gelernt, wie man sich entscheiden soll. Oder auch z.B. wie wir das gehabt haben mit dem Urlaubsort zu entscheiden. Das war auch sehr wichtig, sich zu entscheiden können, nach welchen Kriterien man vorgeht (...), um etwas entscheiden zu können.

L: Auf die heutige Stunde bezogen: **Was war interessant? Was war weniger interessant? Was war uninteressant?**

S: ( ) Also es war eigentlich dasselbe wie gestern. (...) Heute wurden nur die Lösungsvorschläge besprochen. Dazu wurden auch noch mal die Beispiele genannt. Wie der Professor das mit den Matrizen aufgezeichnet hat ( ) also, die Stunde, sie war, wie soll ich sagen ( ) zum Teil auch interessant ( ) auch mit der Goldenen Regel. Das hat mir gefallen, dass die Regel schon vor Christi Geburt (...) dass es schon diese Auswahl und dieses Spiel eigentlich schon gegeben hat. Dass man sich damals schon entscheiden musste, welche Lösung man nimmt.

L: Es ist ja auch interessant: Manche so Regeln – Lebensregeln. Die lassen sich mathematisch bestätigen, andere aber auch widerlegen. Ein Beispiel ist z.B. „Doppelt hält besser!“ Die lässt sich widerlegen – das stimmt nicht! Aber hier hat man Beispiele gesehen, wo halt jemand nachgedacht hat und gesagt hat: „Wir wollen gut zueinander sein!“ Das lässt sich mathematisch nachweisen, dass das eigentlich das Erfolgversprechendere wäre.

S: Mhm! Das stimmt schon.

L: Wobei man jetzt fragen müsste: War das heute Mathematik?

S: Es hat vielleicht auch mit Psychologie etwas zu tun! Man geht auf die Psyche des Menschen ein. Man studiert zuerst den anderen Menschen, wie er sich eigentlich verhält, und dann erst entscheidet man (...) welche Entscheidung man trifft – ob man X oder Y wählt. Also, es hat schon mit dem anderen Menschen zu tun.

L: Wenn ich jetzt sagen würde: Man analysiert und legt sich da eine Strategie zurecht – könnte man das als Mathematik bezeichnen? Oder lieg ich da jetzt ganz falsch, wenn ich sage, das ist Mathematik?

S: ( ) Mathematik hat vielleicht ( ) Vielleicht hat es schon einiges damit zu tun – aber ich glaube eher, dass es mit Psychologie zu tun hat. (...) Es hängt schon ab von der Psychologie, wie man entscheidet. Und Mathematik hat auch Einfluss bei vielen Psychologen, also Philosophen in der Vergangenheit waren auch Mathematiker – sie waren nicht nur (...) Philosophen; sondern sie waren auch Mathematiker und auch Physiker. Also es hat schon eigentlich alles damit zu tun. (...)

L: Ich könnte jetzt anders fragen, um es dir noch leichter zu machen, eine Antwort zu finden: Ist es nur dann Mathematik, wenn gerechnet wird und ein Ergebnis rauskommt?

S: ( )

L: Was würdest du sagen?

S: ( )

L: Den Mathematikunterricht kennt man üblicherweise: Beispiel – Rechnen – Ergebnis. Ist das das einzige, was unter das Fachgebiet Mathematik fällt?

S: Mathematik hat schon damit zu tun, dass man logisch denken muss (...) Auch wenn man Formeln aufstellt oder Formeln beweist, muss man dabei auch logisch denken und logisch vorgehen, wie man eigentlich zu einem Ergebnis kommt. Das ist hier genau der Fall; dass man auch denken muss und eine Strategie entwickeln – also – wie man zu einem Ergebnis kommt. Das hat damit auch mit der Mathematik zu tun. Dass man (...) überlegen muss, was wir auch in der Mathematik gemacht haben. Wenn man z.B. eine Formel aufstellt. (...) Um eine Formel aufzustellen, muss man zuerst überlegen: Muss man so vorgehen oder muss man jetzt so vorgehen? Also gibt es auch zwei Möglichkeiten: Wenn man so vorgeht, was passiert dann und wenn man nicht so vorgeht, was passiert dann? Das ist bei dem Spiel genau das Gleiche eigentlich. Deswegen hat das auch etwas mit der Mathematik zu tun.

L: Also: Wege beschreiten und dann einen guten auswählen! Das wäre vielleicht auch Mathematik – könnte man sagen!
Aufgrund des heute Gehörten: **Wie löst man so ein Dilemma?** Bzw.: Wenn man das irgendwie als Satz formuliert, wie man das im Religionsunterricht vielleicht auch machen würde: **Wie sollen wir uns verhalten?**

S: ( )

L: Was ziehen wir für eine Lehre daraus?

S: Eigentlich sollte man sich immer fair zu dem anderen verhalten – finde ich. Nur dabei besteht ja das Risiko, dass - man weiß nicht, ob sich der andere fair verhält! Also, wenn man sich fair verhält, dann kann es dazu kommen, dass man eigentlich einen großen Verlust erzielt, wenn sich der andere nicht so verhält. Deswegen ist – finde ich – eine unbedingte Absprache nötig (...) damit beide etwas davon haben. Also ich finde, man sollte sich wirklich fair verhalten – oder wie bei der Goldenen Regel: Würde sich jeder daran halten, dass man auf das Wohl des anderen schaut, dann (...) gebe es nur Erfolge und gebe es sicher keine größeren Verluste.

L: Das ist natürlich ein bisschen eine Fiktion. Aber auf der anderen Seite: Wie nett wäre doch unsere Welt, wenn wir von vornherein an die Sache herangingen, dass wir sagen: „Ich vertraue dir!“ Wenn das jeder machen würde, ...

S: Dann würde es keine Kriege geben – es gäbe nur Frieden.

L: Wären wir recht am Gewinnen eigentlich!

S: Ja. Dann würde der Gewinn schon steigen. Aber das wird nie der Fall sein.

L: Es wird dann schon einer kommen, der dann alle linkt! Irgendeiner wird’s nicht aushalten!

S: Es wird immer einer sein, der will eigentlich der Beste sein.

L: Genau.

S: Und er will immer besser als der andere sein. Also, es wird immer jemand konkurrieren wollen mit dem anderen.

L: Also ein Problem der Menschheit – der Psyche im weitesten Sinne.
Ich habe noch eine letzte Frage; da heißt es: **Beschreibe die Rolle deines Lehrers**

in der Unterrichtsstunde! Also, ich formuliere das noch um: Was macht er? Was tut er? Ist er überhaupt notwendig?

S: ( )

L: Wie unterrichtet er hier? In welcher Art und Weise? Bräuchte man ihn überhaupt? Oder hilft er?

S: Er unterrichtet schon! (...) Er lässt uns halt mehr überlegen. (...) Wir erklären mehr, als er! Das ist eigentlich der Unterschied zu einer normalen Mathe-Stunde. Dass wir eigentlich die Entscheidung haben und wir die Hauptpersonen sind dieses Projektes. (...) Ich finde die Abwechslung eigentlich ziemlich gut (...), dass man zwischendurch so ein Projekt einfügt, ist finde ich sinnvoll. Ich finde es interessant zum einen und außerdem lernt man auch dabei was. (...) Manche Projekte sind, wo man einfach nur zum Spaß hier sitzt und zum Spaß spielt und so. Aber hier bei diesem Projekt lernt man was (...) und man lernt daraus, zum Beispiel wie beim Tic-Tac-Toe, sich besser zu entscheiden.

L: Man muss sich aber auch damit beschäftigen!

S: Man muss schon nachdenken – ernsthaft! Also nicht nur – vielleicht nur so aus dem Gefühl heraus gehen, dass man sagt: „Das ist ja leicht!“ Sondern man muss wirklich scharf nachdenken, und das ist eigentlich das Gute daran. Mir gefällt’s eigentlich, dass man nachdenken muss. Logisch nachdenken, das gefällt mir sehr. Das ist interessant.

L: Also: Über die Beschäftigung mit der Sache lernt man scheinbar was.

S: Ja, man lernt. Das ist sicher! Die andere Frage ist, ob sich das wirklich was bringt? Also: Mathematik bringt sich ja viel. Mathematik ist ja wichtig in unserem Leben – das ist ja klar. Und ob sich diese Weise von Unterricht etwas bringt, das ist ja die andere Frage!

L: Wieso ist Mathematik für unser Leben wichtig?

S: Ja. ( ) Man braucht’s überall: Börse, Finanzen – Banken brauchen Mathematik, um einen Gewinn auszurechnen.

L: Wenn wir beide gemeinsam auf Urlaub fahren würden, brauchen wir dann Mathematik?

S: Natürlich! Wir müssen uns selber ausrechnen ... die Kosten ... oder Benzin. (...) Wie viel wir zahlen müssen für den Urlaub. Oder ob wir überhaupt genügend Geld haben dafür, um uns den Urlaub zu leisten. Da kommen schon viele Rechnungen auf.

L: Die Welt rund um uns zwingt uns natürlich, uns damit zu beschäftigen. Aber, wenn jetzt nur wir zwei kommunizieren würden: Was wir morgen essen – wo wir morgen hinfahren. Brauchen wir dann auch Mathematik oder brauchen wir sie nicht?

S: Nein. Da würd ich sagen – eigentlich – ist Mathematik unwichtig. ( ) Oder nicht? (...) Da ist die Mathematik nicht so wichtig. (...) Oder man zahlt im Supermarkt so viel, deshalb muss man sich so viel Geld mitnehmen; und dann rechnet man sich vielleicht aus...

L: Da sind wir aber schon wieder bei der Außenwelt, wenn ich zum Supermarkt gehe! Aber: Dinge die wir untereinander regeln könnten, die könnten wir per Handschlag auch regeln – oder? Da müssten wir nicht rechnen! (...)
[- Läuten -]
(...)

E. Schularbeit: Weitere SchülerInnenantworten

Nachdem im Resümee Zitate aus den Schularbeiten als Belege meiner Thesen dienten, sollen an dieser Stelle weitere Antworten der Schülerinnen und Schüler einen besseren Überblick über die Leistungen bei der Schularbeit geben. Die folgenden Antworten sind dabei jeweils kurze Ausschnitte aus den Arbeiten.

1. Kann das Problem der Gemeindewiese unser Verhalten erklären? Nimm anhand des Beispiels „Schleichwege“ (Wahl zwischen Zug und Auto) Stellung!

- Ja, denn jeder will so viele fette Kühe wie möglich, nur ist dazu die Gemeindewiese zu klein und die Kühe sind hungrig. Somit wenn jeder Bauer nur 1 Kuh hätte, wären alle Kühe satt und würden nicht verhungern.
- Ich würde es so ausdrücken: Jeder Mensch versucht, den größt-möglichen Gewinn zu „machen“. Zum Beispiel würde sich ein denken: Wenn er 2 Kühe hätte, würde er viel mehr Gewinn machen, jedoch vergisst er die Folgen.
- Ja, das Problem der Gemeindewiese kann unser Verhalten erklären. Jeder Bauer will nämlich möglichst großen Gewinn machen und kauft sich deswegen eine 2. Kuh. 2 Kühe sind schließlich besser als eine. Dann kauft sich aber jeder eine weitere Kuh → die Wiese wird übergrast → Kühe sterben → keiner macht Gewinn. Schleichwege: Pendler haben die Wahl zwischen Auto und Zug. Das Auto ist eigentlich schneller, aber wenn alle mit dem Auto fahren kommt es zu Staus → langsamer als Zug. Dann steigen viele auf den Zug um (weil Staus) und kommen später drauf dass das Auto doch schneller wäre → Umsteigen auf Autos → Staus, ... (...) Am besten wäre eine Gleichgewicht (so viele Autos, dass Auto und Zug gleich schnell sind).
- Nicht nur im Fall der Gemeindewiese sondern auch bei allen anderen Gefangenendilemmata versucht man zu seinem eigenen Vorteil zu handeln. (...) Ich denke man könnte unser Verhalten so erklären: Jeder Mensch handelt aus Eigennutz, wenn wir eine Chance sehen uns auf irgendeine Weise einen Vorteil verschaffen können, nutzen wir sie, meistens ohne die Konsequenzen unseres Verhaltens nachzudenken. Wir können uns entscheiden, entweder bekommen wir alle gleich viel, oder die eine Hälfte mehr, die andere weniger. Ein vollkommenes Gleichgewicht wird niemals herrschen, es wird immer Leute geben, die die Regeln brechen. Aber vielleicht lernen wir irgendwann aus unseren Fehlern.

- Ja kann es, da man immer einen Vorteil gegenüber den anderen erzielen will. Doch wenn sich jeder eine zweite Kuh kauft erzielt keiner einen Vorteil.

2. Welchen Nutzen kann deiner Meinung nach die Kenntnis des Gefangenendilemmas für uns haben? Erläutere anhand eines konkreten Beispiels, in dem eine dem Gefangenendilemma entsprechende Situation vorkommt.

- Man sollte nicht jedem vertrauen.
- Der Nutzen der Kenntnis des Gefangenendilemmas kann von uns in vielerlei Hinsicht im täglichen Leben eine wichtige Rolle spielen. (...) Gibt es z.B. als Verkehrsmittel das Auto und die Bahn, so wird man mit dem Auto schneller sein, wenn wenig Menschen es benützen. Jedoch wenn viele das Auto benützen, wird man mit der Bahn schneller am Ziel ankommen. Die beste Lösung wäre, wenn so viele mit dem Auto fahren, dass die, die mit dem Zug fahren gleich lange brauchen. Eine noch bessere Lösung wäre es, wenn so viele mit dem Auto fahren, dass kein Stau entsteht, jedoch würden somit die Menschen im Zug länger brauchen und aufs Auto umsteigen.
- Das Gefangenendilemma erklärt uns wie sich Menschen „normal“ verhalten. (...) Beispiel: Rüstungsspirale: Niemand weiß, wie der andere aufrüstet und deswegen rüsten die Supermächte immer ganz auf. Dieses Problem könnte durch eine Autorität oder Absprache behoben werden.
- Der Nutzen liegt darin, dass wir jetzt wissen, dass wir kooperieren müssen, um das Beste zu erhalten.
- Ich glaube, dass wir nicht wirklich einen Nutzen daraus ziehen, dieses Problem zu kennen. Schließlich gibt es ja noch keine wirkliche Lösung dafür. Einzig der Fakt, dass man es vermeiden könnte, wenn man es früh genug erkennt ist meiner Meinung nach das nützliche an der Kenntnis des Gefangenendilemmas. Wenn man bzw. mehrere Personen bereits in so einer verzwickten Situation sind, fällt es schwer diesen „Teufelskreis“ zu durchbrechen. (...) Supermächte (...) Dabei entsteht das sogenannte „teuere Gleichgewicht“, ein Gleichgewicht, das sie auch haben könnten, wenn beide überhaupt nicht aufgerüsten würden. (...) Da aber jeder stärker als der andere sein will und auf keinen Fall ärmer entsteht hier der Fall des Gefangenendilemmas. Wenn sie (...) zusammengearbeitet hätten wäre das Dilemma nie zustande gekommen. Und vielleicht hätte man dieses getan wenn man vorher schon anhand des Beispiels des Gefangenendilemmas die möglichen Auswirkungen dieses Verhaltens gesehen hätte.
- Vor allem muss man bedenken, dass es klüger ist vorher zu überlegen. „Wenn ich etwas mache, würde ich besser abschneiden, aber das könnte sich mein Gegner auch denken!...“ (...) Ein Beispiel wäre die Rüstungsspirale: (...) Also am besten

wäre es gewesen, wenn sie damit einverstanden gewesen wären, dass sie gleich viel haben und damit auch gleich mächtig.

- Dabei sollten wir erkennen, dass die für den Einzelnen logischere Lösung allgmein betrachtet oft irrational ist. (...) Tankstellenbesitzer (...) Beide wählen einen niedrigeren Benzinpreis weil sie damit besser dran sind, unabhängig von der Entscheidung des anderen. Dadurch sinkt ihr Gewinn, obwohl sie diesen erhöhen hätten können, wenn beide die Preise angehoben hätten. Dieses Problem hätte man durch einen Vertrag zwischen den beiden, in dem sie sich erklären, die Preise zu erhöhen, lösen können. (...) Die Kenntnis des Gefangenendilemmas bringt uns auch die Erkenntnis, dass die Mathematik nicht alle Probleme lösen kann, aber bei den Überlegungen helfen kann, z.B. Matrizen zur Veranschaulichung.
- Wenn man vor einem Dilemma steht, muss man eine weise Entscheidung treffen, die oft schwer zu finden ist, vor allem bei einer einmaligen Situation. Das heißt, dass das Dilemma nicht mehrmals zwischen den gleichen Personen stattfindet. (...) Der Nutzen ist groß, denn anhand des eigentlich „simplen“ Gefangenendilemmas kann man sich oft schwierige Probleme „wie Streit um den Ölpreis oder Streit, wer die Oberhand zweier Länder besitzt“ erklären. Dies alles beruht auf dem Gefangenendilemma.
- Wenn alle Menschen über das [Anm.: Gefangenendilemma] bescheid wüssten, wären viele bereit zu kooperieren und würden nicht immer nur zu ihrem eigenen Vorteil handeln.
- Ich denke, dass sich die beiden Tankstellenbesitzer zusammensetzen sollten und es ausdiskutieren sollten, welche Preise sie haben. Natürlich muss man dem anderen auch vertrauen können, sonst bringt es sich nicht viel. Ich glaube, wenn man weiß, dass man in so ein Gefangenendilemma kommt, ist es gut, wenn sich die beiden absprechen. Wenn man dann nämlich die selben Preise hat, gehen die Kunden mehr nach Service und Freundlichkeit der Angestellten.

3. Welche Gemeinsamkeiten gibt es zwischen Umweltverschmutzung (z.B. durch Wegwerfen von Flaschen) und der Verwendung des Autos (anstelle öffentlicher Verkehrsmittel)? Wie würdest du in einer solchen Situation zu einer Entscheidung kommen?

- Wenn eine Person eine Flasche wegwirft, ist fast nichts dabei. Aber wenn alle Leute auf der Welt ihre Flaschen wegwerfen, hätte man enorme Recyclingprobleme.
- Die Gemeinsamkeiten zwischen Umweltverschmutzung und der Verwendung von Autos sind schnell gefunden! Die heutige Gesellschaft ist zu faul!

F. Evolutionsspiele am Computer

Das iterative Gefangendilemma unter Berücksichtigung von unterschiedlichem Fortpflanzungserfolg – je nach Auszahlung in der vorangegangenen Generation – lässt sich anschaulich am Computer darstellen. Ein im Internet verfügbarer Simulator von Mathieu und Grignion von der Universität Lille ermöglicht es, das Experiment von Axelrod „nachzuspielen“. Dabei können verschiedene Strategien ausgewählt und auch verändert werden. Weiters ist die ursprüngliche Anzahl der gewählten Individuen nicht fest vorgegeben. Abbildung 48 zeigt den Simulator.

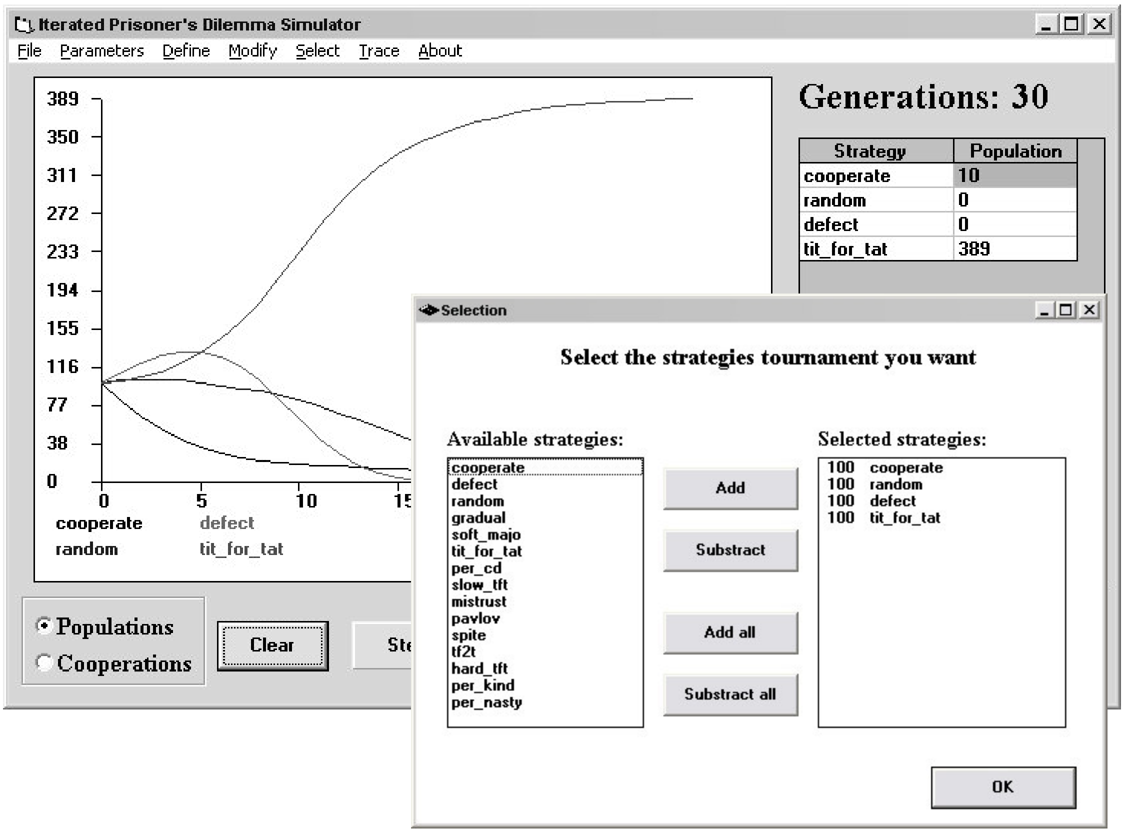


Abbildung 48: Iterated Prisoner's Dilemma Simulator

Der Simulator ist unter

http://www2.lifl.fr/IPD/products/winpri/winpri.zip (Abruf am 2007-04-13)

zu finden und wurde von mir im Hauptprojekt in der siebenten Unterrichtseinheit verwendet. Weitere Informationen und ähnliche Software findet man unter:

http://www2.lifl.fr/IPD/ipd.html.en (Abruf am 2007-04-13)

G. Spieltheorie - weitere (Bei-)Spiele

Die Unterrichtsbeschreibungen in dieser Arbeit führten den Leser bzw. die Leserin entlang des Weges, der auch von den Schülerinnen und Schülern beschritten wurde. So wurden nur wenige Blicke zur Seite geworfen, wenn zum Beispiel für ein besseres Verständnis gesorgt werden sollte. Dieser Abschnitt stellt nun eine Entdeckungsreise dar, die Blicke in zuvor nicht gegangene Seitenpfade wirft: Welche (Bei-)Spiele hätten noch verwendet werden können? Welche Rolle kann die Spieltheorie in einem Projekt spielen? Wo findet man weitere Literatur?

G.1 Spieltheorie und (unser) Verhalten

Die Spieltheorie[1] ist ein interdisziplinärer Zugang zum Studium des (menschlichen) Verhaltens in Konfliktsituationen. Es werden dabei Situationen untersucht, bei denen zwei oder mehrere Individuen unabhängig voneinander Entscheidungen treffen und versuchen, das Beste für sie herauszuholen. Der Entscheidungsträger (Spieler) trifft dabei auf Gegenspieler, die seinen Aktionen wiederum Aktionen entgegensetzen und die ebenfalls danach streben, ihren eigenen Nutzen zu maximieren. Der Erfolg einer Strategie des einen hängt dabei wesentlich von der Strategie des oder der anderen ab. Der Nutzen der jeweils gewählten Entscheidung wird dabei in Form einer Auszahlung von Punkten an die Spieler verteilt. Die Spieltheorie liefert im Allgemeinen keine Vorhersage, sondern ist vor allem eine Methodik, um Probleme auf ihren wesentlichen Kern zu reduzieren. Karl Sigmund beschreibt diesen im Hinblick auf Reflexion wichtigen Aspekt:

Aber mindestens ebenso wichtig wie die Vorhersagen sind die Einsichten, die uns ein Modell liefern kann: Schon mit Hilfe bloßen Herumspielens können wir Zusammenhänge verstehen, so, wie ein Kind beim Spiel mit seinen Puppen etwas lernen kann ... Ein häufiges Darstellungsmittel ist dabei das Gedankenexperiment, das – weitgehend losgelöst von jedem Bezug zur Wirklichkeit, ja, zum Teil in bewusstem Gegensatz zu ihr – die entscheidenden Begriffe klar und verständlich macht ... die mathematische

---

[1] An dieser Stelle soll auch zusätzliche Literatur zur Spieltheorie angeführt werden:

- Eine Einführung in die Spieltheorie mit Bezug auf wirtschaftswissenschaftliche Konzepte geben Holler u. Illing (2003).
- Mehlmann (1997) baut sein Buch „Wer gewinnt das Spiel?“ auf Fabeln und Paradoxa auf und stellt dabei eine Vielzahl an (Bei-)Spielen vor.
- Sigmund (1997) zeigt die Rolle der Spieltheorie für die Evolutionsbiologie.

Denkweise ist Voraussetzung für das Gedankenexperiment ... Das Entscheidende ist der Schritt in die Abstraktion. (Sigmund 1997, S. 12)

Ein Modell in der Spieltheorie muss also nicht unbedingt richtige Prognosen unseres Verhaltens geben können. Vielmehr zeigt es uns einen möglichen Weg zur Selbstreflexion, indem es komplexe Situationen zugänglicher machen hilft. Die mathematische Beschreibung beschränkt sich dabei häufig auf einfache tabellarische Darstellungen der Auszahlungen – je nach gewählter Strategie.

Die Biomathematik liefert nicht so gewaltige mathematische Symphonien wie die Relativitätstheorie oder die statistische Mechanik, aber doch recht reizvolle Melodien, die ins Ohr zu gehen vermögen. Das könnte sogar den Mathematikunterricht in den Schulen lebendiger machen. (Sigmund 1997, S. 334)

Was kann die Spieltheorie in der Schule leisten? Einerseits kann sie zu Reflexion führen; die Lernenden sind selbst betroffen und können für ihre Entscheidung individuell die Mathematik annehmen oder ablehnen. Auf der anderen Seite wird der Wert der Mathematik in Entscheidungssituationen dargelegt; und zwar nicht als Lieferant für zwingende, beste Aktionen, sondern als Spiegel unserer selbst. Gerade das Erkennen von Stärken und Schwächen unserer Handlungsweisen und deren Auswirkungen auf Reaktionen von anderen Entscheidungsträgern sollte ja ein wichtiges Bildungsziel darstellen. Dass durch das Verwenden von Modellen immer auch Grenzen erfahrbar werden, und dadurch Verhalten immer nur in Ansätzen erklärt und verständlich gemacht werden kann, beschreibt Sigmund so:

Wie wir wissen, können sich oft schon die einfachsten Modelle völlig unvorhersehbar verhalten. Dies ist eigentlich die Moral unserer Geschichte. Und es ist auch ein Trost für jene, die immer schon wussten, dass das Leben unberechenbar ist. Wir spielen, wie die Kinder in Newtons Gleichnis, am Strand des Ozeans ... Gedankenexperimente und mathematische Modelle können davon eine schwache Ahnung vermitteln, aber es ist wohl hoffnungslos, hier genaue Vorhersagen zu erwarten. (Sigmund 1997, S. 334)

G.2 Das Schmarotzer-Dilemma

Das Schmarotzer-Dilemma ist eine Verallgemeinerung des Gefangenendilemmas, bei der nun mehrere Personen mitspielen. N. Glance und B. Huberman stellen es so dar:

Angenommen, Sie gehen mit Unbekannten in ein gutes Restaurant; bezahlt werden soll zu gleichen Teilen. Was würden Sie bestellen? Nehmen Sie das Tellergericht oder den teueren Lammbraten samt Vor- und Nachspeise? Hausmarke oder Cabernet Sauvignon 1983? (Glance, Huberman 1994, S. 36)

Dieses, in privater Runde noch relativ kleine Problem, steht für eine Reihe von Schwierigkeiten in unserer Gesellschaft. Soziologen, Ökonomen und Politologen untersuchen ähnliche Situationen, in denen es zu einem Konflikt zwischen dauerhaftem, sozialen Nutzen und momentanem, persönlichen Nutzen kommt. Wichtige Gebiete sind hierbei Umweltschutz, die Schonung natürlicher Ressourcen, Spenden, Verzicht auf übermäßige Versicherungsansprüche und Verlangsamung von Rüstungswettläufen. In all diesen Beispielen sollen Individuen zu sozialen Handlungen hingeführt werden, obgleich eine selbstsüchtige Handlungsweise höhere Gewinne verspricht.

Die erfolgreichste Strategie im Gefangenendilemma, Tit For Tat, funktioniert hier nicht mehr, weil die Handlungen der Gegenspieler nicht mehr als direkte Antworten auf die eigene Verhaltensweise erkennbar sind.

In Simulationen mithilfe einer mathematischen Theorie zeigte sich nun, dass sich durchgängig kooperatives Verhalten nur bis zu einer kritischen Gruppengröße aufrechterhalten lässt. Oberhalb dieser wird die Wahrscheinlichkeit, dass dem Einzelnen seine Selbstsucht Nachteile bringt, gegenüber dem möglichen Gewinn so klein, dass nichts mehr gegen ein egoistisches Benehmen spricht. Die Bereitschaft zur Kooperation ist somit nur dann gegeben, wenn zumindest ein bestimmter Bruchteil der Gruppe ebenfalls auf das Gemeinwohl bedacht ist. Es zeigt sich, dass ein anfänglicher Egoist durch kooperatives Handeln mitunter die ganze Gruppe anstecken kann.

Dieses plötzliche Auftreten von Gemeinsinn ist offenbar ein gutes Modell für bestimmte soziale Phänomene – etwa für die Ausbreitung umweltbewussten Verhaltens. Auch in vielen Regionen Europas und der USA, wo das Ex-und-hopp-Prinzip herrschte, gehört freiwilliges Recycling seit kurzem zum normalen Alltag. (Glance, Huberman 1994, S. 39)

Aufgrund der Resultate der Untersuchungen lassen Organisationen ihre interne Struktur so ändern, dass ihre Beschäftigten in einem sozialen Dilemma möglichst verlässlich kooperieren. Dies wird etwa durch ein Netzwerk aus kleineren Gruppen von Managern erreicht, in dem sich Keime von Zusammenarbeit rasch ausbreiten können.

G.3 Schlange stehen

Angenommen 6 Personen warten sitzend am Flugsteig, aber es sind noch keine Angestellten der Fluglinie da, um den Check-in vorzunehmen. Plötzlich erhebt sich einer der Wartenden und stellt sich zum Schalter, um als erster an der Reihe zu sein. Folglich meinen auch einige andere, sich in die Schlange stellen zu müssen. Schließlich stehen einige Personen, obwohl sie – wie wir gleich sehen werden – genauso gut sitzen bleiben hätten können.[1]

Ein Zahlenbeispiel soll erläutern, wie es zu dieser Handlungsweise kommt.

[1] Das Beispiel stammt von McCain (1997).

Reihenfolge	Auszahlung, sitzend	Auszahlung, stehend
1.	20	18
2.	17	15
3.	14	12
4.	11	9
5.	8	6
6.	5	3
Gesamtauszahlung:	75	

Abbildung 49: Auszahlungen beim „Schlange stehen“ (nach McCain 1997)

Die Tabelle in Abbildung 49 zeigt, dass es 2 „Anstrengungspunkte“ kostet, in der Schlange zu stehen. Als erster sitzend bedient zu werden ist gegenüber derselben Platzierung als Stehender höher einzustufen.

Diejenigen, die sitzen bleiben, sollen nun in zufälliger Reihenfolge ausgewählt werden, nachdem die anderen das Flugzeug bestiegen haben. Wenn niemand aufsteht, hat jede Person, die gleiche Wahrscheinlichkeit als erster, zweiter usw. an der Reihe zu sein. Da die Gesamtauszahlung 75 Punkte beträgt, ist die mittlere Auszahlung somit 12,5. Die nächste Tabelle gibt nun für verschiedene Anzahlen an stehenden Personen die jeweils zu erwartenden Auszahlungen an.

stehende Personen	Auszahlungen	
	in Reihe	Rest (erwartet)
0	-	12,5
1	18	11
2	15	9,5
3	12	8
4	9	6,5
5	6	

Abbildung 50: Auszahlungen je nach der Anzahl der stehenden Personen (nach McCain 1997)

Zu Beginn besteht ein Anreiz zum Aufstehen, weil die erste Person in der Reihe die Auszahlung von 12,5 auf 18 erhöhen kann; für den Rest bleibt in diesem Fall ein durchschnittlicher Gewinn von 11 Punkten. Da nun die zweite Person in der Schlange 15 Punkte erhält, wird noch jemand aufstehen. Dieses Spiel setzt sich fort, bis letztendlich 4 Personen in der Reihe stehen.

Wie man leicht sieht, ist leider auch dieses Gleichgewicht nicht optimal. Die Gesamtauszahlung beträgt jetzt nämlich 67, was weniger ist als die erreichbaren 75 Punkte, wenn alle sitzen geblieben wären. Außerdem haben nun nur 2 Personen einen größeren Gewinn, verglichen mit dem durchschnittlichen Nutzen von 12,5 im Falle keiner Schlange.

Zusammengefasst muss man sagen, dass Schlange stehen also höchst ineffizient ist und etwa durch eine Autorität unterbunden werden sollte. Wenn das Fluglinienpersonal demzufolge angewiesen wird, die Schlange zu ignorieren und stattdessen Nummern in der Reihenfolge der Ankunft der Passagiere ausgibt, könnte die verschwendete Anstrengung des Schlange-Stehens vermieden werden.

G.4 Das Ultimatum-Spiel

Stellen Sie sich vor, dass Ihnen jemand 100 Euro gibt - allerdings unter einer Bedingung: Sie müssen sich mit einer anderen, Ihnen unbekannten Person einigen, wie Sie beide die Summe untereinander aufteilen. Die Regeln sind streng. Sie und die zweite Person befinden sich in getrennten Räumen und können nicht miteinander kommunizieren. Ein Münzwurf entscheidet, wer von Ihnen vorschlägt, wie das Geld aufzuteilen ist. Angenommen, das Los trifft Sie. Sie dürfen dann ein einziges Teilungsangebot machen, und die andere Person kann dem Angebot zustimmen oder es ablehnen. Diese andere Person kennt ebenfalls die Regeln und die Gesamtsumme, um die es geht. Wenn sie zustimmt, wird das Geld dem Vorschlag gemäß aufgeteilt. Lehnt sie aber ab, so bekommt keiner von Ihnen etwas. In beiden Fällen ist das Spiel damit zu Ende und wird nicht wiederholt. Wie viel würden Sie offerieren? (Fehr, Nowak, Sigmund 2002, S. 52)

Das Ultimatum-Spiel wurde von Werner Güth an der Berliner Humboldt-Universität vor etwa zwanzig Jahren entwickelt. Es zeigt, dass sich Menschen aus diversen Gründen in dieser Situation nicht rational verhalten. Das Spiels könnte man auch mit Schülerinnen und Schülern spielen, um anschließend zu besprechen, welche Gründe für ihre Entscheidungen vorliegen; ein Ergebnis könnte dabei sein, dass Kooperation und Fairness offenbar wichtig für uns sind.

Untersuchungen ergaben, dass zwei Drittel der Versuchspersonen zwischen 40 und 50 Prozent der Gesamtsumme offerierten. Nur 4 von 100 bieten dagegen weniger als 20 Prozent; Angebote, die darunter liegen, werden von mehr als der Hälfte abgewiesen!

Dieses Ergebnis ist rational nicht erklärbar und zeigt uns erneut, dass die Annahme eines homo oeconomicus reine Fiktion ist. Schon in sehr einfachen Situationen kann man erfahren, dass Gefühle mindestens ebenso wichtig sind wie Logik und Eigennutz.

Die Autoren fassen folgendermaßen zusammen:

- *In allen menschlichen Kulturen genießt Fairness hohen emotionalen Wert. In Experimenten wie dem im Artikel beschriebenen Ultimatum-Spiel untersuchen Wissenschaftler die Gründe dafür.*
- *In solchen Spielen sind die Teilnehmer oft großzügiger als von der Spieltheorie vorausgesagt, der zufolge jede Person eigensüchtig ihren eigenen Gewinn zu maximieren sucht. Mehr noch: Wenn ein unfaires Verhalten kostspielige Revancheakte nach sich ziehen kann, verhalten die Spieler sich noch fairer als theoretisch erwartet.*

- *Vermutlich haben die Menschen Fairness über Millionen Jahre hinweg in kleinen Gruppen entwickelt. Die entsprechenden Emotionen fördern ein Verhalten, das der Gruppe und somit auf lange Sicht auch dem Einzelnen Vorteile bringt.* (Fehr, Nowak, Sigmund 2002)

G.5 Ergänzungen zu Tit For Tat

Tit For Tat fehlt eine Möglichkeit, zu sagen: „Es reicht." Delahaye und Mathieu (1998) beschreiben ein Computerturnier, bei dem eine Kündigungsmöglichkeit gegeben ist.

Eine weitere Grenze von Tit For Tat zeigt sich, wenn Kommunikationsfehler auftreten. Dixit und Nalebuff erläutern, dass ein Missverständnis ein Echo nach sich zieht, das für beide Spieler von Nachteil ist (Dixit, Nalebuff 1997, S. 108). Sigmund gibt ein Rezept gegen Fehler in der Verständigung:

„... nach Möglichkeit nie das Gute vergessen, aber manchmal (nicht immer!) das Böse, das einem angetan wird. Es liegt im eigenen Interesse, ein hohes Maß an Dankbarkeit und eine beschränkte Dosis an Toleranz zu entwickeln." (Sigmund 1997, S. 300)

G.6 Abwandlungen des Gefangenendilemmas

Durch Änderung der Nutzen-Matrix kann das Gefangenendilemma neue Situationen beschreiben helfen. Beim „Leader´s-Dilemma" ist es beispielsweise besser, sich „ausbeuten" zu lassen, als gegenseitig zu kooperieren. Noch nützlicher ist es allerdings, abwechselnd T und S zu erhalten:

A / B	cooperate	defect
cooperate	R = (1, 1)	S = (3, 5)
defect	T = (5, 3)	P = (0, 0)

Abbildung 51: Matrix für das Leader's Dilemma (nach Thelen 1997)

Auf dem Weg durch unwegsames Gelände kommen zwei Wanderer zu einem sehr schmalen Weg, der durch einen dichten Wald führt. Wenn beide gleichzeitig versuchen voranzugehen, kommen sie nur sehr schlecht vorwärts (R = 1 Punkt), wenn keiner von beiden geht, gelangen sie nicht ans Ziel (P = 0). Wenn einer vorangeht und der andere hinterher, gelangen beide relativ schnell durch den Wald, der vordere hat allerdings weniger Probleme, weil der Nachfolgende mit zurückschlagenden Ästen usw. zu kämpfen hat. (Thelen 1997)

Literatur

Altrichter, H.; Posch, P. (1998): Lehrer erforschen ihren Unterricht: eine Einführung in die Methoden der Aktionsforschung, 3. Auflage, Verlag Julius Klinkhardt, Bad Heilbrunn.

Arnold, R.; Schüßler, I. (1998): Wandel der Lernkulturen, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt.

Axelrod, R. (1984): Die Evolution der Kooperation, 5. Auflage, Oldenbourg Wissenschaftsverlag, München, 2000 (Original: The Evolution of Cooperation, New York: Basic Books, 1984).

Bauer, L. (1990): Mathematikunterricht und Reflexion, Beitrag in „Mathematik lehren 38", Selze/Veter: Friedrich Verlag, S. 6-9.

Begg, A. J. C. (1997): Games in the Classroom, Centre for Innovation in Mathematics Teaching, University of Exeter.
http://www.cimt.plymouth.ac.uk (Abruf am 2003-10-31 – Dokument auf dem Server nicht mehr verfügbar)

Bertelsmann-Lexikon (1996): Das Bertelsmann Lexikon in 24 Bänden, Verlagshaus Stuttgart, Stuttgart.

BGBl. II Nr. 277 (2004): Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich, 277. Verordnung: Änderung der Verordnung über die Lehrpläne der allgemein bildenden höheren Schulen; Bekanntmachung der Lehrpläne für den Religionsunterricht, BMBWK (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur).
http://www.ris.bka.gv.at (Abruf am 2007-04-13)

Bloom, B. S. (Hrsg.); Engelhardt, M. D.; Furst, E. J.; Hill, W. H.; Krathwohl, D. R. (1972): Taxonomie von Lernzielen im kognitiven Bereich, 2. Auflage, Beltz Verlag, Weinheim und Basel.

Cobb, P.; Stephan, M.; McClain, K.; Gravemeijer, K. (2001): Participating in Classroom Mathematical Practices, The Journal of the Learning Sciences, 10(1&2), Lawrence Erlbaum Associates, Inc., S. 113-163.

Cobb, P.; Yackel, E.; Wood, T. (1992): A Constructivist Alternative to the Representational View of Mind, Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 23, No. 1, S. 2-33.

Delahaye, J. P.; Mathieu, P. (1998): Altruismus mit Kündigungsmöglichkeit, Spektrum der Wissenschaft 02/1998, Heidelberg, S. 8-14.

Dixit, A. K.; Nalebuff, B. (1997): Spieltheorie für Einsteiger, Schäffer-Poeschel Verlag, Stuttgart.

Duden (1997): Das Herkunftswörterbuch, Bibliographisches Institut & F.A. Brockhaus AG, Mannheim.

Fehr, E.; Nowak, M. A.; Sigmund, K. (2002): Teilen und Helfen – Ursprünge sozialen Verhaltens, Spektrum der Wissenschaft 03/2002, Heidelberg, S. 52 ff..

Fischer, R. (1987): Mathematik und gesellschaftlicher Wandel, überarbeitete Fassung eines Vortrags, Kassel.

Fischer, R. (1988): Mittel und System – Zur sozialen Relevanz der Mathematik, Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 88/1, Karlsruhe, S. 20-28.

Fischer, R. (1993): Perspektiven des Mathematikunterrichts, Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 96/2, Karlsruhe, S. 42-46 (Abdruck eines Vortrags von 1993).

Fischer, R. (1999): Höhere Allgemeinbildung II, unv. Manuskript, Klagenfurt/Wien, 33 S.

Fischer, R. (2006): Mathematik anthropologisch, in: Materialisierung und Organisation – Zur kulturellen Bedeutung von Mathematik, Profil, München, S. 27-50.

Fischer, R. (2006a): Technologie, Mathematik und Bewusstsein der Gesellschaft, in: Materialisierung und Organisation – Zur kulturellen Bedeutung von Mathematik, Profil, München, S. 181-203.

Fischer, R.; Kotzmann, E.; Jungwirth, H.; Ossimitz, G. (1986): Mathematik und politische Bildung, Endbericht zum Projekt, Institut für Mathematik, Universität Klagenfurt.

Fischer, R.; Malle, G. (1985): Mensch und Mathematik, Profil Verlag, München/Wien 2004 (1. Auflage: Bibliographisches Institut Zürich, 1985).

Gardner, M. (1959): Mathematical Puzzles and Diversions, Penguin Books 1991, S. 42-49 (1. Auflage: 1959, Simon & Schuster, USA).

Glance, N. S.; Huberman, B. A. (1994): Das Schmarotzer-Dilemma, Spektrum der Wissenschaft 05/1994, Heidelberg, S. 36-41.

Gumin, H.; Meier, H. (Hrsg.) (1992): Einführung in den Konstruktivismus, Piper Verlag, München.

Harding, G. (1968): The Tragedy of the Commons, in: Science 162, S. 1243-1248.
http://dieoff.org/page95.htm (Abruf am 2007-04-13)

Hirt, M.; Matter, D.; Bänziger, R.; Hartmann, W. (1999): Gruppenunterricht zum Thema Spieltheorie, ETH-Zürich.
http://www.swisseduc.ch/informatik/puzzles/spiel/docs/spieltheorie.pdf
(Abruf am 2007-04-13)

Hofstadter, D. R. (1983): Tit For Tat: Kann sich in einer Welt voller Egoisten kooperatives Verhalten entwickeln? (Kurzfassung der Originalarbeit von Axelrod), Spektrum der Wissenschaft 08/1983, Heidelberg, S. 8-14.

Hofstadter, D. R. (1985): The Prisoner's Dilemma: Computer Tournaments and the Evolution of Cooperation, in: Metamagical Themas: Questing for the Essence of Mind and Pattern, Chapter 29, Basic Books, New York, S. 715-734 (Erstveröffentlichung 1983).

Holler, M. J.; Illing, G. (2003): Einführung in die Spieltheorie, 5. Auflage, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York.

Johnson, L. M. (2003): Prisoner's Dilemma.
http://ambient.2y.net/leif/projects/prisoners-dilemma/ (Abruf am 2007-04-13)

Kern, L.; Nida-Rümelin, J. (1994): Logik kollektiver Entscheidungen, R. Oldenbourg Verlag, München.

Köller, J. (2000): Ticktacktoe.
http://www.mathematische-basteleien.de/tictactoe.htm (Abruf am 2007-04-13)

Mathieu, P.; Grignion, F. (1997): Iterated Prisoner's Dilemma Simulator Ver. 0.99, Université de Lille, France.
http://www2.lifl.fr/IPD/products/winpri/winpri.zip (Abruf am 2007-04-13)

McCain, R. A. (1997): Game Theory – An Introductory Sketch, Multimedia Communications.
http://william-king.www.drexel.edu/top/eco/game/game.html (Abruf am 2007-04-13)

McClain, K.; Cobb, P.; Gravemeijer, K.; Estes, B. (1999): Developing Mathematical Reasoning within the Context of Measurement, in: Developing Mathematical Reasoning in Grades K – 12, 1999 Yearbook. National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.

Mehlmann, A. (1997): Wer gewinnt das Spiel? Vieweg Verlag, Braunschweig/Wiesbaden.

Mérö, L. (2000): Die Logik der Unvernunft, 3. Auflage, Rowohlt, Hamburg.

Orrison, A. (1997): The Prisoner's Dilemma – Game Theory in the Classroom, National Endowment for the Humanities Seminar, Saddleback College, Summer 1997.
http://www.saddleback.cc.ca.us/AP/la/neh/prisoner.htm (Abruf am 2007-04-13)

Pantel, P. (1997): Intelligent Adversary Searches, University of Manitoba, Department of Computer Science, Canada.
http://www.cs.nyu.edu/courses/fall03/G22.3033-005/adversarysearch.pdf
(Abruf am 2007-04-13)

Peschek, W. (2006): Mathematische Bildung als Aushandlungsprozess, in: Klagenfurter Beiträge zur Didaktik der Mathematik, Band 4, Profil Verlag, München Wien, S. 79-96.

Pfanzagl, J (1974): Allgemeine Methodenlehre der Statistik II, Walter de Gruyter, Berlin.

Schalk, S. (2003): The Theory of Games and Game Models, Department of Computer Science, University of Manchester.
http://www.cs.man.ac.uk/~schalk/3192/notes.ps (Abruf am 2007-04-13)

Sigmund, K. (1997): Spielpläne: Zufall, Chaos und die Strategien der Evolution, Droemersche Verlagsanstalt Th. Knaur Nachf., München.

Thelen, T. (1997): Spieltheorie und das Gefangenendilemma, Osnabrück.
http://www.tobiasthelen.de/ipd (Abruf am 2007-04-13)

von Glasersfeld, E. (1996): Radikaler Konstruktivismus: Ideen, Ergebnisse, Probleme, Suhrkamp Verlag, Frankfurt am Main.

Yackel, E.; Cobb, P. (1996): Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics, Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 27, No. 4, S. 458-477.