MODELLIERUNGSTAGE

ERARBEITEN UND TESTEN VON UNTERRICHTSSEQUENZEN ZUM MODELLIEREN IM MATHEMATIKUNTERRICHT

ID 1033

Britta Maria Kendi, BG/BRG Villach St. Martin

Villach, Juli 2008

INHALTSVERZEICHNIS

ABSTRACT

Schüler/innen modellierten mit Unterstützung von Lehrer/innen und Mitarbeiter/innen der Technischen Universität Kaiserslautern und der Universität Wien zu verschiedenen Alltagsthemen. Sie griffen bei ihrer Arbeit auf bereits erworbenes mathematisches Wissen zurück und waren gefordert dieses vernetzend anzuwenden sowie in Kontexten zu denken, wodurch die Weiterentwicklung einer differenzierten, persönlichen, mathematischen Problemlösekompetenz und durch das Arbeiten in Teams auch soziale Kompetenzen gefördert wurden.

Schulstufe: 9., 10., 11.

Fächer: Mathematik

Kontaktperson: Britta Kendi

Kontaktadresse: *britta.kendi@it-gymnasium.at*

1 EINLEITUNG

Beim Modellieren wird ein reales Problem (Alltagsproblem) auf seine mathematische Struktur hin untersucht und mathematisches Wissen für die Erarbeitung von Lösungen in Form adäquater Lösungsmodelle eingesetzt. Das Lösungsmodell wird mit der Realität rückgekoppelt und im Idealfall verbessert es diese.

Die zu lösenden Alltagsprobleme wurden von Dr. Martin Bracke, Dr. Thomas Götz und Dr. Simone Göttlich von der TU Kaiserslautern sowie Univ. Prof. Dr. Hans Humenberger und Univ.-Ass. Mag. Christoph Ableitinger von der Universität Wien erstellt. Um eine optimale Unterstützung der Schüler/innen zu ermöglichen, fand im Vorfeld der Schüler/innenarbeit ein Workshop zwischen den Fachdidaktiker/innen der Universitäten und den Lehrer/innen statt. Insgesamt waren 12 Mathematiklehrer/innen in das Projekt eingebunden.

Die insgesamt 69 Schüler/innen aus drei Klassen und drei unterschiedlichen Schulstufen (5A, 6C, 7A) wurden in ihren Arbeiten neben dem Team der Universitätsmitarbeiter/innen von Mag. Beate Kröpfl, Mag. Josef Pieber, Mag. Gertraud Thurner und mir betreut. Da die Schüler/innengruppen viel am Computer erarbeiteten, war die Unterstützung seitens des Informatik-Mathematik-Kollegens Mag. Martin Kastner sehr hilfreich.

Die im Anhang befindlichen Frage- und Beobachtungsbögen sowie die Richtlinien für die Schüler/innenpräsentation wurden gemeinsam mit Dr. Gertraud Benke vom Institut für Unterrichts- und Schulentwicklung der Universität Klagenfurt erarbeitet. Zudem unterstütze sie dankenswerter Weise das Projekt durch gezielte Videoaufnahmen, die in der Evaluation verwendet wurden.

Die Forschungsziele in dieser Arbeit konzentrieren sich auf die Wahl der Probleme seitens der Schüler/innen und ihre Gründe für deren Auswahl sowie auf das Weiterentwickeln des Problemlöseverständnisses und auf die Steigerung der Problemlösekompetenz der Schüler/innen. Zudem möchte ich aufzeigen, wie die Schüler/innen diese Form des Mathematikunterrichtes empfunden haben. Die Berücksichtigung von Gender Mainstreaming ist ein zusätzlicher Aspekt in der Forschungsarbeit.

2 BEZUG ZUM ÖSTERREICHISCHEN LEHRPLAN UND ZU OECD/PISA

2.1 Bezug zum Österreichischen Lehrplan

Viele Punkte aus dem Österreichischen Lehrplan können beim Modellieren im Mathematikunterricht erfüllt werden. So findet man etwa im Österreichischen Lehrplan unter Bildungs- und Lehraufgabe der Mathematik: "Die mathematische Beschreibung von Strukturen und Prozessen der uns umgebenden Welt, die daraus resultierende vertiefte Einsicht in Zusammenhänge und das Lösen von Problemen durch mathematische Verfahren und Techniken sind zentrale Anliegen des Mathematikunterrichts." [1]

Weiters sollen nach dem Österreichischen Lehrplan die mathematischen Kompetenzen in den Bereichen Darstellung und interpretierendes Arbeiten, Experimente sowie Kritik und argumentatives Arbeiten gefördert werden. Der Unterricht soll außerdem aufzeigen, dass Mathematik in vielen Bereichen des Lebens eine wichtige Rolle spiele. Vor allem das Experimentieren an neuen Aufgabenstellungen und Problemen mache diese Seite sichtbar, bei der Kreativität und Einfallsreichtum gefördert werden.[2]

Neben den fachlichen Kompetenzen finden beim Modellieren außerdem die im Österreichischen Lehrplan geforderten didaktischen Grundsätze ihre Anwendung: So bieten sich zur Sicherung des Unterrichtsertrages Gruppen- und Projektarbeiten an. Der Lehrplan unterstreicht weiters das Lernen in anwendungsorientierten Kontexten: „Anwendungsorientierte Kontexte verdeutlichen die Nützlichkeit der Mathematik in verschiedenen Lebensbereichen und motivieren so dazu, neues Wissen und neue Fähigkeiten zu erwerben. Vernetzung der Inhalte innerhalb der Mathematik und durch geeignete fächerübergreifende Unterrichtssequenzen sind anzustreben.“ [3]

2.2 Bezug zu OECD/PISA

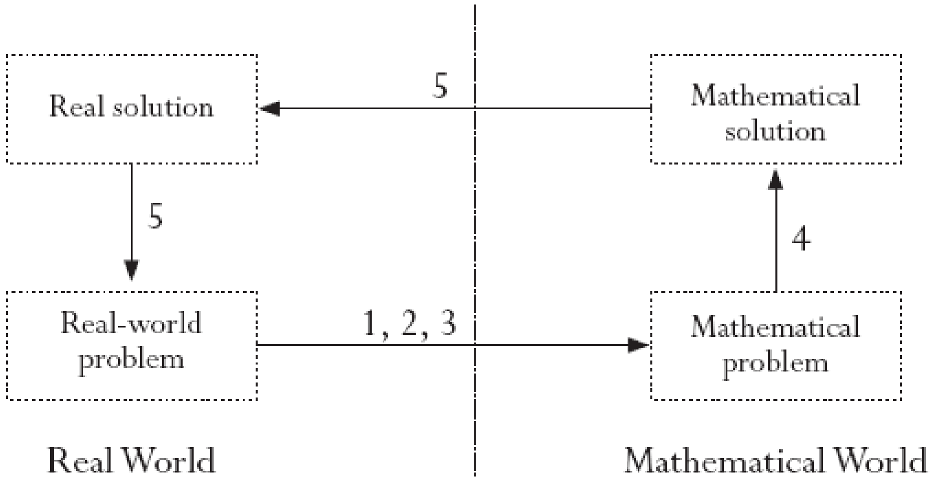
Das Modellieren im Mathematikunterricht ist neben vielen weiteren Aspekten und Kompetenzen ein Beitrag, der Schüler/innen den Weg zum Erwerb der mathematischen Bildung bereitet.

[1] http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11859/lp_neu_ahs_07.pdf (25.4.2008), S. 1
[2] vgl. ebd., S. 1
[3] ebd., S. 2

Die OECD/PISA definiert die mathematische Bildung als die Fähigkeit eines Individuums, die Rolle der Mathematik in der Welt zu verstehen, fundierte mathematische Urteile abzugeben und sich auf eine Weise mit der Mathematik zu befassen, die den Anforderungen des gegenwärtigen und künftigen Lebens dieser Person als konstruktivem, engagiertem und reflektierendem Bürger entspricht. [4]

Um aus dem Leben gegriffene, reale Probleme zu lösen, benötigt man laut OECD/PISA die so genannte *mathematisation*, wobei man hier zwischen der Ebene der Realität und der Mathematik unterscheidet. Sie wird in fünf Schritten wie folgt beschrieben:

The mathematisation cycle[5]



(1) Beginne bei einem Problem aus der Realität.

(2) Organisiere es nach mathematischen Konzepten und bestimme die dafür relevante Mathematik.

(3) Schalte schrittweise die Realität aus, indem du Annahmen aufstellst, verallgemeinerst und formalisierst, sodass die Situation in eine mathematische Abstraktion verwandelt wird und das reale Problem zu einem mathematischen wird.

(4) Löse das mathematische Problem und

[4] vgl. http://www.oecd.org/dataoecd/46/14/33694881.pdf (11.6.2008), S. 24
[5] ebd., S. 38

(5) ziehe für die reale Situation Nutzen aus der mathematischen Lösung, wobei Einschränkungen der Lösung zu beachten sind.

OECD/PISA nennt acht charakteristische Kompetenzen, die ein Individuum für die *mathematisation* benötigt, nämlich: Denken und Begründen; Argumentieren; Kommunizieren; Modellieren; Probleme aufstellen und lösen; Darstellen und Repräsentieren; Verwenden von symbolischer, formaler und technischer Sprache und von Operationen; Verwenden von Hilfsmitteln.[6]

[6] vgl. ebd. S. 40f.

3 ZIELSETZUNGEN DES PROJEKTES

Mit Hilfe dieses Projektes soll eine qualitätsvolle und nachhaltige Unterrichtsform entwickelt werden, in der

a. Schüler/innen die Alltagsrelevanz von Mathematik erfahren, indem sie bereits erworbenes mathematisches Wissen in realen Problemen (Alltagsproblemen) anwenden;

b. Schüler/innen vernetzend denken – zum einen innerhalb der Mathematik, zum anderen aber auch fächerübergreifend;

c. aktive mathematische Denkprozesse seitens der Schüler/innen stattfinden, verbunden mit dem Einsatz unterschiedlicher mathematischer Kompetenzen (s. Kapitel 2.3);

d. die mathematische Problemlösekompetenz der Schüler/innen maßgeblich gesteigert und ein erweitertes Problemlöseverständnis entwickelt wird.

Neben den mathematischen Kompetenzen sollen durch die selbständige Team- und Gruppenarbeit der Schüler/innen

e. soziale Kompetenzen entwickelt werden und

f. durch gegenseitige Unterstützung von- und miteinander gelernt werden, um die Aufgabenstellungen gemeinsam zu lösen.

4 THEMEN DER MODELLIERUNGSTAGE

Die drei erstgenannten Themen (4.1, 4.2, 4.3) stammen von der Arbeitsgruppe der Technischen Universität Kaiserslautern (Dr. Martin Bracke, Dr. Thomas Götz, Dr. Simone Göttlich), während die unter Punkt 4.4 und 4.5 genannten Problemstellungen von Univ.-Prof. Dr. Hans Humenberger und Univ.-Ass. Mag. Christoph Ableitinger von der Universität Wien erstellt wurden.

Die Mitarbeiter/innen der beiden Universitäten haben die Themen – die auch die Schüler/innen zur Bearbeitung in dieser Form erhalten haben – wie folgt beschrieben:

4.1 Hilfe für Hicke – oder Wie schießt man einen optimalen Elfmeter?

Am 7. Juni 2008 beginnt in Österreich/Schweiz die Fußball-Europameisterschaft – das sportliche Großereignis des Sommers. Spätestens beim ersten Elfmeterschießen der EM werden die Experten wieder diskutieren: Wohin mit der Wuchtel? Möglichst fest unter die Latte? Voll auf den Torwart? Oder vielleicht doch lieber in die Ecke? Aber in welche…?

Damit die österreichische Nationalmannschaft in einem möglichen Elfmeterschießen den spielentscheidenden Vorsprung bekommt, wollen wir Hickersbergers Jungs die optimale Strategie für einen Elfmeter mitgeben – wie sieht sie aus?

4.2 Optimale Bewässerung eines Gartens

Schon seit längerer Zeit gibt es automatische Bewässerungssysteme zur Bewässerung von großen Gartenanlagen.

Bei der konkreten Planung eines solchen Systems sind viele Aspekte zu berücksichtigen. So gibt es verschiedene Typen von Regnern, die an verschiedenen Standorten aufgestellt werden können. Dabei soll die Bewässerung natürlich möglichst gleichmäßig erfolgen; für verschiedene Bepflanzungsarten (Rasen, Gemüsebeete, etc.) können auch unterschiedliche Wasserbedürfnisse existieren. Zusätzlich gibt es oft Zonen, die idealerweise von der Bewässerung ausgeschlossen bleiben sollen. Dazu gehören beispielsweise Terrassen, Gehwege, Fensterscheiben, Lüftungsschächte u.ä.

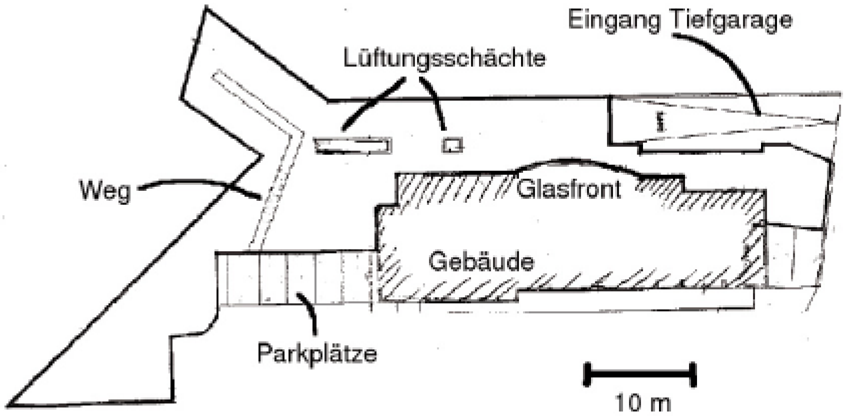


Abbildung 1: Plan einer Gartenanlage

Es ist nach einer Idee gefragt, anhand der die Bewässerung konkreter Gartenanlagen, wie z.B. in Abbildung 1 zu sehen, in diesem Sinn optimal geplant werden kann.

4.3 Gestaltung von Werbeaufdrucken auf Frachtcontainern

Jeder weiß, wie wichtig Werbung für Firmen ist. Das Bedrucken von LKW-Anhängern mit Werbung bietet den Vorteil, dass die Informationen dann einen großen Verbreitungsradius haben. Das Logo der Firma muss allerdings gut lesbar sein. Wenn die Produkte in Containern transportiert werden, ist das nicht immer ganz leicht zu realisieren, denn die Containerwände sind gewellt.

Ziel ist es nun ein Verfahren für das Erstellen der Entwürfe für die Druckvorlagen zu entwickeln, so dass ein Verzerren der Schriftzüge durch die gewellte Oberfläche der Container vermieden wird.

4.4 Auf der Linie U4

Die Linie U4 ist eine der längsten im Netz der Wiener Linien. Der Betrieb auf so einer U-Bahn-Linie erfordert genaue Planung, aber leider kann dieser Fahrplan, wie wir alle von öffentlichen Verkehrsmitteln wissen, nicht immer eingehalten werden.

Erstellt für eine Woche einen möglichen sinnvollen Dienstplan für die Fahrerinnen bzw. Fahrer.

4.5 Faire Sitzverteilung bei Wahlen

In einem kleinen Dorf fand eine Gemeinderatswahl statt. Es traten 4 Parteien an: A, B, C, D. Es wurden 250 gültige Stimmen gezählt mit folgendem Ergebnis:

Partei	Stimmen
A	127
B	63
C	36
D	24

a) Im Gemeinderat gibt es 7 Sitze. Wie können die Sitze möglichst gerecht auf die Parteien verteilt werden? Diskutiert und macht Vorschläge!

b) Gebt ganz allgemein ein System an, nach dem ihr bei Wahlen eine bestimmte Anzahl von Sitzen gerecht vergeben würdet!

c) In welchen Fällen könnten Unzufriedenheiten bzw. das Empfinden einer Ungerechtigkeit entstehen?

d) Vergleicht euer System, z.B. mit den österreichischen Nationalratswahlen 2006, wie viele Mandate würdet ihr nach eurem System den einzelnen Parteien geben?

Parteibezeichnung	Kurzbezeichnung	Stimmen	Prozente	Mandate
Österreichische Volkspartei	ÖVP	1616493	34,33%	66
Sozialdemokratische Partei Österreichs	SPÖ	1663986	35,34%	68
Freiheitliche Partei Österreichs	FPÖ	519598	11,04%	21
Die Grünen – Die Grüne Alternative	GRÜNE	520130	11,05%	21
Die Freiheitlichen – Liste Westenthaler – BZÖ	BZÖ	193539	4,11%	7
Kommunistische Partei Österreichs	KPÖ	47578	1,01%	
Liste Dr. Martin – Für Demokratie, Kontrolle, Gerechtigkeit	MATIN	131688	2,80%	
EU-Austritt – Neutrales Freies Österreich	NFÖ	10594	0,23%	
IVE INITIATIVE2000	IVE	592	0,01%	
Liste Stark	STARK	312	0,01%	
Sicher-Absolut-Unabhängig, Franz Radinger	SAU	1514	0,03%	
Sozialistische LinksPartei, Liste gegen Kapitalismus und Rassismus	SLP	2257	0,05%	

5 ABLAUF DER MODELLIERUNGSTAGE

5.1 Tag 1

Am ersten Modellierungstag wurden die Lehrer/innen unserer Schule von den Mitarbeiter/innen der Technischen Universität Kaiserslautern und der Universität Wien zunächst in den Begriff der Modellierung eingeführt. Danach war es das Ziel, zu denselben Themen zu modellieren, wie es am darauf folgenden Tag die Schüler/innen machen würden.

5.2 Tag 2

5.2.1 Ausgangssituation

Der zweite Tag war der Beginn des Modellierens für die Schüler/innen der 5A, 6C und 7A.

Wir entschieden uns gerade für diese drei Klassen, da wir versuchen wollten die Modellierungstage möglichst breit gefächert durchzuführen: Die Schüler/innen der 5A und 7A besuchen in unserer Schule den bilingualen Zweig mit Englisch als Arbeitssprache, die Schüler/innen der 6C den Realzweig. Damit handelte es sich um Schüler/innen unterschiedlicher Schulzweige und verschiedener Schulstufen, die an dem Projekt teilnahmen.

Ein weiterer und ebenso entscheidender Grund für die Auswahl dieser drei Klassen, war, dass die Mathematikkolleg/innen aus der 5A und 6C, Mag. Gertraud Thurner und Mag. Josef Pieber, sehr am Modellieren im Mathematikunterricht interessiert sind und sofort bereit waren, mit ihren Klassen daran teilzunehmen.

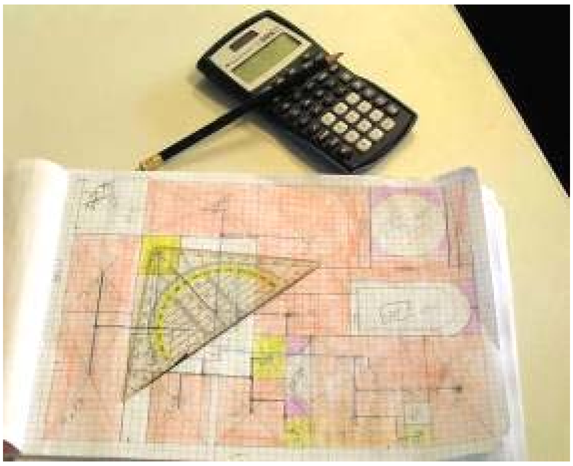
Die Schüler/innen der 7A, die ich selbst unterrichte, hatten bereits im Vorjahr an einem Projekt zum Modellieren im Mathematikunterricht teilgenommen und sich eine Wiederholung dieses Projektes gewünscht. Die Schüler/innen der 5A und 6C hingegen waren zum ersten Mal dabei.

In keiner der drei Klassen wurden die Schüler/innen speziell auf das Modellieren vorbereitet: Es wurden weder bestimmte Kapitel wiederholt (auch die Lehrer/innen lernten die Problemstellungen erst am Tag zuvor kennen) noch wurden im Mathematikunterricht explizit Kompetenzen für das Modellieren aufgebaut. Die Basis für das Projekt waren für die Schüler/innen ausschließlich die Kenntnisse, die sie sie im Regelunterricht erworben hatten.

5.2.2 Ablauf des zweiten Tages

Nach einer allgemeinen Einführung und dem Vorstellen der Themen, bildeten die Schüler/innen Gruppen zu jenem Thema, das sie am meisten interessierte und das sie bearbeiten wollten. Von unserer Seite war nur so viel vorgegeben, dass die Gruppen aus vier bis fünf Schüler/innen bestehen sollten.

Die Gruppen wurden dann auf drei Computerräume aufgeteilt: in einem wurde das Fußball- und Container-Thema behandelt, in einem weiteren das Garten- und Wahl-Thema und im dritten das U-Bahn Thema. Betreut wurden die verschiedenen Themen von je einem Lehrer / einer Lehrerin, nämlich genau jenem / jener, der / die sich am Vortag mit dem Thema auseinandergesetzt hatte. Unterstützt wurden wir Lehrer/innen zudem von den Mitarbeiter/innen der Universitäten.



5.3 Tag 3

Die Schüler/innen stellten zunächst ihre Modelle fertig, um dann nach von uns vorgegebenen Richtlinien (s. Anhang 1) ihre Präsentationen vorzubereiten. Die meisten entschieden sich für Powerpointpräsentationen, es gab aber auch eine Gruppe die ihr Modell mit Hilfe eines Plakats präsentierte.

Die Präsentation der Projektarbeit mit den Ergebnissen fand nach einer Mittagspause in zwei Computerräumen vor Schüler/innen, Lehrer/innen, Wissenschafter/innen und Eltern statt. Die Themen und damit auch die Schüler/innengruppen waren so verteilt, dass in jedem Raum, jedes Thema von mindestens einer Schüler/innengruppe präsentiert wurde.

6 EVALUATION

6.1 Methoden der Datensammlung

Die Daten, die im Zuge dieses Projektes gesammelt wurden, sind Berichte und Präsentationen der Schüler/innen, Fragebögen für Schüler/innen bzw. Lehrer/innen, Beobachtungsbögen und Videoaufnahmen während Lehrer/innen bzw. Schüler/innen zum Thema *Faire Sitzverteilung bei den Wahlen* modellierten.

6.2 Themenwahl der Schüler/innen

Von den 69 teilnehmenden Schüler/innen bearbeiteten 19 das Fußballproblem, 15 das Gartenproblem, 14 das Containerproblem, 12 das U4-Problem und 9 das Wahlproblem.

Bei allen 5 Problemen wurde als Grund für die Auswahl von den meisten Schüler/innen Interesse angegeben, zum anderen wurden die jeweiligen Themen aber auch gewählt, weil sie auf den ersten Blick am einfachsten erschienen bzw. wurde – mit Ausnahme von der Problemstellung *Auf der Linie U4* – bei 4 Problemen die Wahl auch aus einem Gruppenzwang heraus begründet. (S. Kapitel 6.5)

51 von den 69 Schüler/innen gaben an, dass sie mit allem, was sie nach der Bearbeitung ihres Problems wussten, dasselbe Thema wieder gewählt hätten. 13 gaben an, dass sie ein anderes gewählt hätten (s. nachfolgende Tabelle) und 5 beantworteten die Frage nicht.

Anzahl der Schüler/innen	hat behandelt	hätte im Nachhinein gerne behandelt
1	Fußball	Garten
1	Fußball	Wahlen
3	Garten	Fußball
1	Garten	Container
2	Container	Fußball
1	Container	Garten
1	Container	Wahlen
3	Wahlen	Fußball

Keiner der Schüler/innen aus den U4-Gruppen hätte laut den Ergebnissen der Fragebögen im Nachhinein ein anderes Thema bevorzugt.

6.3 Schüler/innenarbeit zum Thema *Faire Sitzverteilung bei Wahlen*

Die Frage, wie eine der Schüler/innengruppe an das Wahlproblem heranging und wie sie es bearbeitete, lässt sich durch Analyse der Ergebnisse der Beobachtungsbögen, der Videoaufnahmen sowie des Berichtes und der Präsentation der Schüler/innen beantworten. Bei der Schüler/innengruppe handelte es sich um eine 5er-Gruppe bestehend aus 2 Mädchen und 3 Burschen aus der 6C.

Nachdem die Schüler/innengruppe sich mit den zum Thema vorgegebenen Angaben (s. Kapitel 4.5) vertraut gemacht hatte, wies ich sie nochmals auf das Ziel ihrer Arbeit hin, nämlich ein für sie faires Wahlsystem und damit ein allgemein gültiges Lösungsmodell zu entwickeln.

Am Vormittag wurde innerhalb der ersten Arbeitsstunde der Schüler/innen in der Gruppe das Beispiel der Gemeinderatswahlen diskutiert: Nach einigen Vorschlägen zur Mandatsverteilung meinten ein Bursche und ein Mädchen, dass es helfen könnte, den Stimmenanteil bei den Gemeinderatswahlen in Prozent umzurechnen. Die anderen stimmten zu und die zwei Mädchen aus der Gruppe berechneten mit Hilfe des Taschenrechners den Stimmenanteil in Prozent, während ein Bursche die Ergebnisse aufschrieb. Dann versuchten alle gemeinsam die Mandate möglichst gerecht zu verteilen und entwickelten für die Mandatsvergabe bei den Gemeinderatswahlen zunächst folgende zwei Lösungsansätze:

Partei	**Stimmen**	**Stimmenanteil in Prozent**	**Mandatsvergabe 1. Möglichkeit**	**Mandatsvergabe 2. Möglichkeit**
A	127	50,80%	4	3
B	63	25,20%	2	2
C	36	14,40%	1	1
D	24	9,60%		1

Nach einigen Diskussionen erschien allen Schüler/innen der Gruppe der erste Ansatz fairer. Daher galt für sie vorerst die Regel, die Nachkommastellen weglassen, für diesen Fall eine 10% Hürde festlegen und dann die Mandate verteilen.

Am Beispiel der Nationalratswahlen sahen die Schüler/innen dann, dass es nicht immer so einfach ist, die Nachkommastellen wegzulassen und sie überlegten sich weitere Strategien. Um besser zu verstehen, wie die Mandatsverteilung bei den Nationalratswahlen 2006 durchgeführt wurde, recherchierten sie im Internet. Sie stießen auf das D'Hond- Verfahren und die Hare/Niemeyer-Methode.

Die erste Überlegung war nun, die Prozente bzw. die tatsächlichen Stimmen bei den Nationalratswahlen zu runden: Dies erwies sich nach Durchrechnung der beiden vorgegebenen Beispiele in der Umwandlung auf Mandate als zu kompliziert und so entschied sich die Gruppe ein Mandat folgendermaßen zu berechnen:

$$Mandat = \frac{verfügbareMandate \cdot Parteistimmen}{Gesamtstimmen}$$

Mit Hilfe dieser Formel berechnete die Schüler/innengruppe die Mandate für die Gemeinderatswahl und für die Nationalratswahlen. Wie sollten die erhaltenen Ergebnisse aber nun gerundet werden?

Am Nachmittag des für die Schüler/innen ersten Modellierungstages kam nach längeren Diskussionen unter den Schüler/innen das Argument auf, dass – egal wie sie sich entschieden – entweder die stärkeren oder die schwächeren Parteien unterstützt würden. Unter Berücksichtigung der mehrheitlichen Stimmen für eine bestimmte Partei und der Tatsache, dass diese die Mehrheit der Bevölkerung repräsentiert, beschloss die Schüler/innengruppe, die stärkeren Parteien zu unterstützen. Sie argumentierten außerdem damit, dass eine stärkere Partei eine stärkere Vertretung im Nationalrat hätte und somit leichter Gesetze beschließen könnte.

Auf die Gemeinderatswahl umgelegt, sah das Endmodell der Schüler/innen nun wie folgt aus:

	Parteistimmen	**Mandate**	**Effektive Mandate**
A	127	3,55	3+1
B	63	1,7	1+1
C	36	1,008	1
D	24	0,672	0
	250		7

Die Stimmen wurden der Stärke nach geordnet und die Nachkommastellen vorerst nicht weiter berücksichtigt. Nachdem am Ende aber Mandate übrig blieben, wurden von der stärksten Partei absteigend (Partei A, B, ...) die Kommazahlen nach den Regeln der Mathematik gerundet. Wurde aufgerundet, erhielt die Partei ein Mandat mehr, wurde abgerundet, bekam die Partei kein weiteres Mandat. Das wurde von der stärksten Partei absteigend durchgeführt, bis alle Mandate vergeben waren.

Die Schüler/innen verwendeten dieses Modell auch für die Nationalratswahlen (s. Anhang7_PraesentationSchueler_innen.ppt) und gaben dies als ihr allgemein gültiges Lösungsmodell an.

In den Interaktionen der Schüler/innen innerhalb dieser Gruppe stellte sich gleich zu Beginn ein Bursche als Redensführer heraus. Wenn es Diskussionen gab, versuchte er die wichtigsten Punkte diplomatisch zusammenzufassen und gemeinsam mit den anderen Gruppenmitgliedern wog er das Für und Wider ab. Ebenso war es auch bei der Entscheidung für ein gemeinsames Lösungsmodell. Nachdem lange diskutiert wurde, fragte der „Redensführer", ob alle für dieses eine Lösungsmodell seien. Ein Bursche aus der Gruppe, der eher ruhig, bei den wesentlichen Entscheidungen aber immer sehr aufmerksam war, und dann durchaus auch seine Meinung äußerte, war zuerst dagegen. Die anderen Gruppenmitglieder fragten ihn nach einer Begründung für seine Entscheidung. Nachdem die aber nur darin lang, aus Prinzip gegen die Mehrheit sein zu wollen, stimmte auch er mit einem Lächeln dem Modell zu. Abgesehen von der Rolle des „Redensführers", waren keine weiteren fixen Rollenverteilungen in dieser Gruppe zu beobachten.

Was die mathematischen Überlegungen und Berechnungen innerhalb der Gruppe angeht, so ergänzten sich die Schüler/innen gut. Argumente kamen auf, Berechnungen wurden einmal von der einen einmal von dem anderen oder auch gemeinsam durchgeführt. Ergaben sich Zahlenwerte, die nicht schlüssig waren, wurde nochmals von Gruppenmitgliedern, die zunächst vielleicht nicht mitrechneten, nachgerechnet.

Aus den Beobachtungsbögen und aus den Videoaufnahmen ist außerdem zu erkennen, dass sowohl die Mädchen als auch die Burschen sehr engagiert waren. Am Nachmittag des für die Schüler/innen ersten Modellierungstages stellten die Mädchen fest, dass die Zeit viel zu schnell verginge. Ein Leerlauf trat allerdings auf, als sich die Gruppe gezwungen sah, sich entweder für die stärkeren Parteien oder für die schwächeren Parteien entscheiden zu müssen. Das war nicht leicht und hatte zunächst die Aussage zur Folge „Da ist ja gar nichts fair!" In diesem Fall tat der Gruppe aber eine Pause gut und sie fassten danach wieder neue Motivation.

6.4 Feedback der Schüler/innen

In der Beantwortung der Fragebögen seitens der Schüler/innen sind alle 69 Schüler/innen der Meinung, dass solche Tage wiederholt werden sollten. 65 Schüler/innen könnten sich entsprechende Arbeitsweisen auch in anderen Fächern vorstellen.

Überrascht hat die Schüler/innen an diesem Projekt ihre eigene Arbeitsgier und ihr Ehrgeiz, der sich während ihrer intensiven Arbeit entwickelte; die Tatsache, dass es keine klare Lösung für ihr Problem gab; dass sie als Gruppe so gut zusammenarbeiteten und fast ohne Hilfe von Lehrer/innen das Problem lösen konnten; dass sie sich die Zeit frei einteilen konnten und dass Mathematik Spaß macht und es lustig war, obwohl sie viel und intensiv arbeiten mussten.

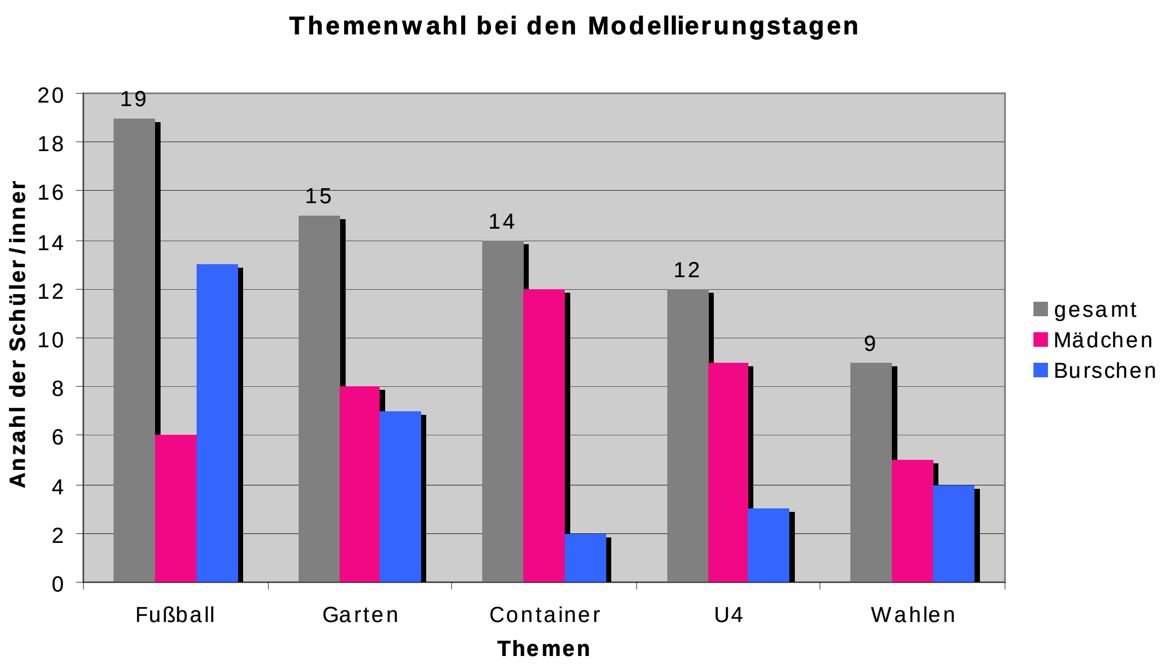
3 Schüler/innen gefiel die Gruppenarbeit nicht, während alle anderen diese begrüßten. 49 Schüler/innen gaben an, dass sie ihre Ideen in der Gruppe einbringen konnten, 18 konnten ihre Ideen teilweise einbringen und 2 antworteten, dass sie sie nicht einbringen konnten.

Aus den Fragebögen für die Schüler/innen der 7A ist zu erkennen, dass von den 22 7A-Schüler/innen, die bereits im Vorjahr im Rahmen eines Projektes modellierten, 8 Schüler/innen die Bearbeitung des Themas im Vergleich zum Vorjahr leichter fiel, für 8 Schüler/innen war sie schwerer und bei 6 Schüler/innen blieb sie gleich.

6.5 Gender Mainstreaming

Insgesamt nahmen 40 Schülerinnen und 29 Schüler am Projekt teil. Bei den Lehrkräften waren 6 Lehrerinnen und 6 Lehrer beteiligt, bei den Expert/innen der Universitäten betrug das Verhältnis 1:4.

Die geschlechtermäßige Verteilung im Hinblick auf die gewählten Themen sah wie folgt aus:



Bezogen auf die einzelnen Problemstellungen beantworteten die Schüler/innen die Frage nach dem Grund ihrer Themenwahl wie folgt (die in Klammer stehenden Zahlen geben – aufgeteilt nach ihrem Geschlecht – die Anzahl der Schüler/innen an):

Fußball:

- Fußball ist interessant. (1 Mädchen; 1 Bursche)
- Weil es mich als Sportler angesprochen hat. (1 Bursche)
- Es geht um Sport. (1 Bursche)
- Sport interessiert mich. (1 Bursche)
- Weil ich Fußball mag. (1 Bursche)
- Weil ich selbst Fußball spiele. (3 Burschen)

- Weil ich das Modell irgendwann anwenden kann. (1 Bursche)

- Da ich ein Fußballspieler und interessierter Geometriker bin. (1 Bursche)
- Da ich es interessant fand zu berechnen, ob es überhaupt einen „perfekten" Elfmeter gibt und weil es interessanter war als die anderen Themen. (1 Bursche)
- Ich war an diesem Thema sehr interessiert und wollte mehr darüber herausfinden. (1 Bursche)

- Das Thema erschien am leichtesten und Fußball ist interessant. (1 Mädchen)

- Das Thema erschien am leichtesten. (2 Mädchen)
- Ich konnte mir bei diesem Problem noch am ehesten denken, wie ich es anfangen soll. (1 Mädchen)

- Weil uns sonst keiner aufgenommen hat. (1 Mädchen; 1 Bursche)

Garten:

- Keine Antwort. (2 Mädchen; 1 Bursche)

- Es ist am interessantesten. (1 Mädchen)
- Es war interessant und man kann es auch zu Hause anwenden. (1 Mädchen)

- Es klang am lustigsten. (1 Mädchen)
- Weil es mich interessiert hat. (1 Mädchen; 1 Bursche)
- Weil es mich schon immer interessiert hat, wie viel eine automatische Anlage kosten würde. (1 Bursche)

- Ich dachte, es ist das einfachste. (1 Mädchen; 1 Bursche)
- Weil es am einfachsten schien. (1 Bursche)

- Weil ich in der Gruppe überstimmt wurde. (1 Mädchen; 1 Bursche)
- Gruppenzwang (1 Bursche)

<u>Container:</u>

- Keine Antwort. (2 Mädchen; 1 Bursche)

- Weil es am interessantesten war. (2 Mädchen)
- Weil es ein Problem ist, das interessant klingt und ein alltägliches ist. (2 Mädchen)
- Weil es interessant geklungen hat. (1 Mädchen)
- Weil es das beste und interessanteste für mich war. (1 Mädchen)
- Weil ich es am Anfang interessant gefunden habe und ich mir gedacht habe, dass es das kreativste ist. (1 Mädchen)

- Da es einen relativ hohen praktischen Wert hat. (1 Bursche)

- Weil es für mich am einfachsten schien. (2 Mädchen)

- Weil meine Mitschüler es wollten. (1 Mädchen)

<u>U4:</u>

- Keine Antwort. (1 Mädchen)

- Auf den ersten Blick am komplexesten und am interessantesten. (1 Mädchen)

- Für mich am interessantesten. (1 Mädchen)
- Interesse (2 Mädchen)
- Es klang interessant. (1 Mädchen)
- Weil mir die anderen weniger interessant erschienen. (1 Mädchen)
- Weil es mich interessiert hat. (1 Bursche)

- Man kann es gut ausführen. (1 Mädchen)
- Zu diesem Thema fielen mir die meisten Ansätze ein. (1 Mädchen)
- Weil es am einfachsten geklungen hat. (1 Bursche)

- Weil es faszinierend ist, eine so große Menge an Informationen in einen geregelten Plan einzuarbeiten und dabei wenig bis keine Probleme auftreten sollen. (1 Bursche)

<u>Wahlen:</u>

- Keine Antwort. (1 Bursche)

- Weil ich mich für Politik, Wahlen, Demokratie interessiere. (1 Mädchen)
- Politik interessiert mich. (2 Mädchen; 1 Bursche)
- Klingt interessant. (1 Bursche)

- Ich dachte, es wäre das einfachste. (1 Bursche)

- Die Gruppe hat es gemeinsam gewählt. (2 Mädchen)

Was den Genderaspekt innerhalb der Schüler/innengruppe betrifft, die in ihrer Arbeit zum Wahlthema genauer beobachtet wurde, so waren – wie bereits in Kapitel 6.3 beschrieben – in dieser Gruppe sowohl die Mädchen als auch die Burschen sehr engagiert. Ein Bursche nahm die Rolle des Redensführers ein; die anderen Gruppenmitglieder hatten keine fixen Rollen, sondern die Mädchen und die Burschen wechselten sich in ihren Tätigkeitsbereichen ab.

7 INTERPRETATION DER ERGEBNISSE

7.1 Interpretation der Ergebnisse längs der Ziele

Längs der in Kapitel 3 angebenen Ziele, die mit diesem Projekt erreicht werden sollten, möchte ich hier die Ergebnisse der Evaluation interpretieren. Zum besseren Verständnis liste ich im Folgenden die Ziele nochmals unter a.-f. auf:

a. Schüler/innen sollen die Alltagsrelevanz von Mathematik erfahren, indem sie bereits erworbenes mathematisches Wissen in realen Problemen (Alltagsproblemen) anwenden.

Die Alltagsrelevanz der Mathematik ergibt sich zum einen aus den von den Universitätsmitarbeiter/innen gestellten Themen, zum anderen aus der Tatsache, dass aufgrund des Interesses an einem bestimmten Thema, die reale Problemstellung für einige Schüler/innen wirklich für den Alltag relevant ist. Ein Schüler etwa begründete die Wahl des Fußballthemas mit der Aussage „weil ich das Modell irgendwann anwenden kann“; eine Schülerin nannte als Grund für die Auswahl des Gartenproblems „Es war interessant und man kann es auch zu Hause anwenden“; zwei andere Schülerinnen meinten zur Wahl des Containerproblems, dass es interessant klingen würde und ein alltägliches Problem sei.

Dass Schüler/innen bereits erworbenes mathematisches Wissen beim Lösen der jeweiligen Problemstellungen einsetzten, beweisen die Ergebnisse der einzelnen Gruppen. Beim Wahlproblem etwa basierte die Anwendung des mathematischen Wissens neben der Verwendung der Grundrechnungsarten auf Prozentrechnung, relative und absolute Häufigkeiten und Runden von Dezimalzahlen.

b. Schüler/innen sollen vernetzend denken – zum einen innerhalb der Mathematik, zum anderen aber auch fächerübergreifend.

Das Übersetzen eines realen Problems in die Sprache der Mathematik verlangt von Schüler/innen vernetzend innerhalb der Mathematik zu denken. Betrachten wir die in Kapitel 6.3 beschriebene Schüler/innenarbeit zum Wahlproblem, so waren die Verbindung und Vernetzung von unterschiedlichen mathematischen Wissensgebieten und von verschiedenen mathematischen Kenntnissen zur Erstellung des Lösungsmodells notwendig.

Der fächerübergreifende Aspekt ergab sich einerseits mit der Informatik: Arbeiten mit Programmen wie Excel und Geogebra sowie Word und Powerpoint; andererseits mit dem Fachgebiet, auf das sich das reale Problem bezieht. Beim Wahlproblem war es die politische Bildung, die die Schüler/innen in ihren Argumentationen unterstützte.

c. Aktive mathematische Denkprozesse seitens der Schüler/innen sollen stattfinden, verbunden mit dem Einsatz unterschiedlicher mathematischer Kompetenzen (s. Kapitel 2.3).

In den Berichten, Präsentationen und Ergebnissen der Schüler/innen zeigt sich, dass in der Erarbeitung der Lösungsmodelle aktive mathematische Denkprozesse stattfanden. Zu welchem Zweck dabei verschiedene mathematische Kompetenzen eingesetzt wurden, wird in der Beobachtung der in Kapitel 6.3 dargestellten Wahlgruppe deutlich:

Denken und Begründen: Um das System der Nationalratswahlen zu verstehen, verwendeten die Schüler/innen diese Kompetenz.

Argumentieren: Werden die stärkeren oder die schwächeren Parteien unterstützt und dem gemäß nehmen wir welches Lösungsmodell?

Kommunizieren: Mathematische Probleme kommunizieren - Rundungsproblem

Verwenden formaler Sprache: Berechnen des Mandats

Verwenden von Hilfsmittel: Einsatz des Taschenrechners

Aus den Ergebnissen, Berichten und Präsentationen der verschiedenen Gruppen, wird klar, dass auch andere Kompetenzen beim Modellieren eine wesentliche Rolle spielen können. In den Schüler/innenarbeiten, in denen das Garten- bzw. Fußballproblem behandelt wurde, spielte das Darstellen eine wesentliche Rolle: Um Lösungsmodelle zu entwickeln, wurden Pläne von Gärten bzw. von Fußballtoren mit dem Torwart und dem Spieler, der den Elfmeter schießt, erstellt.

d. Die mathematische Problemlösekompetenz der Schüler/innen soll maßgeblich gesteigert und ein erweitertes Problemlöseverständnis entwickelt werden.

Durch das eigenständige Arbeiten im Team sowie durch die Aufgabenstellungen und die damit verbundene Tatsache, dass keine Rechenwege vorgegeben waren und die Aufgabenstellungen nicht nach einem vorgefertigten Rechenschema lösbar waren und zudem die jeweilige Aufgabe ja nicht einmal *genau eine* Lösung hatte, waren die Schüler/innen gezwungen, selbständig ein Problemlöseverständnis zu entwickeln.

Damit ist außerdem von einer maßgeblichen Steigerung der Problemlösekompetenz auszugehen, die aber erst durch die Erfahrungen im zukünftigen Unterricht nachzuweisen sein wird. Für 8 von den insgesamt 22 Schüler/innen der 7A, die bereits im

Vorjahr modellierten, war die Bearbeitung des Themas heuer leichter als im Vorjahr. Diese 8 Schüler/innen behandelten unterschiedliche Themen und damit war diese Feststellung nicht vom Thema, sondern von einer Erleichterung hinsichtlich des Problem Lösens abhängig.

e. Soziale Kompetenzen sollen entwickelt werden.

Die in den Videoaufnahmen und Beobachtungsbögen analysierte Schüler/innenarbeit zum Wahlthema zeigt, dass in der Zusammenarbeit der Gruppenmitglieder dieses Ziel erreicht wurde: Die Schüler/innen ergänzten sich gut und stellten sich in ihrer gemeinsamen Arbeit aufeinander ein, um gemeinsam Lösungsmodelle zu entwickeln. Sie waren als Gruppe alle zusammen für das Lösen der Aufgabenstellung verantwortlich.

67 von den 69 teilnehmenden Schüler/innen gaben in den Fragebögen an, dass sie ihre Ideen ganz bzw. teilweise in die Gruppe einbringen konnten. Ein Beweis dafür, dass das Miteinander in den Gruppen klappte und in den jeweiligen Gruppen soziale Voraussetzungen und Bedingungen für dieses Miteinander geschaffen wurden.

Neben der Entwicklung von sozialen Kompetenzen war die Gruppenarbeit nicht nur sinnvoll, sondern die Schüler/innen hatten auch Freude daran: 66 Schüler/innen gaben an, dass ihnen die Gruppenarbeit Spaß machte und nur 2 meinten, dass sie lieber alleine am Problem gearbeitet hätten.

f. Durch gegenseitige Unterstützung soll von- und miteinander gelernt werden, um die Aufgabenstellungen gemeinsam zu lösen.

In der Interpretation der Ergebnisse längs des obigen Punktes e. wird deutlich, dass die Schüler/innen gemeinsam an Lösungsmodellen arbeiteten. Dass sie auch von- und miteinander lernten, zeigt sich etwa bei der in Kapitel 6.3 dargestellten Wahlgruppe: Um das System der Nationalratswahlen zu verstehen, recherchierten die Schüler/innen gemeinsam im Internet, diskutierten miteinander und erklärten sich gegenseitig das Wahlsystem. Ähnlich war es beim Rundungsproblem, wo die Schüler/innen durch Kommunizieren von- und miteinander lernten, um gemeinsam das Lösungsmodell zu erarbeiten.

7.2 Interpretation der Ergebnisse unter Berücksichtigung des Genderaspektes

Bei der Themenwahl der Schüler/innen fiel auf, dass die Mädchen-/Burschenquote beim Garten- und Wahlproblem am ausgeglichensten war (8:7; 5:4); Das Container- und U4-Problem wählten überwiegend Schülerinnen (12:2; 9:3), während sich für das Fußballproblem 13 Burschen und 6 Mädchen entschieden. Bedenkt man, dass insgesamt 40 Schülerinnen, aber „nur“ 29 Schüler an diesem Projekt teilnahmen, so behandelten die meisten Burschen, nämlich 45% der Burschen das Fußballthema und die meisten Mädchen, nämlich 30% der Mädchen das Containerproblem.

Bis auf einen Burschen wählten alle Schüler das Fußballthema aus Interesse. Von den 6 Mädchen, die sich für das Fußballthema entschieden, wählten es 2 aus Interesse, für die restlichen Schülerinnen waren die Motive für die Auswahl dieses Problems andere (s. Kapitel 6.5). Bei den übrigen Problemstellungen waren die Gründe für die Auswahl bei den Mädchen und Burschen ausgeglichener. Das Fußballthema war damit das Thema, das die Interessen der Burschen ansprach.

Ausgehend von der Wahlgruppe, deren Arbeit wir sowohl durch die Videoaufnahmen als auch durch den Beobachtungsbogen analysierten, übernahmen die Mädchen bzw. Burschen keine bestimmten Rollen, ob gleich ein Bursche der Redensführer in der Gruppe war. Aus den Beobachtungsbögen der anderen Gruppen ist erkennbar, dass die Rolle der Redensführerin / des Redensführers in den anderen gemischten Gruppen sowohl von den weiblichen als auch von den männlichen Gruppenmitgliedern fix übernommen bzw. unter den Gruppenmitgliedern sogar getauscht wurde.

8 RESÜMEE UND AUSBLICK

In Kapitel 7 zeigt sich, dass die im Projekt vorgegebenen Ziele erreicht werden konnten. Zudem war in den Beobachtungen der Schüler/innenarbeit zu erkennen, dass die Mädchen und Burschen Freude an der Modellierungsarbeit, den selbst erarbeiteten Lösungen und der Mathematik hatten. Die Evaluation ergab außerdem, dass sich alle Schüler/innen eine Wiederholung der Modellierungstage wünschten. Aus fachlicher Sicht ist durch das selbstständige Entwickeln von neuen Problemlösestrategien bei dieser aktiven mathematischen Arbeit der Schüler/innen ein hohes Maß an Nachhaltigkeit zu erwarten.

Auf Lehrer/innenebene konnten die Kolleg/innen mit dem Aufgreifen dieser Modellierungsidee für ihren Unterricht neue Impulse mitnehmen, wenn gleich die betreuende Lehrer/innenrolle eine herausfordernde ist. Es gilt, die Schüler/innen selbständig arbeiten zu lassen, nicht auf das eigene Lösungsmodell bestehen zu wollen, sehr wohl aber die Schüler/innen zu motivieren, ihr Modell weiter zu entwickeln bzw. sie auf eventuelle Einschränkungen hinzuweisen. Durch die Einbindung vieler Lehrer/innen in dieses Projekt werden die Modellierungstage auch im kommenden Schuljahr am BG/BRG Villach St. Martin durchgeführt werden.

9 LITERATUR

http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11859/lp_neu_ahs_07.pdf (25.4.2008)

http://www.oecd.org/dataoecd/46/14/33694881.pdf (11.6.2008)

http://www.pisa-austria.at/allgemein/index.htm (25.4.2008)

RADITS, FRANZ & SOUKUP-ALTRICHTER, KATHARINA (2005): Unser Lehrer/innenwissen sucht einen Text zwecks Mitteilung. Ein Leitfaden zum Aufbau und zum Schreiben einer Studie. In: RADITS, FRANZ; BRAUNSTEINER, MARIA-LUISE & KLEMENT, KARL (Hrsg.): Konzepte und Werkzeuge für Forschung in der Lehrerbildung. Badener VorDrucke, Schriftreihe für Bildungsforschung, Band 3, S.166-173.