

6. Anhang

Arbeitsaufgaben zur gleichförmigen Bewegung

<p><u>Beispiel 1:</u> Ein Zug fährt auf einer geraden Strecke mit einer konstanten Geschwindigkeit von 80km/h.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Welchen Weg hat er nach 3 Stunden zurückgelegt? ➤ Wie lange dauert es, bis er 200km gefahren ist? 	<p><u>Anleitungen:</u></p> <p>Es gilt : $s(v, t) = v \cdot t$ Diese Funktion definieren wir am TI92 und erhalten den zurückgelegten Weg durch Einsetzen der entsprechenden Werte für die unabhängigen Variablen $v = 80 \text{ km/h}$ und $t = 3 \text{ h}$ zu $s = 240 \text{ km}$.</p>
--	---

Um uns die Vorstellung eines Bewegungsauflaufes zu erleichtern, verwenden wir **Diagramme** – Schaubilder von Zahlen - und Grössenverhältnissen.

- Wir stellen den Weg als Funktion der Zeit für eine konstante Geschwindigkeit dar und definieren dazu $y1(x) = 80 \cdot x$ ($x \dots$ Zeit in Stunden; $y1 \dots$ Weg in km) entweder im Home-Screen oder im Y-Editor
- Dann stehen uns eine entsprechende Tabelle und ein Graf zur Verfügung (*im Table Setup geben wir den Startwert und die Schrittweite für x , also die Zeit ein und erhalten die entsprechende Wertetabelle der Zeit-Weg-Funktion*)
- (*Im Window-Fenster müssen wir den Bereich für die Definitions- und die Wertemenge der Funktion sowie die gewünschten Skalierungseinstellungen angeben.*)
- Damit erhalten wir dann im Grafik-Fenster das entsprechende Zeit-Weg-Diagramm – eine Halbgerade, die durch den Ursprung geht und deren Steigung mit der Geschwindigkeit des Zuges übereinstimmt.
- (*Orientiere dich entweder an den Teilungsstrichen auf den Achsen und durch Einstellung eines sichtbaren Rasters oder arbeite mit der Trace-Funktion (F3).*)

Das Zeit – Weg - Diagramm

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	
Setup	Del	Def	Plot	Int	Func		
x	y1						
0.	0.						
.5	40.						
1.	80.						
1.5	120.						
2.	160.						
2.5	200.						
3.	240.						
3.5	280.						
x=0.							
MAIN	DEG AUTO	FUNC					

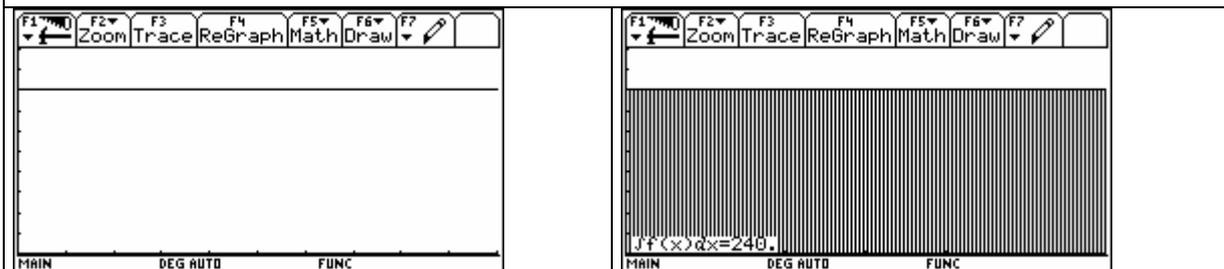
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	
Zoom	Trace	ReGraph	Math	Draw			
MAIN	DEG AUTO	FUNC					

Das Zeit – Geschwindigkeits- Diagramm

Da die Geschwindigkeit bei einer gleichförmigen Bewegung konstant ist, ist sie von der verstrichenen Zeit unabhängig; es gilt: $v(t) = 80 \text{ km/h}$.

Lege damit $y_2(x)$ durch $y_2(x) = 80$ fest und betrachte die grafische Darstellung dieser Funktion nachdem du im WINDOW-Fenster sinnvolle Einstellungen vorgenommen hast.

Die grafische Darstellung ergibt eine Parallele zur Zeit-Achse, wobei die Fläche unter der „GeschwindigkeitsLinie“ dem Zahlenwert nach dem zurückgelegten Gesamtweg entspricht, wie du dich - bei Einstellung des Rasters - durch Abzählen der oder durch Berechnen lassen des Flächeninhalts vom TI92 (mit F5/7) überzeugen sollst.

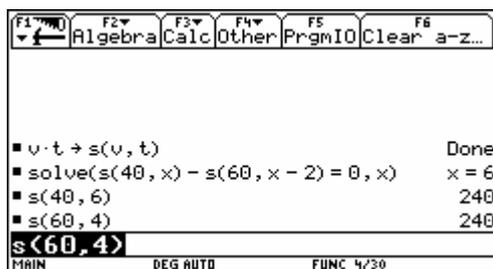


Beispiel 2:

Ein LKW fährt mit einer mittleren Geschwindigkeit von 40km/h von Graz nach Innsbruck. Zwei Stunden später fährt ein PKW mit 60 km/h von Graz mit dem gleichen Ziel weg. Nach wie vielen Stunden und wie weit von Graz entfernt holt der PKW den LKW ein?

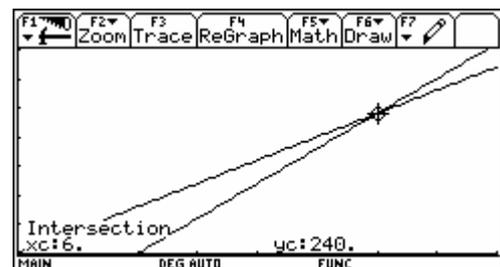
➤ Löse die Aufgabe rechnerisch und grafisch mit dem TI92!

Anleitungen:



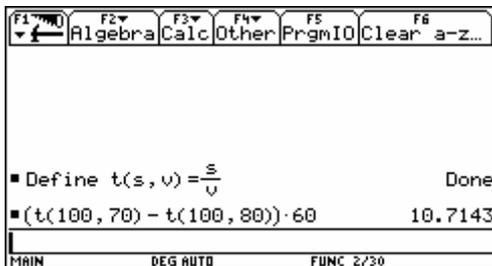
Wenn der PKW den LKW einholt, befinden sich beide in derselben Entfernung von Graz; der PKW war zwei Stunden weniger lang unterwegs. Nach 6 Stunden LKW-Fahrzeit oder 4 Stunden PKW-Fahrzeit hat der PKW den LKW - 240km von Graz entfernt – eingeholt.

Wir verwenden das Zeit – Weg – Diagramm und definieren dazu $y_1(x) = 40 \cdot x$ für den LKW und $y_2(x) = 60 \cdot (x-2)$ für den PKW und können im Grafik-Fenster mit INTERSECTION (F5/5) die Lösung ermitteln, die sich als Schnittpunkt der beiden Halbgeraden ergibt.



Beispiel 3:

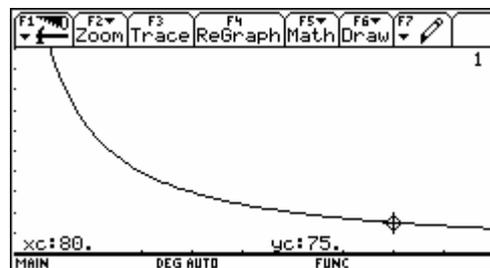
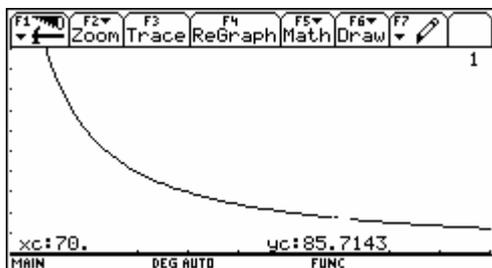
Wie groß ist die Zeitersparnis, die ein Autofahrer für eine Strecke von 100km erreicht, wenn er seine übliche Durchschnittsgeschwindigkeit von 70km/h auf 80km/h steigert?



Die Zeit wird im Home-Screen als Funktion von Weg und Geschwindigkeit dargestellt; damit berechnen wir die Differenz der beiden Fahrzeiten bei 70km/h und 80km/h – die gesuchte Zeitersparnis erhalten wir in Minuten, wenn wir die Differenz noch mit 60 multiplizieren.

Wollen wir das Beispiel grafisch oder mit Hilfe einer Tabelle lösen, so müssen wir $t(100 \text{ km}, v \text{ km/h})$ als $y1(x) = 100/x$ definieren, damit wir die Zeit in Minuten erhalten, multiplizieren wir

noch mit 60.



Im Grafik-Fenster erhalten wir eine Hyperbel, was auf einen indirekt proportionalen Zusammenhang schließen lässt. Wir erhalten die beiden Wertepaare (70 km/h / 85,7 min) und (80 km/h / 75 min) und ermitteln daraus die Zeitersparnis.

An Hand dieser Grafik können wir aber noch weitere interessante Erfahrungen machen:

Betrachten wir die Wertepaare (30km/h / 200 min) und (40km/h / 150 min), so fällt auf dass der Zeitunterschied jetzt 50 Minuten beträgt; d.h. eine Steigerung der Fahrgeschwindigkeit um einen konstanten Wert ergibt unterschiedlich hohe Zeitgewinne. Betrachten wir den Grafen genauer, so sehen wir, dass die Fahrzeit für eine bestimmte vorgegebene Strecke bei kleinen Geschwindigkeiten stärker abnimmt (steilere Kurve) und sich kaum ändert, wenn die Geschwindigkeit hoch ist (Abflachung der Kurve).

Weiters lässt sich die indirekte Proportionalität zwischen Fahrzeit und Fahrgeschwindigkeit an Hand der Tabelle überprüfen.

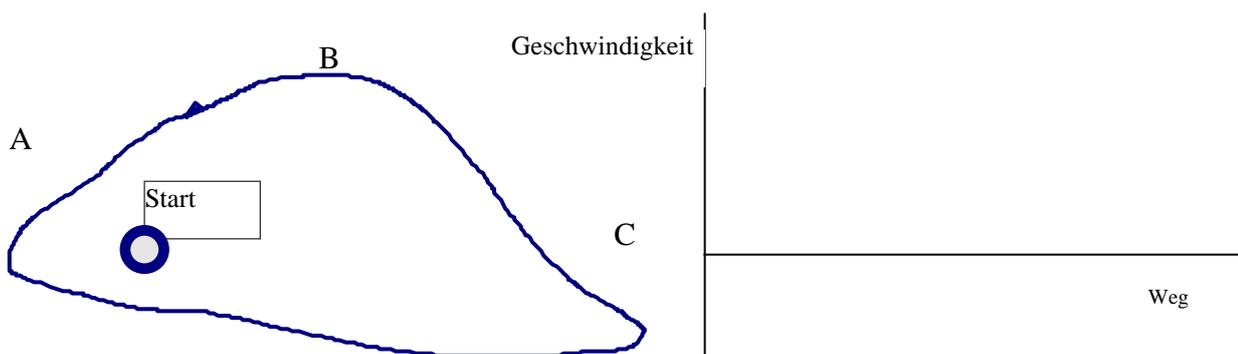
- ⇒ *Arbeite die drei Aufgaben durch!*
- ⇒ *Überlege, ob es noch andere mögliche Lösungswege gibt!*
- ⇒ *Mit welcher Lösungsmethode kannst du dich am besten identifizieren?*

Arbeitsblatt- Formel - I - Rennen

Du sitzt am Steuer eines Formel – I - Rennwagens und sollst auf der skizzierten Rennstrecke ein Rennen fahren. Der Wagen steht am Start.

Verwende die Rückseite deines Arbeitsblattes für die Bearbeitung der Aufgaben b) bis e)

- Skizziere in dem Diagramm, wie sich während der ersten Runde die Geschwindigkeit verändert!
- Vergleiche Dein Diagramm mit dem Deines Sitznachbarn (Deiner Sitznachbarin) und sprech darüber! Überlegt zusammen, welche Eigenheiten der Rennstrecke in dem Diagramm verarbeitet werden müssen und wie sie dort zum Ausdruck kommen!
- Was ändert sich am Weg – Geschwindigkeits – Diagramm, wenn der Start in Richtung A verschoben wird?
- Fertige zu Hause zu einer selbstgewählten Rennstrecke ebenfalls ein Weg – Geschwindigkeits – Diagramm an und gib dieses dann (ohne die Skizze der Rennstrecke) Deinem Sitznachbarn (Deiner Sitznachbarin) und fordere ihn(sie) auf, die Rennstrecke zu skizzieren.
- Vergleicht Eure Ergebnisse! Sind Fehler aufgetreten? Was waren die Ursachen? Was hast Du nicht beachtet? Was kannst Du aus dem Weg – Geschwindigkeits – Diagramm alles ablesen?



Arbeitsaufgaben zur Unterrichtsstunde mit

Tonbandmitschnitt:

Thema: Analyse des schiefen Wurfes mit dem TI92 und Anwendungsbeispiel „Kugelstoss“

Vorangegangenes:

- Der freie Fall im Vakuum als gleichmäßig beschleunigte Bewegung
- Der freie Fall mit Reibung (Luftwiderstand) ---- konstante Endgeschwindigkeit
- Der horizontale Wurf (Tennisball fliegt horizontal über das Tennisnetz) als Beispiel für eine zusammengesetzte Bewegung

- Der senkrechte Wurf nach oben ebenfalls als Beispiel für eine zusammengesetzte Bewegung

Beispiel: Schiefer Wurf nach oben --- Kugelstoßen

Aus der waagrechten Bewegung (gleichförmige Bewegung) und der lotrechten Bewegung (gleichmäßig beschleunigte Bewegung) läßt sich die Bahn einer schief angestoßenen Kugel durch vektorielle Addition zusammensetzen. Die Bestimmung der Geschwindigkeitskomponenten v_x und v_y aus dem Geschwindigkeitsvektor \mathbf{v} ist nur für spezielle Winkel (30° , 45° , 60°) exakt aus geometrischen Überlegungen möglich. Daher werden die Funktionen $\cos(x)$ und $\sin(x)$, die der TI92 Verfügung stellt, ausschließlich als black boxes verwendet.

Eine Kugel wird mit einer Geschwindigkeit von 14 m/s unter einem Winkel von 30° , 45° und 60° schräg nach oben abgestoßen. Dabei soll die Luftreibung vernachlässigt werden.

Die **waagrechte** Bewegung der Kugel ist wegen des Fehlens einer waagrechten Kraft gleichförmig – die Kugel entfernt sich in gleichen Zeitabschnitten um die gleichen Strecken vom Abstoßort.

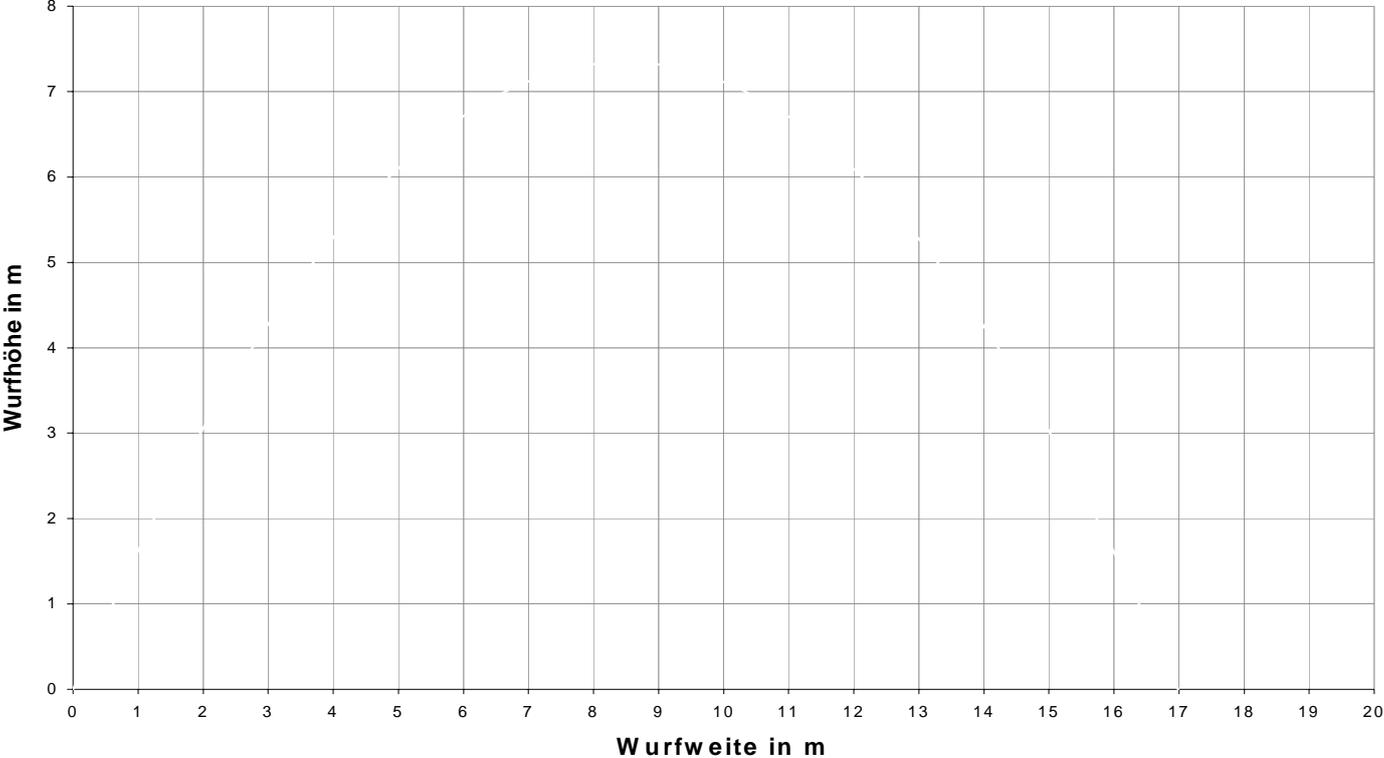
Ganz anders liegen die Verhältnisse für die **lotrechte** Bewegung: Die Schwerkraft bewirkt eine negative Beschleunigung. Sie wirkt bei der Aufwärtsbewegung verzögernd, bei der Abwärtsbewegung beschleunigend.

Die Bahn der Kugel läßt sich durch komponentenweise Zusammensetzung der beiden Bewegungen gewinnen.

- Stelle in dem beiliegenden Diagramm **die Wurfhöhe in Abhängigkeit der Wurfweite** für die drei angegebenen Winkel dar! (Trage alle Ergebnisse in ein Diagramm ein! Verwende Buntstifte!)
- Beantworte folgende Fragen:
 - Wann ist die Wurfweite **maximal**?
 - Was kannst Du über **die Wurfweiten bei 30° und bei 60°** aus dem Diagramm bzw. aus der Tabelle ablesen?
- Untersuche mit Hilfe der Ansätze $v_x = v \cdot \cos(\alpha)$ und $v_y = v \cdot \sin(\alpha)$ auch die **Abhängigkeit der Wurfweite von ganz anderen Winkeln** und überprüfe, ob Deine Vermutungen stimmen!
- Überlege, wie sich **reale Bedingungen** (Luftwiderstand, Gegenwind, Rückenwind, unterschiedliche Abwurf- und Aufprallhöhe) auf die Modellannahmen auswirken!
- Ein **Kugelstoßer** wirft die Kugel ($m = 7,26 \text{ kg}$) aus einer Höhe von 1,75 m mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $v = 10 \text{ m/s}$ unter einem bestimmten Winkel α ab. Die äußere Kraft hat nur eine y-Komponente. Die Anfangsgeschwindigkeit muss in die einzelnen Komponenten zerlegt werden, die vom Abwurfwinkel abhängen.
 - Berechne mit dem Programm: Bei welchem Abwurfwinkel kann die maximale Wurfweite erzielt werden? Wie hängt dieser maximale Winkel von der Abwurfhöhe ab?
 - Wie groß muss die Anfangsgeschwindigkeit sein, um bei optimalem Winkel an den Weltrekord (über 23 m) heranzukommen?
 - Welche Vorteile hat ein Athlet, der größer ist als sein sonst „gleichwertiger“ Konkurrent? Die Abwurfhöhe des einen Athleten ist 1,90m, die des anderen 1,75m; nimm optimale Abwurfwinkel und eine Abwurfgeschwindigkeit von 10m/s an.

Diagramm zum schiefen Wurf

Schiefer Wurf



Testaufgaben zur Lernergebniskontrolle

Löse die folgenden Aufgaben! Die Methode sollst **DU** frei wählen!

Vorsicht! Zu jeder Antwort muss eine ausreichende Begründung angegeben werden. Es muss ersichtlich sein, wie du zur Lösung kommst. **Auch richtig angekreuzte Lösungen gelten sonst nicht!** Führe die entsprechenden Begründungen auf der Rückseite an!

1.)a) Wenn ein Stein eine Sekunde lang fällt, wie groß ist dann die Durchschnittsgeschwindigkeit während dieser Sekunde?

0,0 m/s 1,0 m/s 4,9 m/s 9,8 m/s 4,0 m/s

b) 1,0 m/s 4,0 m/s 4,9 m/s 9,8 m/s 19,6 m/s

2.) Ein Rennauto beschleunigt von null auf 100 km/h auf der Strecke s in der Zeit t . Ein weiteres Rennauto beschleunigt von null auf 100 km/h auf der Strecke „?“ in der Zeit $2t$. Wie weit fuhr das zweite Rennauto, während es auf 100 km/h beschleunigte?

$\frac{1}{4}$ s $\frac{1}{2}$ s s 2s 4s

3.) Ein Stein wird von einem Turm heruntergeworfen. Eine halbe Sekunde später wird ein zweiter Stein fallengelassen.

a) Der Abstand zwischen den Steinen

nimmt zu
 nimmt ab
 bleibt konstant

b) Wann trifft der zweite Stein auf dem Boden auf?

weniger als eine halbe Sekunde nach dem ersten
 eine halbe Sekunde nach dem ersten
 mehr als eine Sekunde nach dem ersten